

1. 다섯 개의 변량 4, 3, a , b , 8의 평균이 6 이고, 분산이 4 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 100

② 105

③ 111

④ 120

⑤ 125

해설

다섯 개의 변량 4, 3, a , b , 8 의 평균이 6 이므로

$$\frac{4 + 3 + a + b + 8}{5} = 6, a + b + 15 = 30$$

$$\therefore a + b = 15 \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 분산이 4 이므로

$$\frac{(4-6)^2 + (3-6)^2 + (a-6)^2 + (b-6)^2 + (8-6)^2}{5} = 4$$

$$\frac{4 + 9 + a^2 - 12a + 36 + b^2 - 12b + 36 + 4}{5} = 4$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 12(a+b) + 89}{5} = 4$$

$$a^2 + b^2 - 12(a+b) + 89 = 20$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 12(a+b) = -69 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 12(a+b) - 69 = 12 \times 15 - 69 = 111$$

2. x, y, z 의 평균이 5이고 분산이 2일 때, 세 수 x^2, y^2, z^2 의 평균은?

① 20

② 23

③ 24

④ 26

⑤ 27

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 5이므로

$$\frac{x + y + z}{3} = 5$$

$$\therefore x + y + z = 15 \cdots \text{㉠}$$

$$\text{또, 분산이 2이므로 } \frac{(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2}{3} = 2$$

$$(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2 = 6$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 - 10(x + y + z) + 75 = 6$$

위 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 10(15) + 75 = 6$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 81$$

따라서 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 평균은 $\frac{81}{3} = 27$ 이다.

3. 네 개의 수 5, 8, a , b 의 평균이 4이고, 분산이 7일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

변량 5, 8, a , b 의 평균이 4 이므로

$$\frac{5 + 8 + a + b}{4} = 4, a + b + 13 = 16$$

$$\therefore a + b = 3 \cdots \textcircled{A}$$

또, 분산이 7 이므로

$$\frac{(5-4)^2 + (8-4)^2 + (a-4)^2 + (b-4)^2}{4} = 7$$

$$\frac{1 + 16 + a^2 - 8a + 16 + b^2 - 8b + 16}{4} = 7$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 8(a+b) + 49}{4} = 7$$

$$a^2 + b^2 - 8(a+b) + 49 = 28$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 8(a+b) = -21 \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{B}$ 의 식에 $\textcircled{A}$ 을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 8(a+b) - 21 = 8 \times 3 - 21 = 3$$

4. 세 수 a, b, c 의 평균이 7, 분산이 4 일 때, ab, bc, ca 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 7 이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 7$$

$$\therefore a+b+c = 21 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

또한, 세 수 a, b, c 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(a-7)^2 + (b-7)^2 + (c-7)^2}{3} = 4$$

$$\frac{a^2 - 14a + 49 + b^2 - 14b + 49 + c^2 - 14c + 49}{3}$$

$$= 4$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 14(a+b+c) + 147 = 12$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 14(a+b+c) + 135 = 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 14(a+b+c) - 135 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하여 풀면

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 14 \times 21 - 135 = 159 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$ 이므로 ㉠, ㉢에 의하여

$$ab+bc+ca = 141$$

따라서 ab, bc, ca 의 평균은

$$\frac{ab+bc+ca}{3} = \frac{141}{3} = 47 \text{ 이다.}$$

5. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 반에 대한 중간 고사 수학 성적의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 다섯 반 중 성적이 가장 고른 반은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

이름	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	65	70	68
표준편차(점)	2.1	2	1.3	1.4	1.9

① A

② B

③ C

④ D

⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 반은 표준편차가 가장 작은 C이다.

6. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 반에 대한 학생들의 키에 대한 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 학생들 간의 몸무게의 격차가 가장 큰 학급과 작은 학급을 차례대로 나열한 것은?

이름	A	B	C	D	E
평균 (cm)	165	161	165	162	168
표준편차 (cm)	2.1	2	2.3	1.4	1.9

① A, B

② A, C

③ B, C

④ B, E

⑤ C, D

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준편차가 클수록 변량이 평균에서 더 멀어지므로 몸무게의 격차가 가장 큰 학급은 C이다. 또한, 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중되므로 몸무게의 격차가 가장 작은 학급은 D이다.

7. 다음 중 [보기] A, B, C 의 표준편차의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

보기

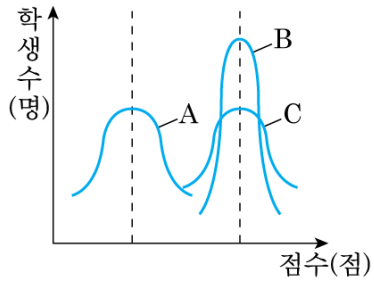
- A. 1 부터 50 까지의 자연수
B. 51 부터 100 까지의 자연수
C. 1 부터 100 까지의 홀수

- ① $C > A = B$ ② $A > B = C$ ③ $C > A > B$
④ $B > C > A$ ⑤ $A = B = C$

해설

A 와 B 의 표준편차는 같고, C 의 표준편차는 이들보다 크다.

8. 다음은 A 반, B 반, C 반의 수학적 분포에 관한 그래프이다. 다음 빈칸에 알맞은 말을 골라라. (단, 점선을 중심으로 각각의 그래프는 대칭이다.)



- ㉠ C 반 학생의 성적이 평균적으로 A 반 학생의 성적보다 (높다./낮다.)
- ㉡ 고득점자는 C 반 학생보다 B 반 학생이 더 (많다./적다)
- ㉢ A 반 학생의 성적이 B 반 학생의 성적보다 더 (고르다./편차가 크다.)
- ㉣ 중위권 학생은 B 반 보다 A 반에 더 (많다./적다.)
- ㉤ B 반 학생의 성적과 (A 반/C 반) 학생의 성적의 평균은 비슷하다.

- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :

- ▷ 정답 : ㉠ : 높다
- ▷ 정답 : ㉡ : 적다
- ▷ 정답 : ㉢ : 편차가 크다
- ▷ 정답 : ㉣ : 적다
- ▷ 정답 : ㉤ : C반

해설

㉠ 높다 ㉡ 적다 ㉢ 편차가 크다 ㉣ 적다 ㉤ C반

9. 다음 중 [보기] 표준편차의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

보기

㉠ 1 부터 20 까지의 자연수

㉡ 1 부터 20 까지의 짝수

㉢ 1 부터 20 까지의 홀수

① $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ② $\sigma_2 < \sigma_1 = \sigma_3$ ③ $\sigma_1 < \sigma_2 = \sigma_3$

④ $\sigma_2 > \sigma_1 = \sigma_3$ ⑤ $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$

해설

㉡ 와 ㉢ 의 표준편차는 같고, ㉠의 표준편차는 이들보다 크다.

10. 다음 표는 태호와 명수의 사격 성적을 조사한 것이다. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르시오.

횟수	1	2	3	4	5	6	7	8	9
점수(점)	9	9	9	9	9	9	9	9	9

<태호>

횟수	1	2	3	4	5	6	7	8	9
점수(점)	10	8	9	8	9	10	9	8	9

<명수>

보기

- ㉠ 태호의 표준편차는 0 이다.
- ㉡ 평균적으로 명수가 더 잘 맞췄다.
- ㉢ 태호는 10 점을 맞춘 적이 없다.
- ㉣ 명수의 성적이 더 균일하다.
- ㉤ 태호는 9 점 아래로 받아 본적이 없다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

㉡ 평균적으로 명수가 더 잘 맞췄다. ⇒ 평균적으로 태호가 더 잘 맞췄다.

㉣ 명수의 성적이 더 균일하다. ⇒ 태호의 성적이 더 균일하다.