

1. 다음 분수를 소수로 나타낼 때 유한소수로 나타낼 수 없는 것을 모두 고르면?

① $\frac{21}{2^2 \times 7}$

④ $\frac{33}{110}$

② $\frac{4}{15}$

⑤ $\frac{18}{2^3 \times 3^2}$

③ $\frac{6}{3^2 \times 5^3}$

해설

$\frac{4}{15} = \frac{4}{3 \times 5}$: 분모의 소인수가 3 이 있으므로 무한소수

$\frac{6}{3^2 \times 5^3}$: 분모의 소인수가 3 이 있으므로 무한소수

2. 순환소수 $4.\dot{2}\dot{3}$ 를 분수로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{127}{30}$

해설

$$4.\dot{2}\dot{3} = \frac{423 - 42}{90} = \frac{381}{90} = \frac{127}{30}$$

3. 다음 식을 간단히 한 것 중 옳은 것은?

- ① $(a^3)^3 = a^6$ ② $(a^2)^3 \times a^3 = a^8$
③ $(x^3)^2 \times (y^3)^3 = x^6y^9$ ④ $a^2 \times (b^2)^3 = a^2b^5$
⑤ $(a^2)^3 \times (b^3)^2 = a^5b^5$

해설

- ① $(a^3)^3 = a^9$
② $(a^2)^3 \times a^3 = a^6 \times a^3 = a^{6+3} = a^9$
③ $(x^3)^2 \times (y^3)^3 = x^6y^9$
④ $a^2 \times (b^2)^3 = a^2b^6$
⑤ $(a^2)^3 \times (b^3)^2 = a^6b^6$

4. $\left(\frac{x^3}{y^a}\right)^4 = \frac{x^b}{y^{16}}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$$\left(\frac{x^3}{y^a}\right)^4 = \frac{x^{12}}{y^{4a}} = \frac{x^b}{y^{16}} \Rightarrow 4a = 16$$

따라서 $a = 4$ 이고 $b = 12$ 이다.

$$\therefore a + b = 4 + 12 = 16$$

5. $3^4 = A$ 라 할 때, 다음 중 $9^3 \div 9^7$ 의 값과 같은 것은?

- ① A ② A^2 ③ A^3 ④ $\frac{1}{A}$ ⑤ $\frac{1}{A^2}$

해설

$$9^3 \div 9^7 = \frac{1}{9^4} = \frac{1}{(3^2)^4} = \frac{1}{(3^4)^2} = \frac{1}{A^2} \text{ 이다.}$$

6. $(2ab^2)^2 \times \left(\frac{a^2}{2b^3}\right)^4 \times \left(\frac{2b^4}{a^5}\right)^2$ 을 간단히 하면?

- ① 1 ② a ③ b ④ $\frac{b}{a}$ ⑤ $\frac{1}{b}$

해설

$$\begin{aligned}(2ab^2)^2 &\times \left(\frac{a^2}{2b^3}\right)^4 \times \left(\frac{2b^4}{a^5}\right)^2 \\&= 4a^2b^4 \times \frac{a^8}{16b^{12}} \times \frac{4b^8}{a^{10}} = a^0b^0 = 1\end{aligned}$$

7. $(a^2b^x)^3 \div a^y b^3 = a^5 b^9$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$(a^2b^x)^3 \div a^y b^3 = a^5 b^9$$

$$a^{6-y} b^{3x-3} = a^5 b^9$$

$$6 - y = 5 \quad \therefore y = 1$$

$$3x - 3 = 9 \quad \therefore x = 4$$

$$\therefore x + y = 5$$

8. $(2x^2y^3)^2 \times \boxed{\quad} \div 4x^2y^3 = (3y^2)^3$ 에서 $\boxed{\quad}$ 안에 알맞은 식은?

- ① $4xy$ ② $2x^2y$ ③ $3xy^2$ ④ $\frac{y}{3x}$ ⑤ $\frac{27y^3}{x^2}$

해설

$$\begin{aligned}(2x^2y^3)^2 \times \boxed{\quad} \div 4x^2y^3 &= (3y^2)^3 \\ \boxed{\quad} &= (3y^2)^3 \div (2x^2y^3)^2 \times 4x^2y^3 \\ &= 27y^6 \times \frac{1}{4x^4y^6} \times 4x^2y^3 \\ &= \frac{27y^3}{x^2}\end{aligned}$$

9. 다음 중 유리수는 몇 개인지 구하여라.

$$-\frac{1}{3}, 0, 0.01, 2\frac{1}{5}, \pi, 3, 0.121231234\cdots$$

▶ 답: 5 개

▷ 정답: 5 개

해설

유리수인 것은 $-\frac{1}{3}$, 0, 0.01, $2\frac{1}{5}$, 3
 $\therefore 5$ 개

10. 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것을 모두 골라라.

$$\textcircled{④} \frac{24}{48}$$

$$\textcircled{②} \frac{12}{60}$$

$$\textcircled{⑤} -\frac{24}{15}$$

$$\textcircled{③} \frac{14}{5 \times 7^2}$$

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때 분모의 소인수가 2나 5뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

$$\textcircled{①} \frac{24}{15} = \frac{24}{3 \times 5} = \frac{8}{5}$$

$$\textcircled{②} \frac{12}{60} = \frac{2^2 \times 3}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{5}$$

$$\textcircled{⑤} -\frac{24}{15} = -\frac{2^3 \times 3}{3 \times 5} = -\frac{2^3}{5}$$

이므로 유한소수이다.

$$\textcircled{③} \frac{14}{5 \times 7^2} = \frac{2}{5 \times 7}$$

$$\textcircled{④} \frac{25}{48} = \frac{5^2}{2^4 \times 3}$$

이므로 유한소수로 나타낼 수 없다.

11. $\frac{7}{2 \times a}$ 를 소수로 나타낼 때 유한소수가 되도록 하려고 한다. a 의 값으로 적당하지 않은 것은?

① 14 ② 21 ③ 25 ④ 56 ⑤ 70

해설

유한소수가 되려면 기약분수의 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 한다.

그 외의 소인수를 갖는 것을 찾으면 되므로 ②이다.

12. 유리수 $\frac{15a}{84}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 한다. 이때, a 가 될 수 있는 수 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$\frac{15a}{84} = \frac{3 \times 5 \times a}{2^2 \times 3 \times 7}$$

a 가 7의 배수이면 유한소수가 된다.

$$\therefore a = 7$$

13. 다음 분수 $\frac{217}{990}$ 을 소수로 나타낼 때, 순환마디는?

- ① 219 ② 19 ③ 217 ④ 17 ⑤ 15

해설

$$217 \div 990 = 0.\overline{219} , \text{순환마디 } 19$$

14. 분수 $\frac{x}{900}$ 를 소수로 나타내면 $0.\overline{52444\cdots}$ 일 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 472

해설

$$0.\overline{524} = 0.52\dot{4} = \frac{472}{900}$$
$$\frac{472}{900} = \frac{x}{900}$$
$$\therefore x = 472$$

15. 다음 순환소수 중 정수인 것을 모두 구하면?

- ① $2.\dot{9}$ ② $4.\dot{6}$ ③ $5.\dot{0}\dot{9}$ ④ $1.\dot{9}$ ⑤ $3.\dot{4}$

해설

$$\textcircled{1} 2.\dot{9} = \frac{29 - 2}{9} = \frac{27}{9} = 3 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{2} 4.\dot{6} = \frac{46 - 4}{9} = \frac{42}{9} = \frac{14}{3}$$

$$\textcircled{3} 5.\dot{0}\dot{9} = \frac{509 - 5}{99} = \frac{504}{99} = \frac{56}{11}$$

$$\textcircled{4} 1.\dot{9} = \frac{19 - 1}{9} = \frac{18}{9} = 2 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{5} 3.\dot{4} = \frac{34 - 3}{9} = \frac{31}{9}$$

16. 다음 중 소수점 아래 50번째 자리의 숫자가 가장 작은 것은?

- ① $0.\dot{9}$ ② $0.\dot{2}\dot{7}$ ③ $0.\dot{1}2\dot{5}$ ④ $2.3\dot{4}\dot{5}$ ⑤ $2.74\dot{3}$

해설

- ① $50 = 1 \times 50$ 이므로 9
② $50 = 2 \times 25$ 이므로 7
③ $50 = 3 \times 16 + 2$ 이므로 2
④ $50 - 1 = 2 \times 24 + 1$ 이므로 4
⑤ $50 - 2 = 1 \times 48$ 이므로 3

17. $x = 2\dot{3}$ 일 때, $x + \frac{1}{\frac{1}{x} - 1}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{53}{90}$ ② $\frac{12}{45}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{7}{30}$ ⑤ $\frac{2}{9}$

해설

$$\begin{aligned} x &= \frac{21}{9} \\ (\text{준식}) &= x + \frac{1}{\frac{1}{1-x}} \\ &= x + \frac{x}{1-\frac{21}{9}} \\ &= \frac{21}{9} + \frac{9}{1-\frac{21}{9}} \\ &= \frac{21}{9} - \frac{21}{12} = \frac{84}{36} - \frac{63}{36} \\ &= \frac{21}{36} = \frac{7}{12} \end{aligned}$$

18. 다음 중 순환소수를 x 로 놓고 분수로 고칠 때, 식 $1000x - 10x$ 가 가장 편리하게 사용되는 것은?

- ① $0.\dot{3}1$ ② $0.\dot{8}$ ③ $0.2\dot{5}\dot{8}$ ④ $2.\dot{5}\dot{7}$ ⑤ $0.\dot{7}5\dot{6}$

해설

③ $1000x$ 와 $10x$ 의 소수점 아래 부분이 일치하는 $0.2\dot{5}\dot{8}$ 을 분수로 고칠 때 가장 편리한 식이 된다.

19. 다음 수를 크기가 작은 것부터 차례대로 나열할 때 네 번째에 해당하는 것은?

- ① 0.453 ② $0.\dot{4}5\dot{3}$ ③ $0.4\dot{5}\dot{3}$
④ $0.\dot{4}5\dot{3}$ ⑤ $0.4\dot{5}3\dot{0}$

해설

- ① 0.453
② 0.45353…
③ 0.4533…
④ 0.453453…
⑤ 0.4530530…

이므로 ② > ④ > ③ > ⑤ > ① 이다.

20. x 에 관한 일차방정식 $0.\dot{1} - 0.\dot{0}\dot{7} = 0.\dot{0}\dot{3}x$ 의 해를 구하면?

- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\frac{1}{9} - \frac{7}{99} = \frac{3}{99}x$$

$$\frac{11 - 7}{99} = \frac{3}{99}x$$

$$\therefore x = \frac{4}{3}$$

21. $\frac{5}{27}, \frac{23}{27}$ 을 각각 소수로 나타내면 $x - 0.\dot{4}, y + 0.\dot{4}$ 이다. $\frac{x}{y}$ 의 값은?

- ① $\frac{3}{11}$ ② $\frac{4}{11}$ ③ $\frac{8}{11}$ ④ $\frac{13}{11}$ ⑤ $\frac{17}{11}$

해설

$$\frac{5}{27} = x - \frac{4}{9}$$

$$x = \frac{17}{27}$$

$$\frac{23}{27} = y + \frac{4}{9}$$

$$y = \frac{11}{27}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{\frac{17}{27}}{\frac{11}{27}} = \frac{17}{11}$$

22. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 하나는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{4}1$ 이 되었고, 제니는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{4}\dot{7}$ 이 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

① $\frac{40}{99}$ ② $\frac{41}{99}$ ③ $\frac{42}{99}$ ④ $\frac{43}{99}$ ⑤ $\frac{47}{99}$

해설

하나 : $0.\dot{4}1 = \frac{41}{99}$,

제니 : $0.\dot{4}\dot{7} = \frac{43}{90}$

따라서 처음의 기약분수는

$\frac{(제니가 본 분자)}{(하나가 본 분모)} = \frac{43}{99} = A$ 이다.

23. 분수 $\frac{38}{111}$ 을 x 라 할 때, $x \times (10^3 - 1)$ 은 몇 자리 정수인지 구하여라.

▶ 답: 자리 정수

▷ 정답: 세 자리 정수

해설

$$\frac{38}{111} \times (10^3 - 1) = \frac{38}{111} \times 999 = 38 \times 9 = 342$$

24. $4x^4 \div x^2 \div (2x)^3$ 을 간단히 하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{2x}$

해설

$$4x^4 \times \frac{1}{x^2} \times \frac{1}{8x^3} = \frac{4x^4}{8x^5} = \frac{1}{2x}$$

25. $(5x^a)^b = 125x^9$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$5^b = 125 = 5^3, b = 3$$

$$x^{ab} = x^9$$

$$ab = 9$$

$$a = 3$$

$$\therefore a + b = 6$$

26. $\left(-\frac{3x^ay^4}{bz^3}\right)^2 = \frac{9x^4y^c}{16z^d}$ 을 만족하는 a, b, c, d 가 있을 때, $a+b+c+d$ 의 값은?(단, $b > 0$)

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$$\frac{9x^{2a}y^8}{b^2z^6} = \frac{9x^4y^c}{16z^d}$$
$$2a = 4 \quad \therefore a = 2$$
$$b^2 = 16 \quad \therefore b = 4$$
$$c = 8, \quad d = 6$$

$$\therefore a + b + c + d = 20$$

27. $3^x \times 3^2 = 729$ 이고 $2^2 \times 4^3 \div 8 = 2^y$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$3^{x+2} = 3^6, \quad x = 4,$$

$$2^{2+6-3} = 2^y, \quad y = 5$$

$$\therefore x + y = 9$$

28. $2^3 \times 4^x = 128$ 이고 $3^3 \div 9 \times 27 = 3^y$ 일 때, xy 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$2^3 \times (2^2)^x = 2^{3+2x} = 2^7$$

$$3 + 2x = 7$$

$$x = 2$$

$$3^3 \div 3^2 \times 3^3 = 3^{3-2+3} = 3^4$$

$$y = 4$$

$$\therefore xy = 8$$

29. 다음 중 알맞은 수를 찾아 $A + B + C$ 를 구하여라.

$$\begin{array}{ll} \textcircled{\text{R}} \quad a^A \div a^3 = \frac{1}{a} & \textcircled{\text{L}} \quad (x^B)^3 \div (x^2)^5 = \frac{1}{x^4} \\ \textcircled{\text{S}} \quad (y^3)^C \times y \times y^6 = y^{18} & \end{array}$$

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{23}{3}$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{\text{R}} \quad a^A \div a^3 &= \frac{1}{a^{3-A}} = \frac{1}{a} \\ 3 - A &= 1 \\ \therefore A &= 2 \\ \textcircled{\text{L}} \quad (x^B)^3 \div (x^2)^5 &= \frac{1}{x^{2 \times 5 - B \times 3}} = \frac{1}{x^4} \\ 2 \times 5 - B \times 3 &= 4 \\ \therefore B &= 2 \\ \textcircled{\text{S}} \quad (y^3)^C \times y \times y^6 &= y^{3 \times C + 1 + 6} = y^{3 \times C + 7} = y^{18} \\ 3 \times C + 7 &= 18 \\ \therefore C &= \frac{11}{3} \\ \therefore A + B + C &= 2 + 2 + \frac{11}{3} = \frac{23}{3} \end{aligned}$$

30. □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$$16^4 \times 8^{\square} \div 32^3 = 2^7$$

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$16^4 \times 8^{\square} \div 32^3 = 2^{16} \times 2^{3 \times \square} \div 2^{15} = 2^7$$

$$2^{16+3 \times \square - 15} = 2^7$$

$$16 + 3 \times \square - 15 = 7$$

$$\therefore \square = 2$$

31. $(3ab^2c)^2 \div \left(-\frac{1}{2}abc\right)^2 \times (-3abc)$ 를 간단히 하면?

- ① $-108ab^3c$ ② $-54ab^2c$ ③ $54ab^2c$
④ $54a^2bc^2$ ⑤ $108ab^2c$

해설

$$\begin{aligned}(3ab^2c)^2 &\div \left(-\frac{1}{2}abc\right)^2 \times (-3abc) \\&= 9a^2b^4c^2 \div \frac{1}{4}a^2b^2c^2 \times (-3abc) \\&= -108ab^3c\end{aligned}$$

32. $\frac{2^{15} \times 15^{20}}{45^{10}}$ 은 몇 자리의 수인가?

- ① 8 자리 ② 10 자리 ③ 11 자리
④ 12 자리 ⑤ 13 자리

해설

$$\begin{aligned}\frac{2^{15} \times 15^{20}}{45^{10}} &= \frac{2^{15} \times (3 \times 5)^{20}}{(3^2 \times 5)^{10}} \\&= \frac{2^{15} \times 3^{20} \times 5^{20}}{3^{20} \times 5^{10}} \\&= 2^{15} \times 5^{10} \\&= 2^5 \times 2^{10} \times 5^{10} \\&= 32 \times 10^{10}\end{aligned}$$

따라서 12 자리의 수이다.

33. $a = 4^5$, $b = 5^{10} + 5$ 일 때, $a \times b$ 는 n 자리의 자연수이다. 이 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$$4^5(5^{10} + 5) = 2^{10} \times 5^{10} + 2^{10} \times 5 = (2 \times 5)^{10} + (2 \times 5) \times 2^9$$

따라서 n 은 11 자리의 자연수이다.

34. $2^{10} \times 3 \times 5^8$ 은 몇 자리의 수인가?

- ① 8자리의 수
- ② 9자리의 수
- ③ 10자리의 수
- ④ 11자리의 수
- ⑤ 12자리의 수

해설

$$2^{2+8} \times 3 \times 5^8 = 2^2 \times 3 \times (2 \times 5)^8 = 12 \times 10^8$$

따라서 10자리의 수이다.

35. 다음 세 수의 크기를 비교하여 큰 순서대로 나열하여라.

$$2^{81}, 3^{63}, 5^{36}$$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3^{63}

▷ 정답: 5^{36}

▷ 정답: 2^{81}

해설

$81 = 3^4$, $63 = 3^2 \times 7$, $36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로
세 수의 최대공약수는 $3^2 = 9$ 이다.

따라서

$$2^{81}, 3^{63}, 5^{36}$$

$(2^9)^9, (3^7)^9, (5^4)^9$ 에서

$2^9 < 5^4 < 3^7$ 이므로 세 수의 크기는 $2^{81} < 5^{36} < 3^{63}$

$$\therefore 3^{63}, 5^{36}, 2^{81}$$

36. $3^{2000} \leq n^{2000} \leq A^{1000}$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 모두 4 개일 때,
 A 의 최솟값을 구하여라. (단, A 는 자연수)

▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

각 항의 지수를 통일하면

$$3^{2000} \leq n^{2000} \leq A^{1000}$$

$$(3^2)^{1000} \leq (n^2)^{1000} \leq A^{1000}$$

따라서 $3^2 \leq n^2 \leq A$ 를 만족하는 자연수 n 의 값이 4 개이므로
순서대로 $n = 3, 4, 5, 6$ 이다.

$$\therefore 6^2 \leq A < 7^2$$
에서 A 의 최솟값은 36

37. $a : b = 2 : 5$ 일 때, $\frac{(2a^5b^3)^3}{(-a^4b^2)^4}$ 의 값은?

- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

해설

$$(준식) = \frac{8a^{15}b^9}{a^{16}b^8} = \frac{8b}{a}$$

$$b = \frac{5}{2}a \Rightarrow \frac{20a}{a} = 20$$

38. $\frac{7}{3}x^4 \div \left(\frac{7}{12}x^3y \right) \div \left(-\frac{1}{4}xy^2 \right)$ 을 간단히 하면?

- ① $-16x^8y^3$ ② $-\frac{16x^6}{y}$ ③ $\frac{16}{y^3}$
④ $-\frac{1}{16y^3}$ ⑤ $-\frac{16x^8}{y^3}$

해설

$$\frac{7x^4}{3} \times \frac{12}{7x^3y} \times \left(-\frac{4}{xy^2} \right) = -\frac{16}{y^3}$$

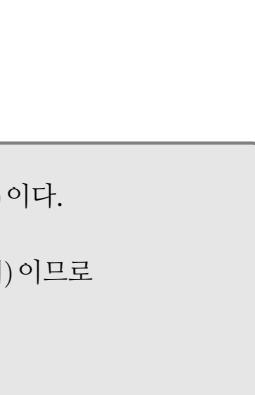
39. $x = 2, y = 3$ 일 때 $\left(-\frac{2}{3}xy^2\right)^2 \div \frac{1}{3}x^2y^3 \times \frac{1}{2}xy$ 의 값은?

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned}& \frac{4}{9}x^2y^4 \times \frac{3}{x^2y^3} \times \frac{1}{2}xy \\&= \frac{2}{3}x^{2-2+1}y^{4-3+1} \\&= \frac{2}{3}xy^2 = \frac{2}{3} \times 2 \times 3^2 = 12\end{aligned}$$

40. 다음 그림은 밑면이 정사각형인 직육면체이다. ⑦의 직육면체는 밑면인 정사각형의 한 변의 길이가 $4x$ 이고, 높이가 $5y$ 이다. ⑦과 ⑧의 부피가 같고, ⑧의 밑면인 정사각형의 한 변의 길이가 $2x$ 라면 ⑧의 높이는 얼마인 지 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $20y$

해설

직육면체의 부피는 (가로)×(세로)×(높이)이다.

$$\textcircled{7} \text{의 부피} = (4x)^2 \times 5y = 80x^2y$$

$$\textcircled{8} \text{의 부피} = (2x)^2 \times (\text{높이}) = 4x^2 \times (\text{높이}) \text{이므로}$$

$$80x^2y = 4x^2 \times (\text{높이})$$

$$\therefore (\text{높이}) = 20y$$

41. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \dots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌 유리수의 개수는?

① 4개 ② 18개 ③ 22개 ④ 62개 ⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n 은 9의 배수이므로 22 개, 이때 정수가 되게 하는 n 은 45의 배수로 4개이다.

따라서 $22 - 4 = 18$ 개이다.

42. $\frac{2}{125}$ 를 유한소수로 나타내기 위하여 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a + n$ 의 최솟값을 구하여라. (단, a, n 은 자연수)

▶ 답:

▷ 정답: 19

해설

$$\frac{2}{125} = \frac{2}{5^3} \text{의 분자, 분모에 } 2^3 \text{ 을 곱하면 } \frac{2^4}{2^3 \times 5^3} = \frac{16}{10^3}$$

$$\therefore a = 16, n = 3$$

$$\therefore a + n = 16 + 3 = 19$$

43. 무한소수 $\frac{7}{110}$ 과 $\frac{1}{35}$ 에 자연수 a 를 곱했더니 모두 유한소수가 되었다.
이러한 a 값 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 77

해설

$\frac{7}{110} \times a = \frac{7}{2 \times 5 \times 11} \times a$ 가 유한소수가 되려면 a 는 11 의 배수.

$\frac{1}{35} \times a = \frac{1}{5 \times 7} \times a$ 가 유한소수가 되려면 a 는 7 의 배수이어야

한다.

따라서 a 는 77 의 배수이므로 가장 작은 자연수 a 는 $a = 77$ 이다.

44. $\frac{a}{450}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 기약분수로 고치면 $\frac{7}{b}$ 이다.
 a 가 두 자리의 자연수일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 113

해설

$\frac{a}{450} = \frac{a}{2 \times 3^2 \times 5^2}$ 가 유한소수이려면 a 는 9 의 배수이어야

하고, 기약분수로 고치면 $\frac{7}{b}$ 이므로 a 는 7 의 배수이다.

따라서 a 는 $3^2 \times 7 \times n$ 인 두 자리의 자연수이므로 63 이다.

$\frac{63}{450} = \frac{7}{50}$ 이므로 $b = 50$ 이다.

따라서 $a+b = 113$ 이다.

45. $\frac{1}{5} < 0.a \leq \frac{2}{3}$ 를 만족하는 자연수 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$$\frac{1}{5} < 0.a \leq \frac{2}{3} \text{에서 } \frac{1}{5} < \frac{a}{9} \leq \frac{2}{3}, \frac{9}{45} < \frac{5a}{45} \leq \frac{30}{45} \text{이므로}$$

$$9 < 5a \leq 30, \frac{9}{5} < a \leq 6$$

$$\therefore a = 2, 3, 4, 5, 6$$

46. $x = \frac{k}{24}$ (단, x 는 자연수가 아니고, k 는 100 이하의 자연수) 일 때, x 가 유한소수가 되기 위한 k 의 값의 개수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 29

해설

$$\frac{k}{24} = \frac{k}{2^3 \times 3} : \text{유한소수이려면 } k \text{는 } 3 \text{의 배수}$$

따라서, $33 - 4 = 29$

47. $12^5 = 2^m \times 3^n$ 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$$12^5 = (2^2 \times 3)^5 = 2^{10} \times 3^5$$

$$m = 10, n = 5$$

$$m + n = 15$$

48. 다음 $\boxed{\quad}$ 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.
 $3^{19} = 27^{\square+1} \div 9$

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

지수끼리의 비교를 위하여 밑을 3으로 맞추어 주면 $3^{19} = 3^{3(\square+1)} \div 3^2$ 이 되므로 지수만을 가지고 계산하면, $19 = 3(\square + 1) - 2$ 이므로
 $19 = 3\square + 1$, $\square = 6$ 이다.

49. $3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x = 1053$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$\begin{aligned}3^x &= t \text{ 로 놓으면} \\3^2 \times 3^x + 3 \times 3^x + 3^x &= 1053 \\= 9t + 3t + t &= 1053 \\13t &= 1053, t = 81 \\3^x &= 81 = 3^4 \\\therefore x &= 4\end{aligned}$$

50. $\left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^2 \times 4xy \div 4x^py^q = \frac{16y}{9x^2}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$$\left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^2 \times 4xy \div 4x^py^q = \frac{16y}{9x^2}$$

$$\frac{16}{9}x^2y^6 \times 4xy \times \frac{1}{4x^py^q} = \frac{16y}{9x^2}$$

$$\frac{16}{9}x^{3-p}y^{7-q} = \frac{16y}{9x^2}$$

$$3-p=-2 \quad \therefore p=5$$

$$7-q=1 \quad \therefore q=6$$

$$\therefore p+q=11$$