

1. 다음 식을 인수분해하면?

$$4a^2 - 9b^2$$

① $(2a + 3b)(2a - b)$

② $(2a + b)(2a - 3b)$

③ $(2a + 3b)(2a - 3b)$

④ $(4a + 3b)(a - 3b)$

⑤ $(2a + 9b)(2a - b)$

해설

$$4a^2 - 9b^2 = (2a)^2 - (3b)^2 = (2a + 3b)(2a - 3b)$$

2. 다음 세 식 $x^2-3x-18$, $3x^2+7x-6$, $2x^2+x-15$ 의 공통인 인수는?

① $x+3$

② $3x-2$

③ $2x-5$

④ $2x+1$

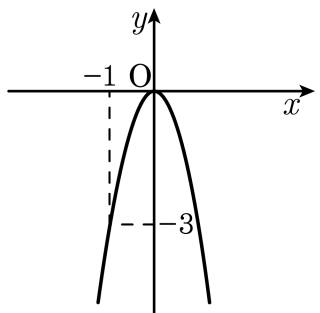
⑤ $x-6$

해설

$$\begin{aligned}x^2-3x-18 &= (x-6)(x+3) \\ 3x^2+7x-6 &= (x+3)(3x-2) \\ 2x^2+x-15 &= (2x-5)(x+3)\end{aligned}$$

따라서 공통인 인수는 $(x+3)$ 이다.

3. 다음 그림과 같은 그래프가 나타내는 이차함수의 식은?



- ① $y = -3x^2$ ② $y = -x^2$ ③ $y = 3x^2$
④ $y = \frac{1}{3}x^2$ ⑤ $y = -\frac{1}{3}x^2$

해설

$y = ax^2$ 에서 $(-1, -3)$ 을 지나므로 $-3 = a \times (-1)^2, a = -3$
 $\therefore y = -3x^2$

4. 이차함수 $y = -2x^2 - 3x + 2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동시키면 점(2, -8) 을 지난다. m 의 값을 구하면?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$y = -2x^2 - 3x + 2 + m$$

(2, -8) 을 대입하면

$$-8 = -2 \times 2^2 - 3 \times 2 + 2 + m$$

$$\therefore m = 4$$

5. $(2x-5)(x-3)-(3x+2)(x-3)$ 를 인수분해하면?

① $(x+3)(x+7)$

② $-(x+3)(x+7)$

③ $-(x-3)(x+7)$

④ $-(x-3)(x-7)$

⑤ $(x-3)(x+7)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x-3)(2x-5-3x-2) \\ &= (x-3)(-x-7) \\ &= -(x-3)(x+7)\end{aligned}$$

6. $\frac{1}{2}x^2 - 3x + \square$ 가 완전제곱식이 되기 위한 $\square$ 의 값은?

① 9

② $\frac{9}{2}$

③ $\frac{9}{4}$

④ 6

⑤ 4

해설

$$\frac{1}{2}x^2 - 3x + \square = \frac{1}{2}(x^2 - 6x + 2\square)$$

$$2\square = 9 \quad \therefore \square = \frac{9}{2}$$

7. 다음 두 다항식 $x^2 + 3x + 2$, $2x^2 + 3x - 2$ 의 공통인 인수를 제외한 나머지 인수들의 합은?

① x

② $x + 2$

③ $2x + 3$

④ $3x$

⑤ $3x + 1$

해설

$$x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2)$$

$$2x^2 + 3x - 2 = (2x - 1)(x + 2)$$

공통인 인수는 $(x + 2)$ 이고,

공통인 인수를 제외한 나머지 인수들의 합은 $(x + 1) + (2x - 1) = 3x$ 이다.

8. 다음 $x(x+1)(x+2)(x+3)+1$ 을 인수분해하면?

① $(x^2+3x+6)^2$ ② $(x^2+3x-1)^2$ ③ $(x^2-3x+3)^2$

④ $(x^2-5x+3)^2$ ⑤ $(x^2+3x+1)^2$

해설

$$(x^2+3x)(x^2+3x+2)+1$$

$$x^2+3x=A \text{ 라 하면}$$

$$\begin{aligned} A(A+2)+1 &= A^2+2A+1=(A+1)^2 \\ &= (x^2+3x+1)^2 \end{aligned}$$

9. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근은 $-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ 이다. 이 때, 두 근이 $x = a, x = b$ 인 이차방정식을 구하면?

① $x^2 - 3x + 2 = 0$

③ $x^2 - 2 - \frac{3}{4} = 0$

⑤ $x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} = 0$

② $x^2 + \frac{7}{2}x + 3 = 0$

④ $x^2 + \frac{4}{3}x - 5 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = -\frac{a}{2}$$

$$\therefore a = -2$$

$$\alpha\beta = \left(-\frac{1}{2}\right) \times \frac{3}{2} = \frac{b}{2}$$

$$\therefore b = -\frac{3}{2}$$

$$a + b = -\frac{7}{2}, ab = 3$$

$$\therefore x^2 + \frac{7}{2}x + 3 = 0$$

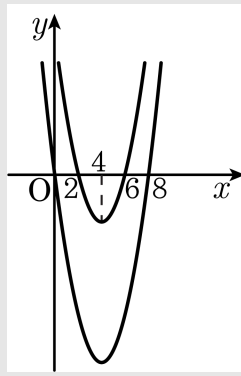
10. 이차함수 $y = x^2 - 8x + 12$ 를 y 축의 방향으로 p 만큼 평행이동하면 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 처음의 두 배가 된다고 한다. 이 때, p 의 값은?

① -12 ② -10 ③ -6 ④ -3 ⑤ 7

해설

$y = x^2 - 8x + 12 = (x - 2)(x - 6)$ 이므로 x 축과 만나는 두 점은 $(2, 0), (6, 0)$ 이고 축은 $x = 4$ 이다.

이 그래프가 y 축의 방향으로만 평행이동했으므로 그래프의 축은 변하지 않은 상태에서 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 두 배가 되려면 다음 그림처럼 좌우로 각각 2 만큼 늘어나서 $(0, 0), (8, 0)$ 을 지나게 된다.



따라서 평행이동한 식은 $y = x(x - 8) = x^2 - 8x$

이는 $y = x^2 - 8x + 12$ 를 y 축의 방향으로 -12 만큼 평행이동한 식이므로 $p = -12$ 이다.

11. 이차함수 $y = x^2 + 4ax + b$ 가 $x = 2$ 에서 최솟값 6 을 가질 때, $a + b$ 의 값은?

① -9

② -6

③ 6

④ 9

⑤ 14

해설

$$y = x^2 + 4ax + b = (x + 2a)^2 - 4a^2 + b$$

$x = 2$ 일 때, 최솟값이 6 이므로

$$y = (x - 2)^2 + 6 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } 2a = -2, a = -1$$

$$-4a^2 + b = 6, b = 10$$

$$\therefore a + b = 9$$

12. 두 수 a, b 가 $a + b < 0$, $ab < 0$, $|a| < |b|$ 를 만족할 때, $\sqrt{9a^2} + \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{4b^2}$ 을 간단히 하면? (단, $|a|$ 는 a 의 절댓값)

① $3a + b$

② $-5a - b$

③ $-5a + b$

④ $5a + b$

⑤ $5a - b$

해설

$a > 0$, $b < 0$ 이므로

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= |3a| + |-b| + |-2a| - |2b| \\ &= 3a - b + 2a + 2b \\ &= 5a + b\end{aligned}$$

13. $\sqrt{x^2+35}=y$ 이고, x, y 는 자연수일 때, y 의 값을 모두 구하면?

㉠ 6

㉡ 9

㉢ 14

㉣ 18

㉤ 20

해설

$$\sqrt{x^2+35}=y$$

$$x^2=1 \text{ 일 때 } y=6$$

$$x^2=289 \text{ 일 때 } y=18$$

14. $\sqrt{180-18a}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M , 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, Mm 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\sqrt{180-18a} = \sqrt{18(10-a)} = 3\sqrt{2} \times \sqrt{10-a}$
 $\sqrt{10-a} = \sqrt{2}$ 일 때, a 가 가장 큰 값을 가지므로
 $a = 8$
 $\sqrt{10-a} = \sqrt{8}$ 일 때, a 가 가장 작은 값을 가지므로
 $a = 2$
 $M = 8, m = 2$ 이다.
따라서 $Mm = 16$ 이다.

15. 넓이가 각각 $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$, $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 인 두 정사각형이 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x , 작은 정사각형의 한 변의 길이를 y 라 할 때, x^3y+xy^3 의 값을 구하면?

- ① 4 ② 8 ③ 14 ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

해설

$$x^2 = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}, y^2 = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$$

$$(xy)^2 = x^2y^2 = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 1$$

$$xy = 1(\because x > 0, y > 0)$$

$$\text{따라서, } x^3y + xy^3 = xy(x^2 + y^2) = 1 \times 4 = 4 \text{ 이다.}$$

16. 이차방정식 $2x^2 - 2ax + 12 = 0$ 의 두 근의 비가 $2 : 3$ 이 되는 a 의 값은?

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

두 근을 각각 $2k, 3k(k \neq 0)$ 라 하면

$$\begin{aligned} 2(x - 2k)(x - 3k) &= 2x^2 - 10kx + 12k^2 \\ &= 2x^2 - 2ax + 12 \end{aligned}$$

$$\therefore k = \pm 1$$

$$10k = 2a \text{ 이므로}$$

$$k = 1 \text{ 일 때 } a = 5$$

$$k = -1 \text{ 일 때 } a = -5$$

$$\therefore a = \pm 5$$

17. x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 A , B 두 사람이 푸는데, A 는 일차항의 계수를 잘못 보고 -3 또는 8 을 해로 얻었고, B 는 상수항을 잘못 보고 3 또는 -5 를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?

① $x = -2$ 또는 $x = 5$

② $x = -3$ 또는 $x = -5$

③ $x = -4$ 또는 $x = 6$

④ $x = 4$ 또는 $x = -6$

⑤ $x = 3$ 또는 $x = -8$

해설

구하는 이차방정식을 $x^2 + bx + c = 0$ 이라 하자.

A 는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로

$$c = (-3) \times 8 = -24$$

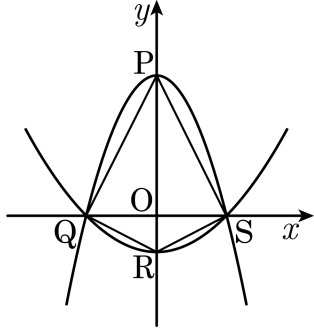
B 는 상수항을 잘못 보았으므로

$$-b = 3 + (-5) = -2, b = 2$$

따라서 처음 식은 $x^2 + 2x - 24 = 0$, $(x - 4)(x + 6) = 0$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -6$$

18. 함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동하고, $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그림을 나타낸 것이다. 이 때 다음 설명 중 옳은 것의 개수는?



- ㉠ 점 P(0, 4) 이고, 점 R(0, -1) 이다.
- ㉡ 점 Q(2, 0) 이고, 점 S(-2, 0) 이다.
- ㉢ $\overline{QS} = 8$ 이다.
- ㉤ $\triangle PRS = 5$, $\triangle QPR = 8$ 이다.
- ㉥ $\square PQRS = 12$ 이다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동한
 그래프의 식은 $y = -x^2 + 4$

함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한
 그래프의 식은 $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$

$y = -x^2 + 4$ 에 $y = 0$ 을 대입하면 점 Q(-2, 0), S(2, 0) 이다.
 $\overline{QS} = 4$

또, P(0, 4) 이고 R(0, -1)

$\triangle PRS = \triangle QPR = 5$

따라서 옳은 것은 ㉠이므로 1 개이다.

19. 이차함수 $y = x^2 + 2x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하였더니 $x = -2$ 일 때, 최솟값 3 을 가졌다. 이 때, a , b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 1$

해설

$y = x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면

$$y = (x + 1 - a)^2 + 2 + b = (x + 2)^2 + 3$$

$$\therefore a = -1, b = 1$$

20. 부등식을 만족하는 정수 x 의 개수가 가장 많은 것을 골라라.

보기

㉠ $1 < \sqrt{5-3x} < 4$

㉡ $2 < \sqrt{1-x} < \sqrt{7}$

㉢ $-1 < \sqrt{2x-3} < 2$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ $1 < \sqrt{5-3x} < 4$

각 변을 제곱하면 $1 < 5-3x < 16$ 이므로

$5-3x \geq 0$ 일 때, $1 < 5-3x < 16$ 이므로 이를 만족하는

$x = -3, -2, -1, 0, 1$

$5-3x < 0$ 일 때, $1 < -5+3x < 16$ 이므로 이를 만족하는

$x = 3, 4, 5, 6$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 9 개이다.

㉡ $2 < \sqrt{1-x} < \sqrt{7}$

각 변을 제곱하면 $4 < 1-x < 7$ 이므로

$1-x \geq 0$ 일 때, $4 < 1-x < 7$ 이므로 이를 만족하는 $x = -5, -4$

$1-x < 0$ 일 때, $4 < -1+x < 7$ 이므로 이를 만족하는 $x = 6, 7$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 4 개이다.

㉢ $-1 < \sqrt{2x-3} < 2$

각 변을 제곱하면 $1 < 2x-3 < 4$ 이므로

$2x-3 \geq 0$ 일 때, $1 < 2x-3 < 4$ 이므로 이를 만족하는 $x = 3$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 2 개이다.

그러므로 답은 ㉠ 이다.

21. 다음을 참고하여 $\sqrt{47}$ 의 소수 둘째 자리 값을 구하여라.

$$685^2 = 469225, 686^2 = 470596,$$
$$687^2 = 471969$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$469225 < 470000 < 470596$ 이므로
 $685^2 < 47 \times 10^4 < 686^2$
 $685 < \sqrt{47} \times 10^2 < 686$
 $6.85 < \sqrt{47} < 6.86$
따라서 $\sqrt{47}$ 의 소수 둘째 자리 값은 5 이다.

22. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 을 넘지 않는 최대 정수 부분을 $f(n)$ 으로 나타내고, $f(n) = 11$ 인 자연수 n 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $f\left(\frac{a-b}{3}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(n) = 11$ 이므로
 $11 \leq \sqrt{n} < 12$
 $121 \leq n < 144$
따라서 최댓값 $a = 143$, 최솟값 $b = 121$ 이다.
즉, $f\left(\frac{a-b}{3}\right) = f\left(\frac{22}{3}\right)$ 에서 $\sqrt{\frac{22}{3}}$ 를 넘지 않는 최대 정수는 2 이다.

23. α, β 는 이차방정식 $x^2 + x - 1 = 0$ 의 두 근이다. $S_n = \alpha^n + \beta^n$ 이라고 할 때, $S_4 + S_5 + S_6$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

α, β 는 $x^2 + x - 1 = 0$ 의 근이므로

$$\alpha^2 + \alpha - 1 = 0, \alpha^2 + \alpha = 1$$

$$\beta^2 + \beta - 1 = 0, \beta^2 + \beta = 1$$

$$S_4 + S_5 + S_6$$

$$= \alpha^4 + \beta^4 + \alpha^5 + \beta^5 + \alpha^6 + \beta^6$$

$$= \alpha^4 (1 + \alpha + \alpha^2) + \beta^4 (1 + \beta + \beta^2)$$

$$= \alpha^4 (1 + 1) + \beta^4 (1 + 1)$$

$$= 2 (\alpha^4 + \beta^4)$$

$$\alpha + \beta = -1, \alpha\beta = -1 \text{ 이므로}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (-1)^2 - 2 \times (-1) = 3$$

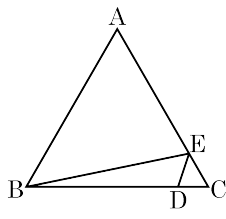
$$\alpha^4 + \beta^4 = (\alpha^2 + \beta^2)^2 - 2\alpha^2\beta^2$$

$$= 3^2 - 2 \times (-1)^2$$

$$= 9 - 2 = 7$$

$$\therefore 2 (\alpha^4 + \beta^4) = 2 \times 7 = 14$$

24. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 6 인 정삼각형에서 $\angle BED = 60^\circ$, $\overline{CD} = 1$ 일 때, 선분 AE의 길이를 구하여라. (단, $\overline{AE} > 3$)



▶ 답 :

▷ 정답 : $3 + \sqrt{3}$

해설

$\triangle ABE \sim \triangle CED$ (AA 닮음) 이므로

$$\overline{AB} : \overline{CE} = \overline{AE} : \overline{CD}$$

$\overline{AE} = x$ 라 놓으면

$$6 : (6 - x) = x : 1$$

$$\therefore 6x - x^2 = 6, x^2 - 6x + 6 = 0$$

$$\therefore x = 3 + \sqrt{3} (\because x > 3)$$

25. 이차함수 $y = x^2 - 5x - 6$ 의 그래프는 x 축과 두 점 A, B 에서 만난다고 한다. 이 때, 선분 AB 의 길이는?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 7

해설

$y = x^2 - 5x - 6$ 의 x 절편은 $y = 0$ 대입

$x^2 - 5x - 6 = 0, (x + 1)(x - 6) = 0$

$\therefore x = -1, 6$

$\therefore AB = 6 - (-1) = 7$