

1. 이차방정식 $ax^2 - 2x - 5 = 0$ 의 근이 $x = \frac{1 \pm \sqrt{b}}{5}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 31

해설

$$\begin{aligned} x &= \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - a(-5)}}{a} \\ &= \frac{1 \pm \sqrt{1+5a}}{a} = \frac{1 \pm \sqrt{b}}{5} \\ a &= 5, 1 + 5a = 1 + 25 = 26 = b \\ \therefore a + b &= 5 + 26 = 31 \end{aligned}$$

2. 이차방정식 $x^2 + 4ax + b = 0$ 의 근이 $x = 2 \pm 2\sqrt{3}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = 7$

해설

$x^2 + 4ax + b = 0$ 에서

$$x^2 + 4ax = -b$$

$$x^2 + 4ax + 4a^2 = -b + 4a^2$$

$$(x + 2a)^2 = -b + 4a^2$$

$$x + 2a = \pm \sqrt{4a^2 - b}$$

$$\therefore x = -2a \pm \sqrt{4a^2 - b} = 2 \pm 2\sqrt{3}$$

따라서 $a = -1$, a 값을 대입하면

$$\sqrt{4 - b} = \sqrt{12}$$

$$\therefore b = -8$$

따라서 $a - b = 7$ 이다.

3. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2(k+a)x + (k^2 - k + b) = 0$ 이 k 값에 관계없이 중근을 가질 때, $8ab$ 의 값은?

① -2 ② 2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 0

해설

$$D/4 = (k+a)^2 - (k^2 - k + b) = 0$$

k 에 대해서 정리하면

$$(2a+1)k + a^2 - b = 0, \text{ 이 식이 } k \text{에 관한 항등식이므로 } 2a+1 = 0, \quad a^2 - b = 0$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, \quad b = \frac{1}{4}$$

$$\therefore 8ab = 8 \left(-\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{4}\right) = -1$$

4. 이차방정식 $2x^2 - 2ax + 12 = 0$ 의 두 근의 비가 $2 : 3$ 이 되는 a 의 값은?

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

두 근을 각각 $2k, 3k(k \neq 0)$ 라 하면

$$\begin{aligned} 2(x - 2k)(x - 3k) &= 2x^2 - 10kx + 12k^2 \\ &= 2x^2 - 2ax + 12 \end{aligned}$$

$$\therefore k = \pm 1$$

$$10k = 2a \text{ 이므로}$$

$$k = 1 \text{ 일 때 } a = 5$$

$$k = -1 \text{ 일 때 } a = -5$$

$$\therefore a = \pm 5$$

5. x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 A , B 두 사람이 푸는데, A 는 일차항의 계수를 잘못 보고 -3 또는 8 을 해로 얻었고, B 는 상수항을 잘못 보고 3 또는 -5 를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?
- ① $x = -2$ 또는 $x = 5$ ② $x = -3$ 또는 $x = -5$
③ $x = -4$ 또는 $x = 6$ ④ $x = 4$ 또는 $x = -6$
⑤ $x = 3$ 또는 $x = -8$

해설

구하는 이차방정식을 $x^2 + bx + c = 0$ 이라 하자.
 A 는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로
 $c = (-3) \times 8 = -24$
 B 는 상수항을 잘못 보았으므로
 $-b = 3 + (-5) = -2, b = 2$
따라서 처음 식은 $x^2 + 2x - 24 = 0, (x - 4)(x + 6) = 0$
 $\therefore x = 4$ 또는 $x = -6$

6. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\begin{aligned} x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 9 - 2 + 3 = 10 \end{aligned}$$

7. $[x]$ 를 x 를 넘지 않는 가장 큰 정수라고 하면 $-2 \leq x < -1$ 일 때,
방정식 $-[x]x^2 - x + 3[x] = 0$ 의 근이 $-\frac{a}{b}$ 라고 하면 $a+b$ 의 값을
구하여라. (단, a, b 는 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$-2 \leq x < -1$ 이므로 $[x] = -2$ 이다.
따라서 $[x] = -2$ 를 대입하면 주어진 방정식은
 $2x^2 - x - 6 = 0$ 이고, 인수분해하여 정리하면
 $(2x+3)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -\frac{3}{2}$ ($\because -2 \leq x < -1$)
따라서 $a = 3, b = 2$ 이므로 $a+b = 5$ 이다.