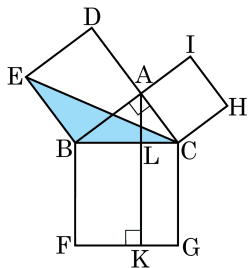


1. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그렸을 때, $\triangle EBC$ 와 넓이가 같은 것을 보기에서 모두 찾아 기호로 써라.



보기

㉠ $\triangle ABL$

㉡ $\triangle ALC$

㉢ $\triangle ABF$

㉤ $\triangle EBA$

㉥ $\triangle BLF$

㉦ $\triangle ACH$

㉧ $\triangle LKG$

㉨ $\triangle ACH$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

해설

삼각형의 합동조건과 평행선을 이용해서 $\triangle EBC$ 와 넓이가 같은 것을 찾아보면
 $\triangle EBA$, $\triangle ABF$, $\triangle BLF$ 이다.

2. 세 변을 각각 $x + 3$, $x + 5$, $x + 7$ 이 피타고라스의 수가 되도록 하는 x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(x + 7)^2 = (x + 3)^2 + (x + 5)^2$$

$$x^2 + 14x + 49 = x^2 + 6x + 9 + x^2 + 10x + 25$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0, x = -5 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\therefore x = 3 (\because x > 0)$$

3. 다음 이등변삼각형의 넓이를 구하면?

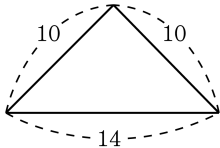
① 4

② 8

③ $2\sqrt{30}$

④ $7\sqrt{51}$

⑤ 12

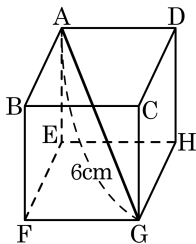


해설

$$\text{높이} = \sqrt{10^2 - 7^2} = \sqrt{51},$$

$$\text{넓이} = 14 \times \sqrt{51} \times \frac{1}{2} = 7\sqrt{51}$$

4. 정육면체의 대각선의 길이가 6cm 일 때, 이 정육면체의 부피를 구하여라.



답 :

cm³



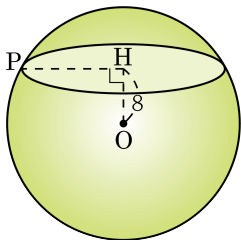
정답 : $24\sqrt{3}\text{cm}^3$

해설

$$\sqrt{3}a = 6 \Rightarrow a = 2\sqrt{3}\text{cm}$$

$$V = 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 24\sqrt{3}(\text{cm}^3)$$

5. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 17 인 구를 중심 O 에서 8 만큼 떨어진 평면으로 잘랐을 때 생기는 단면의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 225π

해설

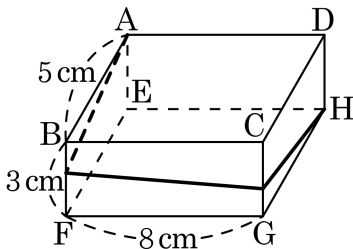
단면의 원의 반지름의 길이를 r 이라 하면 $\triangle OPH$ 가 직각삼각형
이므로

$$r^2 + 8^2 = 17^2, r^2 = 225$$

$$r > 0 \text{ 이므로 } r = 15$$

$$\therefore (\text{원의 넓이}) = \pi \times 15^2 = 225\pi$$

6. 다음 그림과 같은 직육면체가 있다. 점 A에서 실을 감아 $\overline{BF}$ 와 $\overline{CG}$ 를 거쳐 점 H에 이르는 가장 짧은 실의 길이는?



① $\sqrt{37}\text{cm}$

② $3\sqrt{37}\text{cm}$

③ $5\sqrt{37}\text{cm}$

④ $3\sqrt{35}\text{cm}$

⑤ $5\sqrt{35}\text{cm}$

해설

$$\overline{AH} = \sqrt{18^2 + 3^2} = \sqrt{3^2(36 + 1)} = 3\sqrt{37}(\text{cm})$$

7. 다항식 $A = 2x^3 - 7x^2 - 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x - 1$, 나머지가 $-7x - 2$ 이다. 다항식 $B = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은?

① 3

② 6

③ 9

④ 14

⑤ 17

해설

$$A = 2x^3 - 7x^2 - 4 = B(2x - 1) - 7x - 2 \text{ 이다.}$$

$$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = B(2x - 1)$$

좌변을 $2x - 1$ 로 나누면

$$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = (2x - 1)(x^2 - 3x + 2)$$

$$\therefore B = x^2 - 3x + 2$$

8. 다음 식 중에서 옳지 않은 것을 고르면?

① $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

② $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

③ $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

④ $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

⑤ $(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) = a^4 - a^2 + 1$

해설

$$\begin{aligned}\text{⑤ } (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) &= (a^2 + 1)^2 - a^2 \\ &= a^4 + a^2 + 1\end{aligned}$$

9. $(1 + 2x - 3x^2 + 4x^3 - 5x^4 + 6x^5 + 7x^6)^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는?

① 0

② 2

③ -2

④ 4

⑤ -4

해설

x^3 을 만들 수 있는 것은

(3차항)×(상수항), (2차항) ×(1차항)

2쌍씩이다.

$$4 \times 1 \times 2 + (-3) \times 2 \times 2 = 8 + (-12) = -4$$

10. 모든 모서리의 합이 36, 겹넓이가 56인 직육면체의 대각선의 길이는?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

직육면체의 가로, 세로, 높이를 각각 a , b , c 라 하자.

$$4(a + b + c) = 36, \quad 2(ab + bc + ca) = 56$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 81 - 56 = 25$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{대각선의 길이}) &= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \\ &= \sqrt{25} = 5 \end{aligned}$$

11. x 의 모든 값에 대하여 다음 등식이 성립할 때, 상수 a, b, c 의 값의 합을 구하여라.

$$x^3 + 1 = (x-1)(x-2)(x-3) + a(x-1)(x-2) + b(x-1) + c$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

x 에 대한 항등식이므로

$$x = 1 \text{ 일 때, } 2 = c \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x = 2 \text{ 일 때, } 9 = b + c \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$x = 3 \text{ 일 때, } 28 = 2a + 2b + c \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면 $a = 6, b = 7, c = 2$

$$\therefore a + b + c = 15$$

12. k 의 값에 관계없이 $(2k^2 - 3k)x - (k + 2)y - (k^2 - 4)z = 28$ 이 항상 성립하도록 x, y, z 의 값을 정할 때, $3x + y + z$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

주어진 식을 k 에 대해 정리하면

$$(2x - z)k^2 - (3x + y)k - (2y - 4z + 28) = 0$$

$$\therefore 2x - z = 0, 3x + y = 0, 2y - 4z + 28 = 0$$

$z = 2x$, $y = -3x$ 을 $2y - 4z + 28 = 0$ 에 대입하면

$$x = 2, y = -6, z = 4$$

$$\therefore 3x + y + z = 4$$

13. 다항식 $4x^3 - 2x^2 - 21x + \frac{45}{2}$ 가 $(x-r)^2$ 으로 나누어 떨어질 때, 양수 r 의 값은?

① 1.2

② 1.5

③ 1.8

④ 2.1

⑤ 2.4

해설

$$f(x) = 4x^3 - 2x^2 - 21x + \frac{45}{2} \cdots \textcircled{1}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-r)^2(4x-\alpha) \\ &= (x^2 - 2rx + r^2)(4x - \alpha) \\ &= 4x^3 - (\alpha + 8r)x^2 + (4r^2 + 2r\alpha)x - r^2\alpha \end{aligned}$$

①과 계수비교를 하면

$$\alpha + 8r = 2 \cdots \textcircled{2}, \quad 4r^2 + 2r\alpha = -21 \cdots \textcircled{3}$$

②에서 $\alpha = 2 - 8r$,

③에 대입하면

$$4r^2 + 2r(2 - 8r) = -21$$

$$12r^2 - 4r - 21 = 0, \quad (2r - 3)(6r + 7) = 0$$

$$\therefore r = \frac{3}{2} \quad (\because r > 0)$$

14. 다항식 $x^3 - 4x^2 + ax + b$ 가 $x^2 + 2$ 로 나누어 떨어질 때, $3a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + ax + b$$

$= (x^2 + 2)(x - \alpha)$ 라 놓을 수 있다.

$$x^3 - \alpha x^2 + 2x - 2\alpha = x^3 - 4x^2 + ax + b$$

$$\therefore \alpha = 4, \quad a = 2, \quad b = -8$$

$$\therefore 3a + b = -2$$

15. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$, $x+2$ 로 나누었을 때, 나머지가 각각 5, 3이라 한다. 이 때, 다항식 $f(x)$ 를 x^2-4 로 나눈 나머지를 구하면 $ax+b$ 이다. $4a+b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$f(2) = 5, f(-2) = 3$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4)Q(x) + ax + b \\ &= (x-2)(x+2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

$$f(2) = 2a + b = 5, f(-2) = -2a + b = 3$$

$$a = \frac{1}{2}, b = 4$$

16. $2x^3 + 9x^2 + 11x + 7 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ 가 x 에 대한 항등식일 때, a, b, c, d 를 차례로 구하면?

① 3, -1, 3, 2

② 2, 3, -1, 3

③ -3, 1, -3, -2

④ -2, -3, 1, -3

⑤ 1, -3, 4, -2

해설

조립제법을 이용하면

-1	2	9	11	7	
		-2	-7	-4	
-1	2	7	4	3	← d
		-2	-5		
-1	2	5	-1		← c
		-2			
	2	3			← b
	↑				
	a				

$a = 2, b = 3, c = -1, d = 3$

17. $(x^2+5x+4)(x^2+5x+2)-24$ 를 인수분해하면 $(x^2+ax+b)(x^2+cx+d)$ 일 때 $a+b+c+d$ 를 구하면?

- ① 16 ② -16 ③ 15 ④ 18 ⑤ 0

해설

$(x^2+5x+4)(x^2+5x+2)-24$ 에서

$x^2+5x=t$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = (t+4)(t+2) - 24$$

$$= t^2 + 6t + 8 - 24 = t^2 + 6t - 16$$

$$= (t+8)(t-2)$$

이 때 $t = x^2 + 5x$ 이므로

$$\therefore (x^2+5x+8)(x^2+5x-2)$$

$$\therefore a=5, b=8, c=5, d=-2$$

$$a+b+c+d = 5+8+5+(-2) = 16$$

18. 다음 중 다항식 $x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2$ 의 인수인 것은?

① $x + y + 2$

② $x - y + 2$

③ $x + 2y + 1$

④ $x - 2y + 1$

⑤ $x + y + 1$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + 2y^2 - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + (2y + 1)(y - 2) \\ &= (x + 2y + 1)(x + y - 2) \end{aligned}$$

19. 두 다항식 $x^2 + ax - 2$, $x^2 - 5x + b$ 의 최대공약수가 $x - 2$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -5

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 5

해설

각 식에 $x = 2$ 을 대입하면 0이 된다.

i) $x^2 + ax - 2$ 에 $x = 2$ 를 대입하면

$$4 + 2a - 2 = 0 \therefore a = -1$$

ii) $x^2 - 5x + b$ 에 $x = 2$ 를 대입하면

$$4 - 10 + b = 0 \therefore b = 6$$

$$\therefore a + b = -1 + 6 = 5$$

20. 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 최대공약수가 $x+2$ 이고, 최소공배수가 $x^3 + x^2 - 2x$ 일 때, 두 이차식의 합은?

① $2x^2 + 3x + 2$

② $2x^2 - 3x - 2$

③ $x^2 - 3x - 2$

④ $2x^2 + 3x - 2$

⑤ $x^2 - 3x + 2$

해설

$$A = Ga, B = Gb \quad (a, b \text{ 는 서로소})$$

$$G = x + 2$$

$$L = x^3 + x^2 + 2x = x(x+2)(x-1) = Gab$$

$$A = x(x+2) = x^2 + 2x$$

$$B = (x+2)(x-1) = x^2 + x - 2$$

$$A + B = 2x^2 + 3x - 2$$

21. 두 이차식의 $x^2 + ax + 2b$, $x^2 + bx + 2a$ 최대공약수가 일차식일 때 $a + b$ 의 값은?

① 0

② 2

③ -2

④ 4

⑤ 9

해설

일차식은 최대공약수를 $x - \alpha$ 라 놓으면

두 다항식은 각각 $x - \alpha$ 로 나누어 떨어지므로

$$\alpha^2 + a\alpha + 2b = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\alpha^2 + b\alpha + 2a = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} \text{ 하면 } (a - b)\alpha - 2(a - b) = 0$$

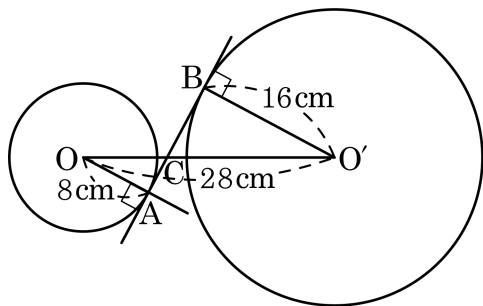
$$\therefore (a - b)(\alpha - 2) = 0$$

$a = b$ 이면 두 다항식이 같게 되어 조건이 어긋난다.

따라서 $\alpha = 2$ 일 때 이 값을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면

$$\therefore a + b = -2$$

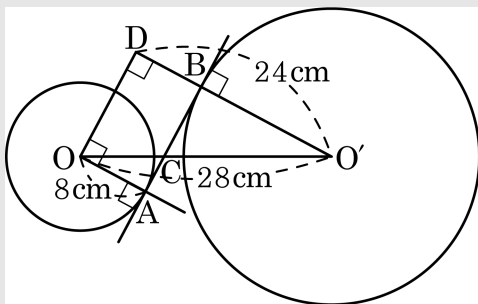
22. 다음 그림에서 반지름의 길이가 8 cm, 16 cm 인 원 O, O' 의 중심 사이의 거리는 28 cm 이다. 공통접선 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $4\sqrt{13}$ cm

해설

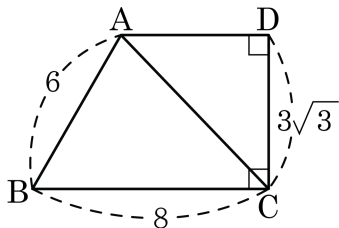


$\overline{O'B}$ 의 연장선과 점 O에서 $\overline{AB}$ 에 평행하게 그은 직선이 만나는 점을 D라 하면

$$\overline{O'D} = 16 + 8 = 24(\text{cm})$$

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \overline{OD} = \sqrt{\overline{OO'}^2 - \overline{O'D}^2} \\ &= \sqrt{28^2 - 24^2} = \sqrt{208} \\ &= 4\sqrt{13}(\text{cm})\end{aligned}$$

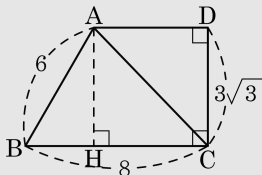
23. 가로와 세로가 8, 세로와 세로가 $3\sqrt{3}$ 인 직사각형의 한 부분을 직선으로 잘라내었다. 남은 사각형이 다음 그림과 같이 되었다. $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{13}$

해설



점 A에서 $\overline{BC}$ 에 수선의 발을 H라 하면,

$$\overline{AH} = \overline{CD} = 3\sqrt{3}$$

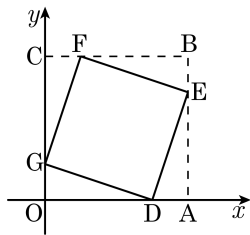
$$\triangle ABH \text{에서 } 6^2 = \overline{BH}^2 + (3\sqrt{3})^2$$

$$\therefore \overline{BH} = 3, \overline{CH} = 5 \text{ 이므로}$$

$$\triangle AHC \text{에서 } \overline{AC}^2 = (3\sqrt{3})^2 + 5^2 = 52$$

$$\therefore \overline{AC} = 2\sqrt{13}$$

24. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 있는 한 변의 길이가 $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ 인 정사각형 DEFG 가 있고, $\overline{OD}$ 의 길이는 $\overline{AD}$ 의 길이보다 3 배 길다고 할 때, 점 D 와 점 F 를 지나는 그래프의 y 절편은?



- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$\overline{OD} = 3\overline{AD}$ 이므로 $D = (a, 0)$ 이라고 하면

$$G = \left(0, \frac{1}{3}a\right)$$

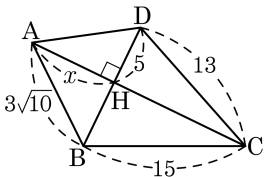
이를 피타고라스 정리에 대입하면

$$\left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2 = a^2 + \frac{a^2}{9} = \frac{10a^2}{9} \text{ 이 되어 } a = \sqrt{2} \text{가 성립한다.}$$

$D(\sqrt{2}, 0)$, $F\left(\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{4\sqrt{2}}{3}\right)$ 를 지나는 함수의 식을 구하면 $f(x) = -2x + 2\sqrt{2}$ 이다.

그러므로 함수 f 의 y 절편은 $2\sqrt{2}$ 이다.

25. 다음 그림에서 $\triangle AHD$ 의 넓이를 구하라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{15}{2}$

해설

$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로

$$(3\sqrt{10})^2 + 13^2 = \overline{AD}^2 + 225, \overline{AD}^2 = 34$$

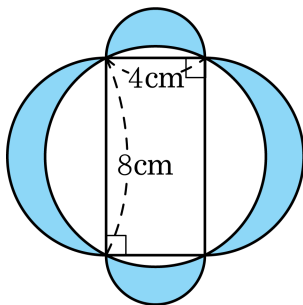
$\triangle AHD$ 는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의해

$$34 = x^2 + 25$$

$$\therefore x = 3$$

$$\triangle AHD = 3 \times 5 \times \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$$

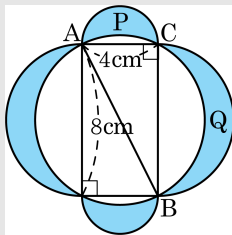
26. 다음 그림과 같이 원에 내접하는 직사각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그릴 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm²

▶ 정답 : 32 cm²

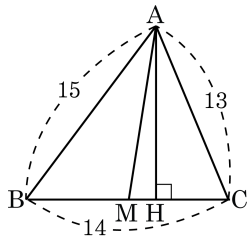
해설



색칠한 부분 P + Q의 넓이는 $\triangle ABC$ 의 넓이와 같다.
따라서 색칠한 전체 넓이는 직사각형의 넓이와 같다.

$$\therefore 4 \times 8 = 32(\text{cm}^2)$$

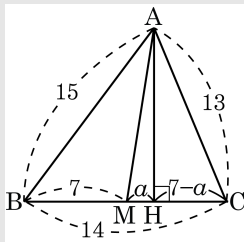
27. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점일 때, $\overline{AH} - \overline{MH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설



$\overline{MH} = a$ 라 할 때,

$$15^2 - (7 + a)^2 = 13^2 - (7 - a)^2$$

$$225 - (49 + 14a + a^2) = 169 - (49 - 14a + a^2), \quad 28a = 56, \quad a = 2$$

따라서 $\overline{MH} = a = 2$, $\overline{AH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$

이므로 $\overline{AH} - \overline{MH} = 10$

28. 좌표평면 위의 두 점 $A(-2, 1), B(1, 4)$ 에 대하여 $\overline{AP} = \overline{BP}$, $\angle APB = 90^\circ$ 가 되도록 점 P 를 잡을 때, $\triangle APB$ 의 둘레의 길이는?

① $3 + \sqrt{2}$

② $3\sqrt{2}$

③ 6

④ $6 + 3\sqrt{2}$

⑤ $6 + 6\sqrt{2}$

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(1+2)^2 + (4-1)^2} = 3\sqrt{2}$$

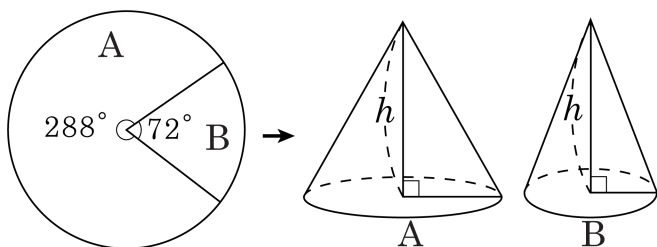
$\angle APB$ 가 직각이고 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로
 $\triangle APB$ 는 직각이등변삼각형이다.

$\overline{AP} = \overline{BP} = x$ 라 하면,

$$x^2 + x^2 = (3\sqrt{2})^2 \therefore x = 3$$

$$\therefore \triangle ABP \text{의 둘레는 } 3 + 3 + 3\sqrt{2} = 6 + 3\sqrt{2}$$

29. 반지름의 길이가 10 인 원을 다음 그림과 같이 중심각이 288° , 72° 가 되도록 잘라내어 2 개의 고깔을 만들었다. 두 고깔 A, B 의 부피를 각각 x , y 라 할 때, $\frac{x}{y}$ 의 값은?



- ① $\frac{\sqrt{6}}{24}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{12}$ ③ $2\sqrt{6}$ ④ $4\sqrt{6}$ ⑤ $6\sqrt{6}$

해설

i) 호의 길이와 밑면의 둘레

$$A : 20\pi \times \frac{288^\circ}{360^\circ} = 16\pi$$

$$\therefore r_A = 8$$

$$B : 20\pi \times \frac{72^\circ}{360^\circ} = 4\pi$$

$$\therefore r_B = 2$$

ii) 원뿔의 높이

A : 모선의 길이는 10, 밑면의 반지름의 길이는 8

$$h_A = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$$

B : 선의 길이는 10, 밑면의 반지름의 길이는 2

$$h_B = \sqrt{100 - 4} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

iii) 원뿔의 부피

A : 밑면의 반지름의 길이는 8, 높이는 6

$$V_A = \frac{1}{3} \times 8 \times 8 \times \pi \times 6 = x$$

B : 밑면의 반지름의 길이는 2, 높이는 $4\sqrt{6}$

$$V_B = \frac{1}{3} \times 2 \times 2 \times \pi \times 4\sqrt{6} = y$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{\frac{1}{3} \times 8 \times 8 \times \pi \times 6}{\frac{1}{3} \times 2 \times 2 \times \pi \times 4\sqrt{6}} = \frac{24}{\sqrt{6}} = \frac{24\sqrt{6}}{6} = 4\sqrt{6}$$

30. $(4 + 3)(4^2 + 3^2)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8)$ 을 간단히 하면?

① $4^8 + 3^8$

② $4^{15} - 3^{15}$

③ $4^{15} + 3^{15}$

④ $4^{16} - 3^{16}$

⑤ $4^{16} + 3^{16}$

해설

$$\begin{aligned} & (4 + 3)(4^2 + 3^2)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8) \\ &= (4 - 3)(4 + 3)(4^2 + 3^2)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8) \\ &= (4^2 - 3^2)(4^2 + 3^2)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8) \\ &= (4^4 - 3^4)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8) \\ &= (4^8 - 3^8)(4^8 + 3^8) \\ &= 4^{16} - 3^{16} \end{aligned}$$

31. 다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, 상수 a, b, c, d 에 대하여 $a+b+c+d$ 의 값을 구하면? (단, $a < c$)

$$(x-a)^2(bx-x^2-1) = (x-c)^2(dx-x^2-1)$$

① -4

② 4

③ 5

④ -5

⑤ 0

해설

$a < c$ 에서 $a \neq c$ 이므로 주어진 등식에서

$$x^2 - bx + 1 = (x - c)^2 \quad \therefore b = 2c, 1 = c^2$$

$$x^2 - dx + 1 = (x - a)^2 \quad \therefore d = 2a, 1 = a^2$$

$$\therefore a = -1, b = 2, c = 1, d = -2$$

$$\therefore a + b + c + d = 0$$

32. 등식 $(1 + 2x - x^2)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{20}x^{20}$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{18} + a_{20}$ 의 값은?

① -2^{10}

② -2^9

③ 0

④ 2^9

⑤ 2^{10}

해설

$$(1 + 2x - x^2)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{20}x^{20} \cdots \textcircled{㉠}$$

㉠은 x 에 대한 항등식이므로 x 에 어떤 실수 값을 대입해도 항상 성립한다.

㉠의 양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$2^{10} = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{19} + a_{20} \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠의 양변에 $x = -1$ 을 대입하면

$$(-2)^{10} = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots - a_{19} + a_{20} \cdots \textcircled{㉢}$$

㉡ + ㉢을 하면

$$2^{10} + (-2)^{10} = 2(a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{20})$$

$$2 \times 2^{10} = 2(a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{20})$$

$$\therefore a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{18} + a_{20} = 2^{10}$$

33. 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $f(x) + g(x)$ 를 $x^2 + 3x - 15$ 으로 나누면 나머지가 12이다. 또 $f(x) - g(x)$ 를 $x^2 + 3x - 15$ 로 나누면 나머지가 -2이다.

이때, $f(x)$ 를 $x^2 + 3x - 15$ 으로 나눈 나머지는?

㉠ 5

㉡ 10

㉢ 15

㉣ 20

㉤ 24

해설

$$f(x) + g(x) = (x^2 + 3x - 15) Q_1(x) + 12 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$f(x) - g(x) = (x^2 + 3x - 15) Q_2(x) - 2 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 을 하면

$$2f(x) = (x^2 + 3x - 15) (Q_1(x) + Q_2(x)) + 10$$

$$f(x) = \frac{1}{2} (x^2 + 3x - 15) (Q_1(x) + Q_2(x)) + 5$$

$\therefore$ 나머지는 5

34. $a^2b^2(a-b) + b^2c^2(b-c) + c^2a^2(c-a)$ 를 인수분해 하였을 때, 다음 중 인수가 아닌 것은?

① $a-b$

② $b-c$

③ $c-a$

④ $a+b+c$

⑤ $ab+bc+ca$

해설

문자가 여러 개일 경우 동차식이면 어느 한 문자에 대하여 정리하고

차수가 다르면 차수가 낮은 문자에 대해 정리한다.

$$\begin{aligned} \therefore (\text{준식}) &= a^3b^2 - a^2b^3 + b^3c^2 - b^2c^3 + c^3a^2 - c^2a^3 \\ &= (b^2 - c^2)a^3 - (b^3 - c^3)a^2 + b^2c^2(b - c) \\ &= (b - c)\{(b + c)a^3 - (b^2 + bc + c^2)a^2 + b^2c^2\} \\ &= (b - c)\{(c^2 - a^2)b^2 - a^2(c - a)b - a^2c(c - a)\} \\ &= (b - c)(c - a)\{(c + a)b^2 - a^2b - a^2c\} \\ &= (b - c)(c - a)\{(b^2 - a^2)c + ab(b - a)\} \\ &= (b - c)(c - a)(b - a)\{(b + a)c + ab\} \\ &= -(a - b)(b - c)(c - a)(ab + bc + ca) \end{aligned}$$

따라서 인수가 아닌 것은 ④이다.

35. 세 개의 실수 a, b, c 에 대하여 $[a, b, c] = (a - b)(a - c)$ 라 할 때,
 $[a, b, c] + [b, c, a] + [c, a, b] = 0$ 이면 $[a, b, c]$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$(a - b)(a - c) + (b - c)(b - a) + (c - a)(c - b) = 0$$

전개하여 정리하면 $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$

$$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = 0$$

$$\therefore a = b = c$$

$$\therefore [a, b, c] = (a - b)(a - c) = 0$$

36. 밑면은 넓이가 12 인 정사각형이고, 옆면은 4 개의 정삼각형인 사각뿔 $P - ABCD$ 가 있다. 점 P 에서 밑면에 내린 수선의 발을 Q , 점 Q 에서 옆면 ABP 에 내린 수선의 발을 R 이라 할 때, 선분 QR 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

정사각뿔의 한 모서리의 길이는 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

점 Q 는 밑면의 대각선의 교점이다.

$\overline{AB}$ 의 중점을 M 이라 할 때,

$$\overline{MQ} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}, \quad \overline{PM} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{3} = 3,$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{6}$$

점 R 은 $\overline{PM}$ 위에 있으므로 $\overline{PM} \perp \overline{QR}$ 이다.

$$\begin{aligned} \Delta PMQ &= \frac{1}{2} \times \overline{MQ} \times \overline{PQ} = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{6} \\ &= \frac{3}{2} \sqrt{2} = \frac{1}{2} \times 3 \times \overline{QR} \end{aligned}$$

따라서 $\overline{QR} = \sqrt{2}$ 이다.

37. x^{30} 을 $x-3$ 으로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라고 할 때, $Q(x)$ 의 계수의 총합(상수항 포함)과 R 와의 차는?

㉠ $\frac{1}{2}(3^{30} + 1)$

㉡ $\frac{1}{2} \cdot 2^{30}$

㉢ $\frac{1}{2}(3^{30} - 1)$

㉣ $2(3^{30} + 1)$

㉤ $2(3^{30} - 1)$

해설

문제의 조건으로부터

$$x^{30} = (x-3)Q(x) + R \cdots \textcircled{1}$$

이므로 몫 $Q(x)$ 는 29차의 다항식이다.

㉠의 양변에 $x=3$ 을 대입하면 $R=3^{30}$

여기에서 몫은 29차의 다항식이므로

$$Q(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{29}x^{29}$$

으로 놓으면 $Q(x)$ 의 계수의 총합은

$x=1$ 을 대입한

$$Q(1) = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{29} \text{과 같다.}$$

따라서 구하는 차는 $|Q(1) - R| \cdots \textcircled{2}$

한편 ㉠의 양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$1 = -2Q(1) + R \therefore Q(1) = \frac{1}{2}(R-1)$$

이 값을 ㉡에 대입하면

$$\begin{aligned} |Q(1) - R| &= \left| \frac{1}{2}(R-1) - R \right| = \frac{|R+1|}{2} \\ &= \frac{|3^{30}+1|}{2} = \frac{1}{2}(3^{30}+1) \end{aligned}$$