

1. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳은 것을 두 개 고르면?

① $\sqrt{15} + 1 < 2\sqrt{15} - 1$

② $2\sqrt{5} + \sqrt{7} > \sqrt{5} + 2\sqrt{7}$

③ $3\sqrt{5} - 4\sqrt{2} < 4\sqrt{5} - 3\sqrt{2}$

④ $3\sqrt{5} - 3 > 5\sqrt{5} - 2$

⑤ $3 - \sqrt{10} < 5 - 2\sqrt{10}$

해설

② $2\sqrt{5} + \sqrt{7} > \sqrt{5} + 2\sqrt{7}$

$$2\sqrt{5} + \sqrt{7} - \sqrt{5} - 2\sqrt{7} = \sqrt{5} - \sqrt{7} < 0$$

$$\therefore 2\sqrt{5} + \sqrt{7} < \sqrt{5} + 2\sqrt{7}$$

④ $3\sqrt{5} - 3 > 5\sqrt{5} - 2$

$$3\sqrt{5} - 3 - 5\sqrt{5} + 2 = -2\sqrt{5} - 1 < 0$$

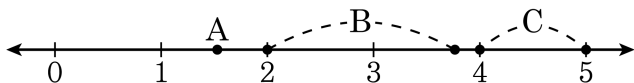
$$\therefore 3\sqrt{5} - 3 < 5\sqrt{5} - 2$$

⑤ $3 - \sqrt{10} < 5 - 2\sqrt{10}$

$$3 - \sqrt{10} - 5 + 2\sqrt{10} = -2 + \sqrt{10} > 0$$

$$\therefore 3 - \sqrt{10} > 5 - 2\sqrt{10}$$

2. 보기의 내용은 다음의 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 틀린 것은 모두 몇 개인가?



보기

- ㉠ $\sqrt{17}$ 은 C 구간에 위치한다.
- ㉡ $-\sqrt{2} + 3$ 은 점 A 에 대응한다.
- ㉢ B 구간에 존재하는 유리수는 유한개다.
- ㉣ C 구간에 있는 무리수 $\sqrt{n}$ 의 개수는 10 개이다. (단, n 은 자연수이다.)
- ㉤ $\sqrt{19} - 4$ 는 점 A 의 왼쪽에 위치한다.

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

- ㉢ B 구간에 존재하는 유리수는 무한개이다.
- ㉣ C 구간에 있는 무리수 $\sqrt{n}$ 의 개수는 $\sqrt{17} \sim \sqrt{24}$, 총 8 개이다.

3. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{6} = b$ 일 때, $\sqrt{0.96} + \sqrt{200}$ 을 a , b 를 이용하여 나타내면?

① $5a + \frac{1}{10}b$

② $5a + \frac{1}{20}b$

③ $10a + \frac{2}{5}b$

④ $10a + \frac{1}{25}b$

⑤ $15a + \frac{1}{20}b$

해설

$$\sqrt{0.96} = \sqrt{\frac{96}{100}} = \frac{\sqrt{2^4 \times 6}}{10} = \frac{4\sqrt{6}}{10} = \frac{2}{5}b$$

$$\sqrt{200} = \sqrt{2 \times 100} = 10\sqrt{2} = 10a$$

$$\therefore \sqrt{0.96} + \sqrt{200} = 10a + \frac{2}{5}b$$

4. $\frac{3\sqrt{a-4}}{\sqrt{18}} = 3$ 일 때, a 의 값은?

① 24

② 22

③ 20

④ 18

⑤ 16

해설

$$\frac{3\sqrt{a-4}}{\sqrt{18}} = \frac{3\sqrt{a-4} \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{a-4} \times \sqrt{2}}{2} = 3$$

$$\sqrt{a-4} \times \sqrt{2} = 6 = \sqrt{36}$$

$$(a-4) \times 2 = 36$$

$$a-4 = 18$$

$$\therefore a = 22$$

5. 제곱근표에서 $\sqrt{30} = 5.477$ 일 때, $\sqrt{a} = 0.05477$ 을 만족하는 a 의 값을 구하면?

① 3000

② 300

③ 3

④ 0.3

⑤ 0.003

해설

$$0.05477 = 5.477 \times \frac{1}{100} = \frac{\sqrt{30}}{100}$$

$$= \sqrt{30 \times \frac{1}{10000}}$$

$$= \sqrt{\frac{3}{1000}} = \sqrt{0.003}$$

$$\therefore a = 0.003$$

6. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $a = \pm \sqrt{x}$ 이다.

㉡ x 가 제곱근 9 이면 $x = 3$ 이다.

㉢ 7.5 의 제곱근은 존재하지 않는다.

㉤ $-\frac{7}{4}$ 의 제곱근은 $-\frac{\sqrt{7}}{2}$ 이다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $x = \pm \sqrt{a}$ 이다.

㉢ 7.5 의 제곱근은 $\pm \sqrt{7.5}$ 이다.

㉤ $-\frac{7}{4}$ 은 음수이므로 제곱근은 존재하지 않는다.

7. $a < 0$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $-\sqrt{a^2} = -a$

㉡ $\sqrt{(3a)^2} = 3a$

㉢ $\sqrt{(-2a)^2} = -2a$

㉣ $-\sqrt{25a^2} = 5a$

㉤ $10\sqrt{100a^2} = 100a$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉣, ㉤

⑤ ㉢, ㉣

해설

$a < 0$ 이므로

㉠ $-\sqrt{a^2} = -(-a) = a$

㉡ $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

㉤ $10\sqrt{100a^2} = 10\sqrt{(10a)^2}$
 $= 10 \times (-10a) = -100a$

8. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b < 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

① 0

② $2a$

③ $a - b$

④ $2b$

⑤ $a + b$

해설

$ab < 0$ 이면 a 와 b 의 부호가 다르다.

$a - b < 0$ 이면 $a < b$ 이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.

$a < 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = -a$, $b > 0$ 이므로 $\sqrt{b^2} = b$

$a < 0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = -a$

$b > 0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2} = \sqrt{b^2} = b$

따라서

$$\begin{aligned} & \sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2} \\ &= -a + b - (-a) + b \\ &= 2b \end{aligned}$$

9. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것은 몇 개인가?

보기

㉠ $a < \sqrt{a}$

㉡ $a < \frac{1}{a}$

㉢ $\sqrt{a^2} = a$

㉣ $\frac{1}{a} < \sqrt{a}$

① 없다

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 4 개

해설

$0 < a < 1$ 이므로 $a = \frac{1}{4}$ 라고 생각하고 대입하면

㉠ $\frac{1}{4} < \sqrt{\frac{1}{4}} \left(= \frac{1}{2} \right)$ (○)

㉡ $\frac{1}{4} < \frac{1}{\frac{1}{4}} (= 4)$ (○)

㉢ $a > 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = a$ (○)

㉣ $\frac{1}{\frac{1}{4}} (= 4) > \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ (×)

∴ ㉠, ㉡, ㉢

10. 다음 중에서 옳은 설명을 모두 고른 것은?

모든 무리수 x, y 에 대하여

ㄱ. $x + y$ 는 항상 무리수이다.

ㄴ. $x - y$ 는 항상 무리수이다.

ㄷ. $x \times y$ 는 항상 무리수이다.

ㄹ. $x \div y$ 는 항상 무리수이다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄴ, ㄷ

④ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

⑤ 없다

해설

ㄱ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = -\sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

ㄴ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$

ㄷ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2})^2 = 2$

ㄹ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$

따라서, 옳은 것은 ⑤ 없다.

11. $xy < 0$, $\frac{y}{z} > 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$|xy - yz| - \sqrt{(yz - xz)^2} + |xy| + \sqrt{(xz)^2}$$

① $2xy$

② xy

③ $-xy$

④ $-xz$

⑤ $-2xy$

해설

$xy < 0$ 이므로 x 와 y 는 서로 다른 부호이고,

$\frac{y}{z} > 0$ 이므로 y 와 z 는 서로 같은 부호이다.

따라서 x 와 z 는 서로 다른 부호가 된다.

$xy < 0$ 이고 $yz > 0$ 이므로 $xy - yz < 0$

$yz > 0$ 이고 $xz < 0$ 이므로 $yz - xz > 0$

$$\therefore |xy - yz| - \sqrt{(yz - xz)^2} + |xy| + \sqrt{(xz)^2}$$

$$= -xy + yz - yz + xz - xy - xz$$

$$= -2xy$$

12. $\sqrt{59+a} = b$ 라 할 때, b 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a 와 그 때의 b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

59 보다 큰 제곱수는 64, 81, 100, ... 이므로

$$59 + a = 64, 81, 100 \dots$$

$$\therefore a = 5, 22, 41, \dots$$

따라서 가장 작은 자연수 $a = 5$, $b = \sqrt{59+5} = 8$ 이다.

$$\therefore a + b = 5 + 8 = 13$$

13. $4 < \sqrt{2n} < 7$ 을 만족하는 자연수 n 의 값 중에서 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 32

② 33

③ 34

④ 35

⑤ 36

해설

$$4^2 < (\sqrt{2n})^2 < 7^2$$

$$16 < 2n < 49$$

$$\therefore 8 < n < \frac{49}{2} = 24.5$$

$$\therefore \text{최댓값 } a = 24, \text{ 최솟값 } b = 9$$

$$\therefore a + b = 24 + 9 = 33$$

14. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는 n 을 모두 고르면?

① 8

② 15

③ 35

④ 50

⑤ 99

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots +$$

$$(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

① $n = 8$ 일 때, $S(n) = 3 - 1 = 2$

② $n = 15$ 일 때, $S(n) = 4 - 1 = 3$

③ $n = 35$ 일 때, $S(n) = 6 - 1 = 5$

④ $n = 50$ 일 때, $S(n) = \sqrt{51} - 1$

⑤ $n = 99$ 일 때, $S(n) = 10 - 1 = 9$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

15. $a > 3$ 일 때, $\sqrt{(-3a)^2} - \sqrt{(a-3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-4a - 3$

② $-4a + 3$

③ $-2a + 3$

④ $2a - 3$

⑤ $2a + 3$

해설

$$\sqrt{(-3a)^2} - \sqrt{(a-3)^2} = 3a - (a-3) = 2a + 3$$

16. $\sqrt{50-x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는?

① 1

② 3

③ 5

④ 10

⑤ 14

해설

$\sqrt{49}$ 이므로 $x = 1$ 이다.

17. $\sqrt{42} < \sqrt{3x} < \sqrt{360}$ 을 만족하는 x 중에서 $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되도록 하는 x 는 몇 개인가?

① 4 개

② 5 개

③ 6 개

④ 7 개

⑤ 8 개

해설

$\sqrt{42} < \sqrt{3x} < \sqrt{360} \rightarrow 14 < x < 120$ $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되려면 $x = 3 \times k^2$ (k 는 자연수) 이어 한다.

$k^2 = 9$ 일 때, $x = 3 \times 9 = 27$

$k^2 = 16$ 일 때, $x = 3 \times 16 = 48$

$k^2 = 25$ 일 때, $x = 3 \times 25 = 75$

$k^2 = 36$ 일 때, $x = 3 \times 36 = 108$

18. a, b, c 가 $a > 0, b > 0, c > 0$ 이고, $c > b > a$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(b-c)^2} - \sqrt{(c-a)^2}$ 을 간단히 하면?

① $a + b + c$

② $a - b - c$

③ $2b - 2c$

④ 0

⑤ $2a - 2b$

해설

$a - b < 0, b - c < 0, c - a > 0$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(b-c)^2} - \sqrt{(c-a)^2} \\ &= -(a-b) - \{-(b-c)\} - (c-a) \\ &= -a + b + b - c - c + a \\ &= 2b - 2c \end{aligned}$$

19. $f(n) = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ 일 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(8)$ 의 값은?

① 2

② 3

③ $2\sqrt{2} - 1$

④ $2\sqrt{2} + 1$

⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$$f(n) = \sqrt{n+1} - \sqrt{n} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \cdots + \sqrt{9} - \sqrt{8} \\ &= -1 + 3 = 2 \end{aligned}$$

20. 1부터 9까지의 숫자가 적힌 카드가 한 장씩 있다. 이 카드 중에서 임의로 3장을 뽑을 때, $\sqrt{126abc}$ 가 자연수가 되는 경우는 모두 몇 가지인가?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\sqrt{126abc} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 7 \times abc}$$

$$abc = 14 \text{ 또는 } abc = 56 \text{ 또는 } abc = 126$$

$$abc = 224 \text{ 또는 } abc = 504$$

$$abc = 14 \text{ 일 때, } (1, 2, 7)$$

$$abc = 56 \text{ 일 때, } (1, 7, 8), (2, 4, 7)$$

$$abc = 126 \text{ 일 때, } (2, 7, 9), (3, 6, 7)$$

$$abc = 224 \text{ 일 때, } (4, 7, 8)$$

$$abc = 504 \text{ 일 때, } (7, 8, 9)$$