

1. 3개의 변량 x, y, z 의 변량 x, y, z 의 평균이 8, 표준편차가 5일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$ 의 평균이 m , 표준편차가 n 이라 한다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① 22

② 24

③ 26

④ 28

⑤ 30

해설

x, y, z 의 평균과 표준편차가 8, 5이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 8$$

$$\frac{(x-8)^2 + (y-8)^2 + (z-8)^2}{3} = 5^2 = 25$$

이 때, $2x, 2y, 2z$ 의 평균은

$$m = \frac{2x+2y+2z}{3} = \frac{2(x+y+z)}{3} = 2 \cdot 8 = 16$$

분산은

$$\begin{aligned} m^2 &= \frac{(2x-16)^2 + (2y-16)^2 + (2z-16)^2}{3} \\ &= \frac{4\{(x-8)^2 + (y-8)^2 + (z-8)^2\}}{3} \\ &= 4 \cdot 25 = 100 \end{aligned}$$

$$n = \sqrt{100} = 10$$

$$\therefore m+n = 16+10 = 26$$

2. 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 평균이 $2M$, 분산이 $5S^2$ 일 때,
변량 $10x_1 + 25, 10x_2 + 25, 10x_3 + 25, \dots, 10x_n + 25$ 의 평균과
분산을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : $20M + 25$

▷ 정답 : 분산 : $500S^2$

해설

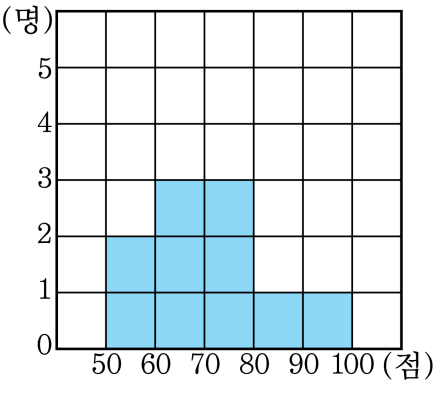
분산 : $500S^2$

3. 6개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_6$ 의 평균이 3이고 표준편차가 4일 때, $2x_1 - 1, 2x_2 - 1, 2x_3 - 1, \dots, 2x_6 - 1$ 의 평균과 표준편차는?
- ① 평균 : 3, 표준편차 : 8 ② 평균 : 3, 표준편차 : 15
③ 평균 : 3, 표준편차 : 20 ④ 평균 : 5, 표준편차 : 8
⑤ 평균 : 5, 표준편차 : 15

해설

n 개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 평균이 m 이고 표준편차가 s 일 때, 변량 $ax_1 + b, ax_2 + b, ax_3 + b, \dots, ax_n + b$ 에 대하여 평균은 $am + b$, 표준편차는 $|a|s$ 이므로
평균은 $2 \cdot 3 - 1 = 5$ 이고
표준편차는 $|2| \cdot 4 = 8$ 이다.

4. 다음 히스토그램은 학생 10 명의 과학 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?



- ① 12 ② 72 ③ 80 ④ 120 ⑤ 144

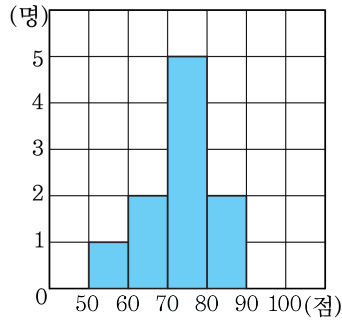
해설

평균: $\frac{55 \times 2 + 65 \times 3 + 75 \times 3 + 85 \times 1}{10} + \frac{95 \times 1}{10} = 71$

편차: -16, -6, 4, 14, 24

분산: $\frac{(-16)^2 \times 2 + (-6)^2 \times 3 + 4^2 \times 3}{10} + \frac{14^2 \times 1 + 24^2 \times 1}{10} = \frac{1440}{10} = 144$

5. 다음 히스토그램은 학생 10 명의 영어 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?

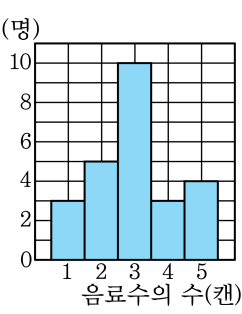


- ① 72 ② 74 ③ 76 ④ 78 ⑤ 80

해설

$$\begin{aligned}(\text{평균}) &= \frac{55 \times 1 + 65 \times 2 + 75 \times 5 + 85 \times 2}{10} = \frac{730}{10} = 73(\text{점}) \\(\text{분산}) &= \frac{1}{10} \{ (55 - 73)^2 \times 1 + (65 - 73)^2 \times 2 \} \\&\quad + \frac{1}{10} \{ (75 - 73)^2 \times 5 + (85 - 73)^2 \times 2 \} \\&= \frac{760}{10} = 76\end{aligned}$$

6. 다음은 정희네반 학생의 25명이 일주일간 먹은 음료수 수를 나타낸 히스토그램이다. 학생들이 일주일간 먹은 음료수 수의 분산과 표준편차를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 분산 : 1.44 또는 $\frac{36}{25}$

▷ 정답 : 표준편차 : 1.2 또는 $\frac{6}{5}$

해설

평균 : $\frac{3 + 2 \times 5 + 3 \times 10 + 4 \times 3 + 5 \times 4}{25} = 3$

편차 : -2, -1, 0, 1, 2

분산 : $\frac{(-2)^2 \times 3 + (-1)^2 \times 5 + 1^2 \times 3 + 2^2 \times 4}{25}$

= 1.44

표준편차 : $\sqrt{1.44} = 1.2$

7. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때, $(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로 각 변량에 대한 편차는 $x-4, y-4, z-4$ 이다.

따라서 분산은

$$\frac{(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2}{3} = 2$$

$\therefore (x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2 = 6$ 이다.

8. 다음 표는 미정이 친구 6 명의 학생들의 수학 성적의 편차를 나타낸 것이다. 분산이 8 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $-\frac{ab}{3}$ 의 값을 구하여라.

이름	선영	수림	영진	희숙	경민	유림
편차(점)	-3	-4	3	a	b	2

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

편차의 합은 0 이므로
 $-3 - 4 + 3 + a + b + 2 = 0$
 $\therefore a + b = 2 \dots\dots\textcircled{A}$
또한, 분산은 8 이므로
$$\frac{(-3)^2 + (-4)^2 + 3^2 + a^2 + b^2 + 2^2}{6} = 8$$

 $a^2 + b^2 + 38 = 48$
 $a^2 + b^2 = 10 \dots\dots\textcircled{B}$
 $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ 에 $\textcircled{A}, \textcircled{B}$ 을 대입하면
 $2^2 = 10 + 2ab, \quad 2ab = -6 \quad \therefore ab = -3$
따라서 $-\frac{ab}{3} = -\frac{-3}{3} = 1$ 이다.

9. 다섯 개의 변량 5, 7, x , y , 8 의 평균이 6 이고, 분산이 5 일 때, $2xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

해설

다섯 개의 변량 5, 7, x , y , 8 의 평균이 6 이므로

$$\frac{5 + 7 + x + y + 8}{5} = 6, \quad x + y + 20 = 30$$

$$\therefore x + y = 10 \quad \cdots \cdots \textcircled{A}$$

또, 분산이 5 이므로

$$\frac{(5 - 6)^2 + (7 - 6)^2 + (x - 6)^2 + (y - 6)^2}{5}$$

$$+ \frac{(8 - 6)^2}{5} = 5$$

$$\frac{1 + 1 + x^2 - 12x + 36 + y^2 - 12y + 36 + 4}{5} = 5$$

$$\frac{x^2 + y^2 - 12(x + y) + 78}{5} = 5$$

$$x^2 + y^2 - 12(x + y) + 78 = 25$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 12(x + y) = -53 \quad \cdots \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{B}$ 의 식에 $\textcircled{A}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 = 12(x + y) - 53 = 12 \times 10 - 53 = 67$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 67 \quad \cdots \cdots \textcircled{C}$$

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy, \quad 10^2 = 67 + 2xy, \quad 2xy = 33$$

$$\therefore 2xy = 33$$

10. 다섯 개의 수 5, 3, a , b , 9 의 평균이 5 이고, 분산이 6 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

다섯 개의 수 5, 3, a , b , 9 의 평균이 5 이므로

$$\frac{5 + 3 + a + b + 9}{5} = 5, \quad a + b + 17 = 25$$

$$\therefore a + b = 8 \cdots \textcircled{A}$$

또, 분산이 6 이므로

$$\frac{(5 - 5)^2 + (3 - 5)^2 + (a - 5)^2}{5} +$$

$$\frac{(b - 5)^2 + (9 - 5)^2}{5} = 6$$

$$\frac{0 + 4 + a^2 - 10a + 25 + b^2 - 10b + 25 + 16}{5} = 6$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 10(a + b) + 70}{5} = 6$$

$$a^2 + b^2 - 10(a + b) + 70 = 30$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 10(a + b) = -40 \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{B}$ 의 식에 $\textcircled{A}$ 을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 10(a + b) - 40 = 10 \times 8 - 40 = 40$$

11. 다음 표는 수정이네 중학교 5 개의 학급에 대한 학생들의 영어 성적의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다섯 학급 중 성적이 가장 고른 학급은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

이름	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
평균(점)	82	73	66	69	80
표준편차(점)	1.2	$2\sqrt{2}$	1.5	$\sqrt{3.6}$	$\sqrt{2.8}$

① *A* ② *B* ③ *C* ④ *D* ⑤ *E*

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 학급은 표준편차가 가장 작은 학급이다. 한편, 표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

이름	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
표준편차(점)	$1.2 = \sqrt{1.44}$	$2\sqrt{2} = \sqrt{8}$	$1.5 = \sqrt{2.25}$	$\sqrt{3.6}$	$\sqrt{2.8}$

따라서 표준편차가 가장 작은 학급은 *A*이다.

12. 다음 중 [보기] A, B, C 의 표준편차의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

보기

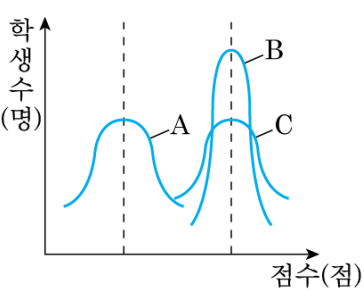
- A. 1 부터 50 까지의 자연수
- B. 51 부터 100 까지의 자연수
- C. 1 부터 100 까지의 홀수

- ① $C > A = B$
- ② $A > B = C$
- ③ $C > A > B$
- ④ $B > C > A$
- ⑤ $A = B = C$

해설

A 와 B 의 표준편차는 같고, C 의 표준편차는 이들보다 크다.

13. 다음은 A 반, B 반, C 반의 수
학성적 분포에 관한 그래프이다.
다음 빈칸에 알맞은 말을 골라라.
(단, 점선을 중심으로 각각의 그
래프는 대칭이다.



- ㉠ C 반 학생의 성적이 평균적으로 A 반 학생의 성적보다
(높다./낮다.)
- ㉡ 고득점자는 C 반 학생보다 B 반 학생이 더 (많다./적다)
- ㉢ A 반 학생의 성적이 B 반 학생의 성적보다 더 (고르다./
편차가 크다.)
- ㉣ 중위권 학생은 B 반 보다 A 반에 더 (많다./적다.)
- ㉤ B 반 학생의 성적과 (A 반/C 반) 학생의 성적의 평균은
비슷하다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ : 높다

▷ 정답 : ㉡ : 적다

▷ 정답 : ㉢ : 편차가 크다

▷ 정답 : ㉣ : 적다

▷ 정답 : ㉤ : C반

해설

㉠ 높다 ㉡ 적다 ㉢ 편차가 크다 ㉣ 적다 ㉤ C반

14. 다음 표는 S 중학교 5 개의 학급에 대한 학생들의 국어 성적의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다섯 학급 중 성적이 가장 고른 학급은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

이름	A	B	C	D	E
평균 (점)	75	67	73	70	82
표준편차 (점)	2.1	$2\sqrt{2}$	1.3	1.4	$\sqrt{5}$

① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

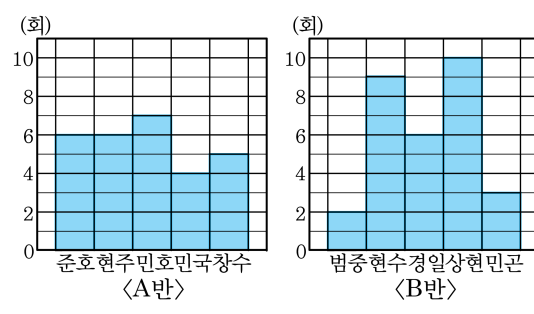
해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 학급은 표준편차가 가장 작은 학급이다. 한편, 표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

이름	A	B	C	D	E
표준편차 (점)	$2.1 = \sqrt{4.41}$	$2\sqrt{2} = \sqrt{8}$	$1.3 = \sqrt{1.69}$	$1.4 = \sqrt{1.96}$	$\sqrt{5}$

따라서 표준편차가 가장 작은 학급은 C이다.

15. 다음은 A 반 학생 5 명과 B 반 학생 5 명의 턱걸이 횟수를 히스토그램으로 나타낸 것이다. 어느 반 학생의 성적이 더 고르다고 할 수 있는가?



▶ 답: 반

▷ 정답 : A반

해설

A 반 학생들의 턱걸이 횟수가 평균을 중심으로 변량의 분포가 더 고르다.

16. 다음은 다섯 명의 학생이 5 회에 걸쳐 치른 수학 과목의 수행 평가의 결과의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 성적이 가장 높은 학생은?

이름	진희	태경	경민	민정	효진
평균(점)	4	5	8	7	6
표준편차(점)	1	0.5	1.6	0.3	0.8

- ① 진희
- ② 태경
- ③ 경민
- ④ 민정
- ⑤ 효진

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 높은 학생은 표준편차가 가장 작은 민정이다.