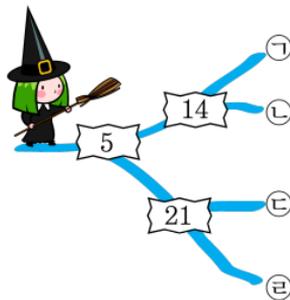


1. 다음은 온라인 수학 게임의 한 장면을 나타낸 것이다. 마법사는 길을 따라 가다가 갈림길에 주어진 수가 소수이면 오른쪽 소수가 아니면 왼쪽 길을 선택한다. 마법사의 최종 도착지는 ㉠ ~ ㉣ 중 어디인지 말하여라.

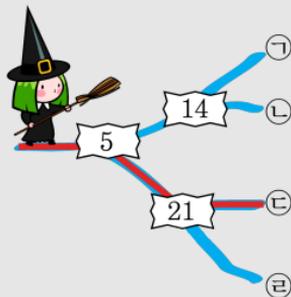


▶ 답:

▶ 정답: ㉣

해설

5는 소수이므로 첫 갈림길에서 오른쪽 길로 간다. 그 다음 21은 소수가 아니므로 두 번째 갈림길에서는 왼쪽으로 간다. 따라서 최종 도착지는 ㉣이 된다.



2. 다음 중에서 두 수가 서로소인 것은?

① (14, 22)

② (21, 49)

③ (27, 72)

④ (15, 58)

⑤ (2, 20)

해설

각각의 두 수의 최대공약수를 구해 보면

① (14, 22) \Rightarrow 2

② (21, 49) \Rightarrow 7

③ (27, 72) \Rightarrow 9

④ (15, 58) \Rightarrow 1

⑤ (2, 20) \Rightarrow 2

3. 안에 알맞은 수를 차례로 나열한 것은?

$$18 \text{의 소인수분해} : \boxed{2} \times \boxed{3} \times \boxed{}$$

$$24 \text{의 소인수분해} : \boxed{2} \times \boxed{} \times \boxed{2} \times \boxed{3}$$

$$\text{최대공약수} : \boxed{2} \times \boxed{}$$

① 2, 1, 2

② 2, 3, 3

③ 3, 1, 2

④ 3, 2, 2

⑤ 3, 2, 3

해설

$$18 \text{의 소인수분해} : 2 \times 3 \times 3$$

$$24 \text{의 소인수분해} : 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$\text{최대공약수} : 2 \times 3$$

4. 두 자연수 A 와 B 의 최대공약수가 8 일 때, 공약수의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.

최대공약수 8 을 소인수분해하면 $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3 + 1 = 4$ (개)이다.

따라서 두 자연수의 공약수의 개수는 4 개이다.

5. 어떤 수 A 를 5 로 나누었더니 몫이 7 이고, 나머지가 2 이었다. 어떤 수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$$A = 5 \times 7 + 2 = 37$$

6. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $3^3 = 27$

② $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3^2 \times 5^2 = 9 \times 25 = 225$

④ $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

⑤ $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{540}$

해설

⑤ $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{450}$

7. 12에 가능한 한 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 3$

▷ 정답: $b = 6$

해설

$$12 \times a = b^2 \text{ 에서}$$

$$12 = 2^2 \times 3$$

$$a = 3$$

$$2^2 \times 3 \times 3 = b^2$$

$$2^2 \times 3^2 = b^2$$

$$b = 2 \times 3 = 6$$

8. $2^2 \times \square$ 는 약수의 개수가 12 개인 자연수이다. 다음 중 \square 안에 알맞은 수 중 가장 작은 자연수는?

① 4

② 8

③ 15

④ 30

⑤ 32

해설

$12 = (2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1)$ 이므로

$\square = a \times b$ (a, b 는 소수),

$a \neq 2, b \neq 2$ 이므로 가장 작은 소수는 3×5 ,

$\therefore \square = 15$

9. 두 수 $2^3 \times 3^4 \times 5$, $2^a \times 5^2$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 5$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

최대공약수가 $2^2 \times 5$ 이고

$2^3 \times 3^4 \times 5$ 에서 2 의 지수가 3 이므로

$2^a \times 5^2$ 에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.

따라서 $a = 2$

10. 다음 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.

두 수 12, 18의 공배수는 의 배수이다.

▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

12의 배수는 12, 24, 36, 48, ... 이고,

18의 배수는 18, 36, 54, ... 이므로 12와 18의 공배수는 36, 72, 108, ... 이다.

따라서 36의 배수이다.

11. 이벤트 행사에 참여한 어느 단체가 지우개 36 개, 공책 60 권, 볼펜 72 개를 받았다. 이들 지우개, 공책, 볼펜을 하나도 빠짐없이 될 수 있는 대로 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려면 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

① 15 명

② 14 명

③ 12 명

④ 6 명

⑤ 4 명

해설

$$36 = 2^2 \times 3^2, 60 = 2^2 \times 3 \times 5, 72 = 2^3 \times 3^2$$

$$36, 60, 72 \text{ 의 최대공약수는 } 2^2 \times 3 = 12$$

12. 다음 중 3의 배수가 아닌 것은?

① 129

② 672

③ 501

④ 342

⑤ 781

해설

3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이다.

⑤ $7 + 8 + 1 = 16$ 은 3의 배수가 아니므로 781은 3의 배수가 아니다.

13. 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $a : b : c = 2 : 3 : 7$ 이 성립하고 세 자연수의 최소공배수가 546 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 156

해설

세 자연수를 $2 \times x, 3 \times x, 7 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x) \underline{2 \times x \quad 3 \times x \quad 7 \times x} \\ \quad 2 \quad \quad 3 \quad \quad 7 \end{array}$$

$$x \times 2 \times 3 \times 7 = 546$$

$$x = 13$$

따라서 세 자연수는 26, 39, 91 이므로 세 자연수의 합은 156 이다.

14. 가로 길이가 90cm, 세로 길이가 144cm 인 직사각형 모양의 벽에 같은 크기의 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 가능한 큰 타일을 붙이려면 타일의 한 변의 길이는 몇 cm 이어야 하는가? 또, 몇 개의 타일이 필요한가?

① 18cm, 35 개

② 12cm, 35 개

③ 18cm, 40 개

④ 12cm, 40 개

⑤ 15cm, 30 개

해설

타일의 한 변의 길이를 x cm 라 할 때,

$$90 = x \times \square, 144 = x \times \Delta$$

x 는 90 과 144 의 최대공약수

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5, 144 = 2^4 \times 3^2$$

$$\therefore x = 2 \times 3^2 = 18 \text{ (cm)}$$

$$90 = 18 \times 5, 144 = 18 \times 8 \text{ 이므로}$$

$$\text{필요한 타일의 개수는 } \therefore 5 \times 8 = 40 \text{ (개)}$$

15. 두 자연수 12와 15 어느 것으로 나누어도 3이 남는 자연수 중에서 가장 작은 수는?

① 48

② 52

③ 63

④ 70

⑤ 74

해설

어떤 수는 12와 15의 공배수 중에서 가장 작은 수이므로

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 12 \quad 15} \\ \underline{4 \quad 5} \end{array}$$

(최소공배수) : $3 \times 4 \times 5 = 60$

따라서 구하는 수는 $60 + 3 = 63$

16. 두 자연수 A 와 64 의 최대공약수는 8 이고, 최소공배수는 320 일 때, 64 와 A 의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$A \times 64 = 8 \times 320, A = 40$$

$$\therefore 64 - A = 64 - 40 = 24$$

17. 273^{100} 의 일의 자리의 숫자를 구하면?

① 1

② 3

③ 9

④ 7

⑤ 0

해설

273^{100} 의 일의 자리만 거듭제곱하여 규칙을 찾는다.

$$3^1 = 3,$$

$$3^2 = 9,$$

$$3^3 = 27,$$

$$3^4 = 81,$$

$$3^5 = 243,$$

...

3 을 거듭제곱할 때, 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1 의 네 개의 숫자가 반복된다.

273^{100} 의 지수인 100 를 4 로 나누면 25 이므로

273^{100} 의 일의 자리의 숫자는 반복되는 네 개의 숫자 중 마지막 숫자인 1 이다.

18. 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 자연수를 구하면?

① 12

② 18

③ 24

④ 36

⑤ 60

해설

$12 = 2 \times 2 \times 3$ 이므로

$(1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1)$ 에서 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$

19. a, b 의 최대공약수가 36 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 16은 a, b 의 공약수이다.
- ㉡ 1, 2, 36은 a, b 의 공약수이다.
- ㉢ a, b 의 공약수는 모두 10개이다.
- ㉣ a, b 의 공약수는 모두 72의 약수이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

a, b 의 공약수는 36의 약수와 같으므로 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36이다.

㉠. 16은 a, b 의 공약수가 아니다.

㉢. a, b 의 공약수는 9개이다.

20. 두 자연수 A, B 의 최대공약수가 5이고, $\frac{A}{B} = \frac{7}{8}$ 일 때, 두 자연수 A, B 의 최소공배수는?

① 280

② 350

③ 420

④ 490

⑤ 560

해설

A 와 B 의 최대공약수가 5 이고 $\frac{A}{B} = \frac{7}{8}$ 이므로, $A = 35 = 5 \times 7$,

$B = 40 = 2^3 \times 5$ 이다.

따라서 A 와 B 의 최소공배수는 $2^3 \times 5 \times 7 = 280$ 이다.