

1. 다음 중 제곱근을 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{81}$ ③ 1.5 ④ 155 ⑤ 66

해설

① $\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 제곱근 $= \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$

② $\left(\frac{1}{81}\right)$ 의 제곱근 $= \pm \frac{1}{9}$

③ (1.5 의 제곱근) $= \pm \sqrt{1.5}$

④ (155 는 제곱수가 아니므로 155 의 제곱근) $= \pm \sqrt{155}$

⑤ (66 은 제곱수가 아니므로 66 의 제곱근) $= \pm \sqrt{66}$

따라서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은 ②이다.

2. 다음 세 수를 큰 순서대로 나열할 때, 가운데에 위치하는 수를 구하시오.

$\sqrt{15}, 3 + \sqrt{2}, 4$

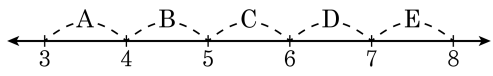
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\sqrt{15} - 4 = \sqrt{15} - \sqrt{16} < 0 \therefore \sqrt{15} < 4$
 $(3 + \sqrt{2}) - 4 = \sqrt{2} - 1 > 0 \therefore 3 + \sqrt{2} > 4$
 $\therefore \sqrt{15} < 4 < 3 + \sqrt{2}$

3. 다음 수직선에서 D 구간에 위치하는 무리수는?



- ① $3\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $6\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{50}$

해설

D 구간의 범위 : $6 < x < 7$
 $\therefore \sqrt{36} < x < \sqrt{49}$
① $3\sqrt{5} = \sqrt{45}$ 이므로 D 구간에 위치한다.

4. $x = -\sqrt{5}$, $y = \sqrt{20}$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값은?

- ① $\sqrt{15}$ ② 15 ③ 20 ④ $\sqrt{20}$ ⑤ 25

해설

$$x^2 = (-\sqrt{5})^2 = 5$$

$$y^2 = (\sqrt{20})^2 = 20$$

따라서 $x^2 + y^2 = 5 + 20 = 25$ 이다.

5. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{a^2} = a$ ② $(-\sqrt{a})^2 = a$ ③ $-\sqrt{(-a)^2} = a$
④ $(\sqrt{a})^2 = a$ ⑤ $-\sqrt{a^2} = -a$

해설

$a > 0$ 일 때,

① $\sqrt{a^2} = a$

② $(-\sqrt{a})^2 = a$

③ $-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -a$

④ $(\sqrt{a})^2 = a$

⑤ $-\sqrt{a^2} = -a$

6. $a < 0$ 일 때, 다음을 근호 없이 나타낸 것 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

㉠ $\sqrt{a^2} = -a$	㉡ $-\sqrt{(3a)^2} = -3a$
㉢ $-\sqrt{4a^2} = 2a$	㉣ $-\sqrt{(-5a)^2} = -5a$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

$$\text{㉡ } -\sqrt{(3a)^2} = -\sqrt{9a^2} = -3|a| = 3a$$

$$\text{㉣ } -\sqrt{(-5a)^2} = -\sqrt{25a^2} = -5|a| = 5a$$

7. $a > 0$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $\sqrt{4a^2} = 2a$

㉡ $-\sqrt{a^2} = a$

㉢ $-\sqrt{9a^2} = -3a$

㉣ $\sqrt{(-5a)^2} = 5a$

㉤ $-\sqrt{(-a)^2} = -a$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉡ $-\sqrt{a^2} = -a$

8. $A = (-\sqrt{9})^2 - (-\sqrt{5})^2 - \sqrt{(-2)^2}$, $B = \sqrt{8^2} \div (-\sqrt{2})^2 + \sqrt{(-5)^2} \times \left(\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2$ 일 때, AB 의 값을 구하면?

- ① -60 ② -48 ③ 10 ④ 48 ⑤ 60

해설

$$A = 9 - 5 - 2 = 2$$

$$B = (8 \div 2) + \left(5 \times \frac{1}{5}\right) = 4 + 1 = 5$$

$$AB = 2 \times 5 = 10$$

9. $a > 0, b < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{(-b)^2} - \sqrt{4a^2} - \sqrt{b^2}$ 을 간단히 하면?

① $-a - b$

② $-a - 2b$

③ a

④ $-a$

⑤ $-a + 2b$

해설

$$\begin{aligned} & a > 0 \text{ 이므로 } \sqrt{a^2} = a, \\ & b < 0 \text{ 이므로 } \sqrt{(-b)^2} = -b, \\ & (\sqrt{a^2})^2 + \sqrt{(-b)^2} - \sqrt{(2a)^2} - \sqrt{b^2} \\ & = a + (-b) - (2a) - (-b) \\ & = a - b - 2a + b = -a \end{aligned}$$

10. $0 < x$ 일 때, $\sqrt{x^2} + \sqrt{(x+3)^2}$ 를 간단히 하면?

① 3

② $x + 3$

③ $x - 3$

④ $2x$

⑤ $2x + 3$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2} + \sqrt{(x+3)^2} &= x + (x+3) \\ &= 2x + 3\end{aligned}$$

11. $3 < a < 4$ 일 때, $\sqrt{(4-a)^2} + \sqrt{(a-3)^2} - \sqrt{9(a-4)^2}$ 을 간단히 하면?

① $a - 11$

② $2a - 11$

③ $3a - 11$

④ $4a - 11$

⑤ $5a - 11$

해설

$3 < a < 4$ 이므로

$4 - a > 0, a - 3 > 0, a - 4 < 0$ 이다.

(준식) $= (4 - a) + (a - 3) + 3(a - 4) = 3a - 11$ 이다.

12. $\sqrt{\frac{54}{n^3}}$ 가 유리수가 되도록 하는 최소의 자연수 n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\sqrt{\frac{54}{n^3}} = \frac{3\sqrt{6}}{n\sqrt{n}}$ 이므로 유리수가 되기 위하여 근호가 없어져야 한다. 따라서 $\sqrt{\frac{54}{n^3}}$ 가 유리수가 되게 하는 최소의 자연수 $n = 6$ 이다.

13. $\sqrt{180x}$ 가 양의 정수가 되도록 하는 가장 작은 두 자리의 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 20$

해설

$180x = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times x$ 이고,
 x 는 가장 작은 두 자리의 자연수이므로
 $x = 2^2 \times 5 = 20$ 이다.

14. n 이 자연수이고, $1 < n < 20$ 일 때, $\sqrt{3n}$ 이 자연수가 되는 n 의 값들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\sqrt{3n}$ 에서 $n = 3 \times k^2$ 이므로 $n = 3, 12$
따라서 n 의 값들의 합은 15 이다.

15. $\sqrt{50-x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 중 세번째로 작은 값은?

- ① 1 ② 5 ③ 9 ④ 14 ⑤ 25

해설

50 보다 작은 제곱수 중 가장 큰 수부터 차례대로 구하면
49, 36, 25 이고, 이를 만족하는 자연수 x 중 세번째로 작은
값은 $\sqrt{50-x} = 25$ 가 될 때이다.

$$\sqrt{50-x} = \sqrt{25}$$

$$50-x = 25$$

$$\therefore x = 25$$

16. 다음 수를 큰 수부터 순서대로 나열할 때, 세 번째에 오는 수를 구하여라.

$$\frac{1}{3}, \sqrt{\frac{1}{3}}, -\sqrt{12}, -2, \sqrt{0.6}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

$\sqrt{0.6}$, $\sqrt{\frac{1}{3}}$, $\frac{1}{3}$, -2 , $-\sqrt{12}$ 의 순서이므로 세 번째에 오는 수는 $\frac{1}{3}$ 이다.

17. $9 < \sqrt{2x^2} \leq 14$ 를 만족하는 정수 x 의 값의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

$9 < \sqrt{2x^2} \leq 14$,
 $81 < 2x^2 \leq 196$,
 $40. \times \times < x^2 \leq 98$
따라서, 주어진 범위를 만족하는 정수
 $x = -9, -8, -7, 7, 8, 9$

18. 다음 중 유리수는 모두 몇 개인지 구하여라.

$$\sqrt{12}, -3, \frac{1}{2}, \sqrt{4}, 0.\dot{1}\dot{3}, 6.2345235 \dots$$

▶ 답: 개

▶ 정답 : 4개

해설

$$-3, \frac{1}{2}, \sqrt{4} = 2, 0.\dot{1}\dot{3} = \frac{13}{99}$$

19. 다음 보기의 수 중에서 순환하지 않는 무한소수가 되는 것을 골라라.

보기

㉠ $-\sqrt{1}$

㉡ 3.14

㉢ $\sqrt{\frac{4}{9}}$

㉣ $-\sqrt{5}$

㉤ $\sqrt{0.16}$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

$-\sqrt{1} = -1$, 3.14 , $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$, $\sqrt{0.16} = 0.4$ 는 유리수이다.

따라서 ㉣이 무리수이다.

21. 다음 보기에서 무리수는 몇 개인지 구하여라.

보기

㉠ $-\frac{1}{4}$

㉡ π

㉢ $0.\dot{2}$

㉣ $\sqrt{2}-1$

㉤ $\sqrt{5}$

㉥ $\sqrt{2^4}$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$-\frac{1}{4}$, $0.\dot{2} = \frac{2}{9}$, $\sqrt{2^4} = 2^2 = 4$ 는 유리수이다.

π , $\sqrt{2}-1$, $\sqrt{5}$ 는 무리수이다.

따라서 무리수는 3 개이다.

22. 다음 식을 만족하는 x 의 값 중에서 유리수가 아닌 것을 고르면?

① $\frac{\sqrt{x}}{3} = \frac{1}{6}$

② $\sqrt{2x} = 4$

③ $\frac{x^2}{6} = \frac{1}{3}$

④ $2x + 1 = 1$

⑤ $2x - 1 = 0.\dot{7}$

해설

③ $\frac{x^2}{6} = \frac{1}{3}$ 이면 $x^2 = 2$

$\therefore x = \pm\sqrt{2}$ 이다.

23. 다음 식 중에서 x 의 값이 무리수인 것은?

① $x^2 = 25$

② $x^2 = \frac{81}{49}$

③ $x^2 = 0.0016$

④ $x^2 = \frac{3}{27}$

⑤ $x^2 = \frac{49}{1000}$

해설

⑤ $x^2 = \frac{49}{1000}$

$x = \frac{\pm 7}{10\sqrt{10}}$: 무리수

① $x = \pm 5$: 유리수

② $x = \pm \frac{9}{7}$: 유리수

③ $x = \pm 0.04$: 유리수

④ $x = \pm \sqrt{\frac{3}{27}} = \pm \sqrt{\frac{1}{9}} = \pm \frac{1}{3}$: 유리수

24. 다음 중에서 순환하지 않는 무한소수로만으로 이루어진 것은?

① $\sqrt{21}$, $-\sqrt{7}$, $0.\dot{5}$

② $\sqrt{121}$, $\sqrt{5}-1$, $\sqrt{21}$

③ $-\sqrt{6}$, $\sqrt{3+2}$, $-\sqrt{1}$

④ $-\sqrt{\frac{1}{3}}$, $\sqrt{0.36}$, $\frac{\sqrt{4}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{2}}{3}$, $\sqrt{8.1}$, $\sqrt{4+3\sqrt{2}}$

해설

① $0.\dot{5} = \frac{5}{9}$ 는 유리수이다.

② $\sqrt{121} = 11$ 은 유리수이다.

③ $-\sqrt{1} = -1$ 은 유리수이다.

④ $\sqrt{0.36} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, $\frac{\sqrt{4}}{2} = \frac{2}{2} = 1$ 은 유리수이다.

25. 다음 중 무리수는 모두 몇 개인가?

$\sqrt{121}, \frac{\sqrt{12}}{2}, -\frac{\pi}{2}, \sqrt{0.04}, \sqrt{3}-2$

- ① 1 개
- ② 2 개
- ③ 3 개
- ④ 4 개
- ⑤ 5 개

해설

$\sqrt{121} = 11$, $\sqrt{0.04} = 0.2$: 유리수

$\frac{\sqrt{12}}{2}, -\frac{\pi}{2}, \sqrt{3}-2$: 무리수

26. 다음 중 무리수로만 묶은 것은?

① $\sqrt{0}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{4}$

② $\frac{2}{3}$, $0.\dot{3}$, $-\frac{1}{4}$

③ $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, π

④ $\sqrt{\frac{1}{10}}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{8}$

⑤ $\sqrt{(-11)^2}$, $-\sqrt{2}$, $\sqrt{7}$

해설

① $\sqrt{0} = 0$, $\sqrt{4} = 2$: 유리수

② $\frac{2}{3}$, $0.\dot{3}$, $-\frac{1}{4}$: 유리수

④ $\sqrt{9} = 3$: 유리수

⑤ $\sqrt{(-11)^2} = 11$: 유리수

27. 다음 중 옳은 것은?

- ① 무한소수는 무리수이다.
- ② 유리수는 유한소수이다.
- ③ 순환소수는 유리수이다.
- ④ 유리수가 되는 무리수도 있다.
- ⑤ 근호로 나타내어진 수는 무리수이다.

해설

- ① 무한소수 중 순환하는 소수는 유리수이다.
- ② 유리수 중에는 유한소수도 있고, 무한소수(순환소수)도 있다.
- ④ 유리수이면서 무리수가 되는 수는 없다.
- ⑤ $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$ 같은 수는 근호로 나타내었어도 유리수이다.

28. 다음 중 옳은 것은?

- ㉠ 모든 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.
- ㉡ 모든 자연수의 제곱근은 무리수이다.
- ㉢ 1의 제곱근은 1 자신뿐이다.
- ㉣ 모든 수 a 에 대하여 $\sqrt{a^2} = a$ 이다.
- ㉤ $1 + \sqrt{2}$ 는 무리수가 아니다.

해설

- ㉡ $\sqrt{1} = 1$
- ㉢ 1의 제곱근은 ± 1 이다.
- ㉣ $a > 0$ 이면 $\sqrt{a^2} = a$ 이다.
- ㉤ $\sqrt{2}$ 가 순환하지 않는 무한소수이므로 $1 + \sqrt{2}$ 도 순환하지 않는 무한소수이므로 무리수이다.

29. 다음 보기에서 옳은 것의 개수는?

보기

- ㉠ 모든 무한소수는 무리수이다.
- ㉡ 0 이 아닌 모든 유리수는 무한소수 또는 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ㉢ -100 은 $\sqrt{10000}$ 의 제곱근이다.
- ㉤ 음이 아닌 수의 제곱근은 반드시 2개가 있고, 그 절댓값은 같다.
- ㉥ $\sqrt{25} = \pm 5$
- ㉦ 모든 유리수는 유한소수이다.

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

- ㉠ 무한소수는 순환하는 무한소수(유리수)와 순환하지 않는 무한소수(무리수)로 나뉜다.
- ㉡ $\sqrt{10000} = 100$ 의 제곱근은 ± 10 이다.
- ㉢ 0 의 제곱근은 0 뿐이므로 1 개다.
- ㉤ $\sqrt{25} = 5$
- ㉥ 유리수 중 순환소수는 무한소수이다.

30. a, b 는 정수일 때, 다음 중에서 무리수의 뜻으로 옳은 것은?

- ① $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$) 으로 나타낼 수 없는 수
- ② $\frac{a}{b}$ ($a \neq 0$) 으로 나타낼 수 있는 수
- ③ $\frac{b}{a}$ 으로 나타낼 수 없는 수
- ④ $\frac{a}{b}$ 으로 나타낼 수 있는 수
- ⑤ $\frac{b}{a}$ ($b \neq 0$) 으로 나타낼 수 없는 소수

해설

무리수는 유리수가 아닌 수이므로 $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$) 으로 나타낼 수 없는 수이다.

31. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

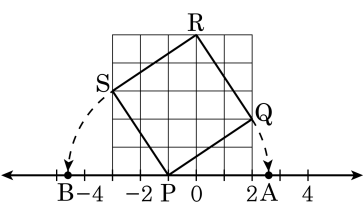
- ① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.
- ④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.
- ⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

- ③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
- ④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.

예) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

32. 다음 그림에서 □PQRS는 정사각형이고, $\overline{PQ} = \overline{PA}$, $\overline{PS} = \overline{PB}$ 이다. 두 점 A, B의 x 의 좌표를 각각 a, b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b = -2$

해설

$\overline{PQ} = \overline{PS} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$
 $A(-1 + \sqrt{13}), B(-1 - \sqrt{13})$ 이므로
 $a = -1 + \sqrt{13}, b = -1 - \sqrt{13}$
 $\therefore a+b = \sqrt{13} - 1 + (-\sqrt{13} - 1) = -2$ 이다.

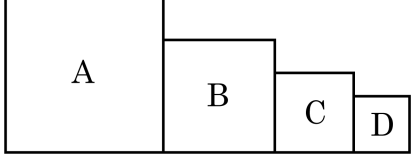
33. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① $\frac{7}{9}$ 의 제곱근은 $\pm \frac{\sqrt{7}}{3}$ 이다.
- ② 1.5 의 제곱근은 1 개이다.
- ③ 제곱근 $\frac{9}{4}$ 는 $\frac{3}{2}$ 이다.
- ④ 제곱근 25 는 5 이다.
- ⑤ 자연수가 아닌 수의 제곱근은 없다.

해설

- ② 1.5 의 제곱근은 $\pm \sqrt{1.5}$ 로 2 개이다.
- ⑤ 0 의 제곱근은 0 이다.

34. 다음 그림에서 사각형 A, B, C, D 는 모두 정사각형이다. C 의 넓이는 D 의 넓이의 2 배, B 의 넓이는 C 의 넓이의 2 배, A 의 넓이는 B 의 넓이의 2 배인 관계가 있다고 한다. A 의 넓이가 4 cm² 일 때, D 의 한 변의 길이는?



- ① $\frac{1}{4}$ cm ② $\frac{1}{2}$ cm ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ cm
 ④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ cm ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm

해설

$$(B \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (A \text{의 넓이})$$

$$(C \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (B \text{의 넓이}) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times (A \text{의 넓이})$$

$$(D \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (C \text{의 넓이}) \\ = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times (A \text{의 넓이})$$

A 의 넓이가 4 cm² 이므로

$$(D \text{의 넓이}) = \frac{1}{8} \times 4 = \frac{1}{2}$$

따라서 (D의 넓이) = (한 변의 길이)² = $\frac{1}{2}$ (cm²) 이므로

$$(\text{한 변의 길이}) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\text{cm}) \text{ 이다.}$$

35. 다음 중 옳은 것은?(단, $a > 0, b > 0$)

① $-\sqrt{0.121} = -0.11$

② $\frac{1}{\sqrt{\frac{9}{100}}} = 0.3$

③ $\sqrt{(-1)^2}$ 의 제곱근은 -1 이다.

④ $a > 0$ 이면, $\frac{-\sqrt{(-a)^2}}{a} = -1$ 이다.

⑤ $A = -(\sqrt{a})^2, B = \sqrt{(-b)^2}$ 이면, $A \times B = ab$ 이다.

해설

① $-0.11 = -\sqrt{0.11^2} = -\sqrt{0.0121}$

② $\frac{1}{\sqrt{\frac{9}{100}}} = \frac{1}{0.3} = \frac{10}{3}$

③ $\sqrt{(-1)^2} = 1$ 의 제곱근은 ± 1 이다.

⑤ $A = -(\sqrt{a})^2 = -a, B = \sqrt{(-b)^2} = b$ 이므로 $A \times B = -ab$

36. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b < 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

- ① 0 ② $2a$ ③ $a-b$ ④ $2b$ ⑤ $a+b$

해설

$ab < 0$ 이면 a 와 b 의 부호가 다르다.
 $a-b < 0$ 이면 $a < b$ 이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.
 $a < 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = -a$, $b > 0$ 이므로 $\sqrt{b^2} = b$
 $a < 0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = -a$
 $b > 0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2} = \sqrt{b^2} = b$
따라서
 $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$
 $= -a + b - (-a) + b$
 $= 2b$

37. $-1 < x < 0$ 일 때, $\sqrt{(x+1)^2} + \sqrt{x^2} + \sqrt{(1-x)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-x + 2$

해설

$x + 1 > 0, x < 0, 1 - x > 0$ 이므로
(준식) $= x + 1 - x + 1 - x = -x + 2$

38. $\sqrt{x^2 + 35} = y$ 이고, x, y 는 자연수일 때, y 의 값을 모두 구하면?

- ① 6 ② 9 ③ 14 ④ 18 ⑤ 20

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2 + 35} &= y \\ x^2 = 1 \text{ 일 때 } y &= 6 \\ x^2 = 289 \text{ 일 때 } y &= 18\end{aligned}$$

39. $\sqrt{180-18a}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M , 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, Mm 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\sqrt{180-18a} = \sqrt{18(10-a)} = 3\sqrt{2} \times \sqrt{10-a}$
 $\sqrt{10-a} = \sqrt{2}$ 일 때, a 가 가장 큰 값을 가지므로
 $a = 8$
 $\sqrt{10-a} = \sqrt{8}$ 일 때, a 가 가장 작은 값을 가지므로
 $a = 2$
 $M = 8, m = 2$ 이다.
따라서 $Mm = 16$ 이다.

40. 다음 수 중 가장 작은 수를 x , 가장 큰 수를 y 라고 할 때 $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.

보기

$$\sqrt{5}, -\sqrt{2}, \frac{\sqrt{7}}{2}, \sqrt{6}, -\sqrt{\frac{3}{4}}$$

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

가장 큰 수는 $\sqrt{6}$

가장 작은 수는 $-\sqrt{2}$

$$\therefore x^2 + y^2 = (-\sqrt{2})^2 + (\sqrt{6})^2 = 2 + 6 = 8$$

41. 다음을 계산하여라.

$$\sqrt{(\sqrt{13}-\sqrt{7})^2} + \sqrt{(\sqrt{11}-2\sqrt{3})^2} - \sqrt{(2\sqrt{3}-\sqrt{11})^2} - \sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{13})^2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{13} > \sqrt{7}, \sqrt{11} < \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \text{ 이므로} \\ & \sqrt{(\sqrt{13}-\sqrt{7})^2} + \sqrt{(\sqrt{11}-2\sqrt{3})^2} - \sqrt{(2\sqrt{3}-\sqrt{11})^2} - \\ & \sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{13})^2} \\ & = (\sqrt{13}-\sqrt{7}) - (\sqrt{11}-2\sqrt{3}) \\ & \quad - (2\sqrt{3}-\sqrt{11}) + (\sqrt{7}-\sqrt{13}) \\ & = 0 \end{aligned}$$

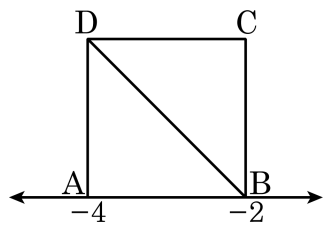
42. 다음 중 옳은 것은?

- ① 어떤 수의 제곱근은 모두 무리수이다.
- ② 두 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ③ 유리수와 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ④ 유리수와 무리수의 곱은 항상 무리수이다.
- ⑤ 무리수에 무리수를 곱하면 항상 무리수이다.

해설

- ① 제곱수의 제곱근은 유리수
- ② $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$
- ④ $0 \times \sqrt{2} = 0$
- ⑤ $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{4} = 2$

43. 다음과 같이 수직선 위의 점 $A(-4)$, $B(-2)$ 에 대하여 선분 AB 를 한 변으로 하는 정사각형 $ABCD$ 가 있다. 점 B 를 중심으로 하고, 대각선 BD 를 반지름으로 하는 반원의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 4π

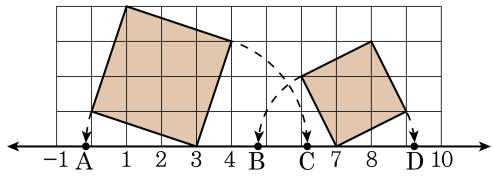
해설

정사각형 $ABCD$ 의 한 변의 길이가 $(-2) - (-4) = 2$ 이므로 대각선 BD 의 길이는 $2\sqrt{2}$ 이다.

반지름이 $2\sqrt{2}$ 인 반원의 넓이는

$\frac{1}{2} \times \pi \times (2\sqrt{2})^2 = 4\pi$ 이다.

44. 다음 그림의 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라고 할 때, $a + b + c + d$ 값은? (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



- ① 10 ② 13 ③ 17 ④ 20 ⑤ 24

해설
 $a = 3 - \sqrt{10}$, $b = 7 - \sqrt{5}$, $c = 3 + \sqrt{10}$, $d = 7 + \sqrt{5}$
 이므로 $a + b + c + d = 20$ 이다.

45. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 순환하는 무한소수는 반드시 유리수이다.
- ② 서로 다른 두 무리수 사이에는 적어도 하나 이상의 자연수가 존재한다.
- ③ 반지름의 길이가 0 이 아닌 실수인 원의 넓이는 반드시 무리수이다.
- ④ 완전제곱수의 제곱근은 항상 유리수이다.
- ⑤ 서로 다른 두 무리수의 곱은 항상 무리수이다.

해설

- ② $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 자연수가 존재하지 않는다.
 - ⑤ $\sqrt{2}$ 와 $-\sqrt{2}$ 의 곱은 유리수이다.
- 따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

46. $\sqrt{32}-2$ 와 $\sqrt{8}+3$ 중 더 작은 수와 $\sqrt{2}+2$ 와 $\sqrt{3}-1$ 중 더 큰 수의 합을 구했더니 $a\sqrt{b}$ 였다. $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=7$

해설

$\sqrt{32}-2-(\sqrt{8}+3)<0$ 이므로

$\sqrt{32}-2<\sqrt{8}+3$

$\sqrt{2}+2-(\sqrt{3}-1)>0$ 이므로

$\sqrt{2}+2>\sqrt{3}-1$

두 수의 합은 $\sqrt{32}-2+\sqrt{2}+2=4\sqrt{2}+\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

따라서 $a+b=7$ 이다.

47. 두 수 2와 5 사이에 있는 수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 표시되는 무리수의 개수는? (단, n 은 자연수)

① 18 개 ② 19 개 ③ 20 개 ④ 21 개 ⑤ 22 개

해설

$2 < \sqrt{n} < 5$ 이므로

제곱하면 $4 < n < 25$ ㉠

㉠을 만족하는 자연수는 $n = 5, 6, \dots, 24$ 의 20개, 그런데 이 중에서 9, 16은 $\sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4$ 인 유리수이므로 2개를 제외한 18개만이 무리수이다.

48. $3\sqrt{2\sqrt{18\sqrt{324}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$\begin{aligned} 3\sqrt{2\sqrt{18\sqrt{324}}} &= 3\sqrt{2\sqrt{18\sqrt{(2\times 3^2)^2}}} \\ &= 3\sqrt{2\sqrt{18\times (2\times 3^2)}} \\ &= 3\sqrt{2\sqrt{(2\times 3^2)^2}} \\ &= 3\sqrt{6^2} \\ &= 18 \end{aligned}$$

49. $\sqrt{10(n-1)}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 두 자리 자연수 n 의 값을 모두 구하여라.
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : $n= 11$
- ▷ 정답 : $n= 41$
- ▷ 정답 : $n= 91$

해설

n 이 두 자리의 자연수이므로 $10 \leq n \leq 99$
 $\therefore 9 \leq n-1 \leq 98$
 $\sqrt{10(n-1)}$ 이 자연수가 되기 위해서는
 $n-1 = 10 \times 1^2, 10 \times 2^2, 10 \times 3^2, \dots$
이때, $9 \leq n-1 \leq 98$ 을 만족해야 하므로
 $n-1 = 10 \times 1^2$ 에서 $n = 11$
 $n-1 = 10 \times 2^2$ 에서 $n = 41$
 $n-1 = 10 \times 3^2$ 에서 $n = 91$
 $\therefore n = 11, 41, 91$

50. $-4\sqrt{3} \leq x < \sqrt{26}$, $2\sqrt{2} < \sqrt{\frac{y}{2}} \leq 5$ 를 만족하는 정수 x , y 에 대해 $y - x$ 의 값의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

$y - x$ 의 값의 최댓값은 y 가 최대일 때, x 가 최소일 때이다.

$-4\sqrt{3} \leq x < \sqrt{26}$ 이 성립하는 정수 x 의 최솟값은 -6

$2\sqrt{2} < \sqrt{\frac{y}{2}} \leq 5$ 을 정리하면 $8 < \frac{y}{2} \leq 25$, 즉 $16 < y \leq 50$

이므로 정수 y 의 최댓값은 50

따라서 $y - x$ 의 최댓값은 $50 - (-6) = 56$ 이다.