1. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳은 것을 <u>두 개</u> 고르면?

① $\sqrt{15}+1<2\sqrt{15}-1$ ② $2\sqrt{5}+\sqrt{7}>\sqrt{5}+2\sqrt{7}$

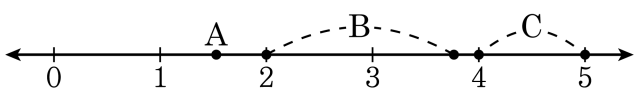
③ $3\sqrt{5}-4\sqrt{2}<4\sqrt{5}-3\sqrt{2}$ ④ $3\sqrt{5}-3>5\sqrt{5}-2$

⑤ $3-\sqrt{10}<5-2\sqrt{10}$

해설

② $2\sqrt{5}+\sqrt{7}>\sqrt{5}+2\sqrt{7}$
$2\sqrt{5}+\sqrt{7}-\sqrt{5}-2\sqrt{7}=\sqrt{5}-\sqrt{7}<0$
$\therefore 2\sqrt{5}+\sqrt{7}<\sqrt{5}+2\sqrt{7}$
④ $3\sqrt{5}-3>5\sqrt{5}-2$
$3\sqrt{5}-3-5\sqrt{5}+2=-2\sqrt{5}-1<0$
$\therefore 3\sqrt{5}-3<5\sqrt{5}-2$
⑤ $3-\sqrt{10}<5-2\sqrt{10}$
$3-\sqrt{10}-5+2\sqrt{10}=-2+\sqrt{10}>0$
$\therefore 3-\sqrt{10}>5-2\sqrt{10}$

2. 보기의 내용은 다음의 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 <u>틀린</u> 것은 모두 몇 개인가?



보기

㉠ $\sqrt{17}$ 은 C 구간에 위치한다.

㉡ $-\sqrt{2}+3$ 은 점 A 에 대응한다.

㉢ B 구간에 존재하는 유리수는 유한개다.

㉣ C 구간에 있는 무리수 $\sqrt{n}$ 의 개수는 10 개이다. (단, n 은 자연수이다.)

㉤ $\sqrt{19}-4$ 는 점 A 의 왼편에 위치한다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉢ B 구간에 존재하는 유리수는 무한개이다.
㉣ C 구간에 있는 무리수 $\sqrt{n}$ 의 개수는 $\sqrt{17} \sim \sqrt{24}$, 총 8 개이다.

3. $\sqrt{2}=a$, $\sqrt{6}=b$ 일 때, $\sqrt{0.96}+\sqrt{200}$ 을 a, b 를 이용하여 나타내면?

① $5a+\frac{1}{10}b$ ② $5a+\frac{1}{20}b$ ③ $10a+\frac{2}{5}b$
④ $10a+\frac{1}{25}b$ ⑤ $15a+\frac{1}{20}b$

해설

$\sqrt{0.96}=\sqrt{\frac{96}{100}}=\frac{\sqrt{2^4\times 6}}{10}=\frac{4\sqrt{6}}{10}=\frac{2}{5}b$

$\sqrt{200}=\sqrt{2\times 100}=10\sqrt{2}=10a$

$\therefore\ \sqrt{0.96}+\sqrt{200}=10a+\frac{2}{5}b$

4. $\dfrac{3\sqrt{a-4}}{\sqrt{18}} = 3$ 일 때, a 의 값은?

① 24 ② 22 ③ 20 ④ 18 ⑤ 16

해설

$\dfrac{3\sqrt{a-4}}{\sqrt{18}} = \dfrac{3\sqrt{a-4}\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{a-4}\times\sqrt{2}}{2} = 3$

$\sqrt{a-4}\times\sqrt{2} = 6 = \sqrt{36}$

$(a-4)\times 2 = 36$

$a-4 = 18$

$\therefore a = 22$

5. 제곱근표에서 $\sqrt{30} = 5.477$ 일 때, $\sqrt{a} = 0.05477$ 을 만족하는 a 의 값을 구하면?

① 3000 ② 300 ③ 3 ④ 0.3 ⑤ 0.003

해설

$$0.05477 = 5.477 \times \frac{1}{100} = \frac{\sqrt{30}}{100}$$
$$= \sqrt{30 \times \frac{1}{10000}}$$
$$= \sqrt{\frac{3}{1000}} = \sqrt{0.003}$$
$\therefore a = 0.003$

6. 다음 보기에서 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

보기

㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $a = \pm\sqrt{x}$ 이다.

㉡ x 가 제곱근 9 이면 $x = 3$ 이다.

㉢ 7.5 의 제곱근은 존재하지 않는다.

㉣ $-\frac{7}{4}$ 의 제곱근은 $-\frac{\sqrt{7}}{2}$ 이다.

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉠, ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $x = \pm\sqrt{a}$ 이다.

㉢ 7.5 의 제곱근은 $\pm\sqrt{7.5}$ 이다.

㉣ $-\frac{7}{4}$ 은 음수이므로 제곱근은 존재하지 않는다.

7. $a < 0$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $-\sqrt{a^2} = -a$　　㉡ $\sqrt{(3a)^2} = 3a$

㉢ $\sqrt{(-2a)^2} = -2a$　　㉣ $-\sqrt{25a^2} = 5a$

㉤ $10\sqrt{100a^2} = 100a$

① ㉠, ㉡　② ㉠, ㉢　③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉣, ㉤　⑤ ㉢, ㉣

해설

$a < 0$ 이므로

㉠ $-\sqrt{a^2} = -(-a) = a$

㉡ $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

㉤ $10\sqrt{100a^2} = 10\sqrt{(10a)^2}$
$= 10 \times (-10a) = -100a$

8. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b<0$, $ab<0$ 일 때, $\sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}-\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

① 0 ② $2a$ ③ $a-b$ ④ $2b$ ⑤ $a+b$

해설

$ab<0$ 이면 a와 b의 부호가 다르다.
$a-b<0$ 이면 $a<b$ 이므로 $a<0,\ b>0$ 이다.
$a<0$ 이므로 $\sqrt{a^2}=-a$, $b>0$ 이므로 $\sqrt{b^2}=b$
$a<0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2}=\sqrt{a^2}=-a$
$b>0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2}=\sqrt{b^2}=b$
따라서
$\sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}-\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{(-b)^2}$
$=-a+b-(-a)+b$
$=2b$

9. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것은 몇 개인가?

보기

㉠ $a < \sqrt{a}$ ㉡ $a < \frac{1}{a}$

㉢ $\sqrt{a^2} = a$ ㉣ $\frac{1}{a} < \sqrt{a}$

① 없다 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$0 < a < 1$ 이므로 $a = \frac{1}{4}$ 라고 생각하고 대입하면

㉠ $\frac{1}{4} < \sqrt{\frac{1}{4}} \left(= \frac{1}{2}\right)$ (○)

㉡ $\frac{1}{4} < \frac{1}{\frac{1}{4}} (= 4)$ (○)

㉢ $a > 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = a$ (○)

㉣ $\frac{1}{\frac{1}{4}} (= 4) > \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ (×)

∴㉠, ㉡, ㉢

10. 다음 중에서 옳은 설명을 모두 고른 것은?

모든 무리수 x, y 에 대하여 ㄱ. $x+y$ 는 항상 무리수이다. ㄴ. $x-y$ 는 항상 무리수이다. ㄷ. $x\times y$ 는 항상 무리수이다. ㄹ. $x\div y$ 는 항상 무리수이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄴ, ㄷ

④ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ ⑤ 없다

해설

ㄱ. 의 반례 : $x=\sqrt{2}$, $y=-\sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$

ㄴ. 의 반례 : $x=\sqrt{2}$, $y=\sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2}-\sqrt{2}=0$

ㄷ. 의 반례 : $x=\sqrt{2}$, $y=\sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2}\times\sqrt{2}=(\sqrt{2})^2=2$

ㄹ. 의 반례 : $x=\sqrt{2}$, $y=\sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2}\div\sqrt{2}=1$

따라서, 옳은 것은 ⑤ 없다.

11. $xy < 0,\ \dfrac{y}{z} > 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$|xy - yz| - \sqrt{(yz - xz)^2} + |xy| + \sqrt{(xz)^2}$$

① $2xy$ ② xy ③ $-xy$ ④ $-xz$ ⑤ $-2xy$

해설

$xy < 0$ 이므로 x 와 y 는 서로 다른 부호이고,
$\dfrac{y}{z} > 0$ 이므로 y 와 z 는 서로 같은 부호이다.
따라서 x 와 z 는 서로 다른 부호가 된다.
$xy < 0$ 이고 $yz > 0$ 이므로 $xy - yz < 0$
$yz > 0$ 이고 $xz < 0$ 이므로 $yz - xz > 0$
$\therefore |xy - yz| - \sqrt{(yz - xz)^2} + |xy| + \sqrt{(xz)^2}$
$= -xy + yz - yz + xz - xy - xz$
$= -2xy$

12. $\sqrt{59+a}=b$라 할 때, b가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a와 그 때의 b의 합 $a+b$의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

59 보다 큰 제곱수는 $64, 81, 100, \cdots$ 이므로

$59+a=64, 81, 100\cdots$

$\therefore a=5, 22, 41, \cdots$

따라서 가장 작은 자연수 $a=5$, $b=\sqrt{59+5}=8$이다.

$\therefore a+b=5+8=13$

13. $4 < \sqrt{2n} < 7$ 을 만족하는 자연수 n 의 값 중에서 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

① 32 ② 33 ③ 34 ④ 35 ⑤ 36

해설

$4^2 < (\sqrt{2n})^2 < 7^2$

$16 < 2n < 49$

$\therefore\ 8 < n < \dfrac{49}{2} = 24.5$

$\therefore$ 최댓값 $a = 24$, 최솟값 $b = 9$

$\therefore a + b = 24 + 9 = 33$

14. $f(x)=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$이고, $S(x)=f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(x)$이라고 한다. 100 이하의 자연수 n에 대하여 $S(n)$의 값이 자연수가 되는 n을 모두 고르면?

① 8 ② 15 ③ 35 ④ 50 ⑤ 99

해설

$$S(n) = \left(\sqrt{2}-1\right)+\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)+\left(\sqrt{4}-\sqrt{3}\right)+\cdots+\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)=\sqrt{n+1}-1$$

① $n=8$일 때, $S(n)=3-1=2$
② $n=15$일 때, $S(n)=4-1=3$
③ $n=35$일 때, $S(n)=6-1=5$
④ $n=50$일 때, $S(n)=\sqrt{51}-1$
⑤ $n=99$일 때, $S(n)=10-1=9$
따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

15. $a > 3$ 일 때, $\sqrt{(-3a)^2} - \sqrt{(a-3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-4a-3$ ② $-4a+3$ ③ $-2a+3$

④ $2a-3$ ⑤ $2a+3$

해설

$\sqrt{(-3a)^2} - \sqrt{(a-3)^2} = 3a-(a-3) = 2a+3$

16. $\sqrt{50-x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 10 ⑤ 14

해설

$\sqrt{49}$ 이므로 $x=1$ 이다.

17. $\sqrt{42} < \sqrt{3x} < \sqrt{360}$ 을 만족하는 x 중에서 $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되도록 하는 x 는 몇 개인가?

① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

$\sqrt{42} < \sqrt{3x} < \sqrt{360} \rightarrow 14 < x < 120$ $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되려면 $x = 3 \times k^2$ (k는 자연수) 이어 한다.
$k^2 = 9$ 일 때, $x = 3 \times 9 = 27$
$k^2 = 16$ 일 때, $x = 3 \times 16 = 48$
$k^2 = 25$ 일 때, $x = 3 \times 25 = 75$
$k^2 = 36$ 일 때, $x = 3 \times 36 = 108$

18. a, b, c 가 $a>0$, $b>0$, $c>0$ 이고, $c>b>a$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2}-\sqrt{(b-c)^2}-\sqrt{(c-a)^2}$ 을 간단히 하면?

① $a+b+c$ ② $a-b-c$ ③ $2b-2c$

④ 0 ⑤ $2a-2b$

해설

$a-b<0,\ b-c<0,\ c-a>0$ 이므로

$\sqrt{(a-b)^2}-\sqrt{(b-c)^2}-\sqrt{(c-a)^2}$

$=-(a-b)-\{-(b-c)\}-(c-a)$

$=-a+b+b-c-c+a$

$=2b-2c$

19. $f(n)=\dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$ 일 때, $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(8)$ 의 값은?

① 2　② 3　③ $2\sqrt{2}-1$
④ $2\sqrt{2}+1$　⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$f(n)=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$ 이므로
(준식) $=\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\cdots+\sqrt{9}-\sqrt{8}$
$=-1+3=2$

20. 1부터 9까지의 숫자가 적힌 카드가 한 장씩 있다. 이 카드 중에서 임의로 3장을 뽑을 때, $\sqrt{126abc}$ 가 자연수가 되는 경우는 모두 몇 가지인가?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\sqrt{126abc} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 7 \times abc}$

$abc = 14$ 또는 $abc = 56$ 또는 $abc = 126$

$abc = 224$ 또는 $abc = 504$

$abc = 14$ 일 때, $(1, 2, 7)$

$abc = 56$ 일 때, $(1,\ 7,\ 8)$, $(2,\ 4,\ 7)$

$abc = 126$ 일 때, $(2,\ 7,\ 9)$, $(3,\ 6,\ 7)$

$abc = 224$ 일 때, $(4,\ 7,\ 8)$

$abc = 504$ 일 때, $(7,\ 8,\ 9)$