

1. 다음 중  $y$  가  $x$  에 관한 이차함수인 것으로 짝지워진 것은?

- ㉠  $y = x(x-1) - x^2$
- ㉡ 분속  $x$ m 로 200m 달릴 때 걸린 시간  $y$  분
- ㉢ 한 변의 길이가 각각  $x$ cm,  $(5-x)$ cm 인 두 정사각형의 넓이의 합은  $y$ cm<sup>2</sup>
- ㉣ 넓이가  $y$ cm<sup>2</sup> 인 삼각형의 밑변의 길이  $x$ cm, 높이  $4x$ cm
- ㉤ 반지름의 길이가  $x$ cm 이고 중심각의 크기가  $30^\circ$  인 부채꼴의 넓이  $y$ cm<sup>2</sup>

- ① ㉠, ㉡, ㉢                      ② ㉡, ㉢, ㉣                      ③ ㉡, ㉢, ㉤
- ④ ㉠, ㉣, ㉤                      ⑤ ㉢, ㉣, ㉤

**해설**

식으로 나타내면 다음과 같다.

- ㉠  $y = -x$  (일차함수)
- ㉡ (시간) =  $\frac{\text{거리}}{\text{속력}} \therefore y = \frac{200}{x}$  (분수함수)
- ㉢  $y = x^2 + (5-x)^2 = 2x^2 - 10x + 25$  (이차함수)
- ㉣  $y = \frac{1}{2} \times x \times 4x = 2x^2$  (이차함수)
- ㉤  $y = \pi \times x^2 \times \frac{30}{360} = \frac{\pi}{12}x^2$  (이차함수)

2. 두 함수  $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$  과  $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$  이 모두  $y$  가  $x$  에 관한 이차함수가 되도록 상수  $a$  의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

- i)  $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$  이  $x$  에 관한 이차함수가 되기 위해서는  $a^2 - 3a + 2 = 0$  이어야 하므로  $(a - 1)(a - 2) = 0$   
 $\therefore a = 1$  또는  $a = 2$
- ii)  $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$  이  $x$  에 관한 이차함수가 되기 위해서는  $2a^2 - 8 \neq 0$  이어야 하므로  $a \neq \pm 2$
- i), ii) 에 의하여  $a = 1$  이다.

3. 함수  $y = f(x)$  에서  $y = x^2 + 3x - 2$  일 때,  $f(f(f(1)))$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 86

해설

$$f(1) = 1^2 + 3 - 2 = 2$$

$$f(f(1)) = f(2) = 2^2 + 3 \times 2 - 2 = 8$$

$$\therefore f(f(f(1))) = f(f(2))$$

$$= f(8)$$

$$= 8^2 + 3 \times 8 - 2 = 86$$

4. 이차함수  $f(x) = x^2 - 3$ 에 대하여  $f^1(x) = f(x)$ ,  $f^{n+1} = f(f^n(x))$ 라 할 때,  $f^{1111}(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$f^1(1) = -2$$

$$f^2(1) = f(-2) = 1$$

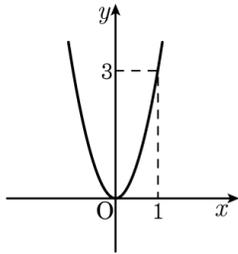
$$f^3(1) = f(1) = -2$$

$$f^4(1) = f(-2) = 1$$

⋮

$$\therefore f^{1111}(1) = -2$$

5. 이차함수  $y = ax^2$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수  $a$  의 값은?



- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

이차함수  $y = ax^2$  의 그래프가 점  $(1, 3)$  을 지나므로  $x = 1, y = 3$  을 대입하면  
 $3 = a \times 1^2 \quad \therefore a = 3$

6. 이차함수  $y = -2x^2$  의 그래프가 제 3사분면 위의 점  $(a, 3a)$  를 지날 때,  $2a$  의 값은?

① -3      ② 3      ③ -4      ④ 4      ⑤ -2

해설

$$3a = -2a^2, 2a \left( a + \frac{3}{2} \right) = 0$$

$$\therefore a = 0 \text{ 또는 } a = -\frac{3}{2}$$

따라서 점  $(a, 3a)$  가 제 3 사분면 위의 점이므로  $2a = 2 \times \left( -\frac{3}{2} \right) = -3$  이다.

7.  $y = ax^2$  일 때,  $x = 3$  일 때,  $y = -18$  이다. 이때,  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-2$

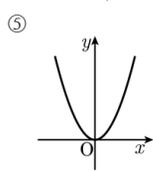
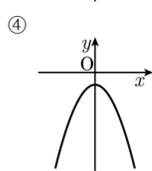
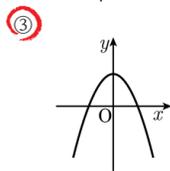
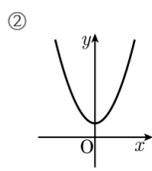
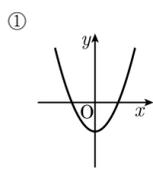
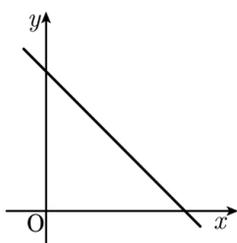
해설

$$-18 = a \times 3^2$$

$$-18 = 9a$$

$$\therefore a = -2$$

8. 다음 그림은 일차함수  $y = ax + b$  의 그래프이다. 다음 중 이차함수  $y = ax^2 + b$  의 그래프는?



해설

$y = ax^2 + b$  그래프에서  $a < 0, b > 0$  이므로 위로 볼록하고  $y$  절편이 양수이다.

9. 이차함수  $y = \frac{3}{2}x^2$  의 그래프와  $x$  축 대칭인 이차함수의 그래프가 점  $(2a, -a-5)$  를 지날 때, 모든  $a$  의 값의 합은?

- ①  $-1$       ②  $\frac{5}{2}$       ③  $\frac{1}{6}$       ④  $-\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{2}{3}$

해설

$$-a - 5 = -\frac{3}{2}(2a)^2$$

$$6a^2 - a - 5 = 0$$

근과 계수의 관계에 의해 모든  $a$  의 값의 합은  $\frac{1}{6}$  이다.

10. 이차함수  $y = 3x^2$  의 그래프는 점  $(a, 12)$  를 지나고, 이차함수  $y = bx^2$  과  $x$  축에 대하여 대칭이다. 이 때,  $ab$  의 값은?

- ①  $\pm 2$       ②  $\pm 3$       ③  $\pm 5$       ④  $\pm 6$       ⑤  $\pm 7$

**해설**

$y = 3x^2$  에  $(a, 12)$  를 대입하면  $a = \pm 2$  이다.  
 $x$  축과 대칭인 함수는  $x^2$  의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이므로  $b = -3$  이다.  
 $\therefore ab = \pm 6$

11. 다음 포물선 중에 폭이 가장 넓은 것은?

①  $y = x^2$

②  $y = \frac{1}{2}x^2$

③  $y = -\frac{1}{3}x^2$

④  $y = -\frac{5}{4}x^2$

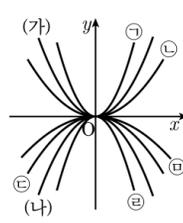
⑤  $y = \frac{2}{3}x^2$

해설

$y = ax^2$  에서  $a$  의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

12. 다음 그림은 모두 꼭짓점이 원점인 포물선이 고,  $y = x^2 \cdots$ (가),  $y = -x^2 \cdots$ (나)이다.  $-1 < a < 0$  일 때,  $y = -ax^2$  의 그래프로 알맞은 것은?

- ① ㉠      ② ㉡      ③ ㉢  
 ④ ㉣      ⑤ ㉤



**해설**

$0 < -a < 1$  이므로 (가)와  $x$  축 사이에 있는 그래프를 찾으면 ㉡이다.

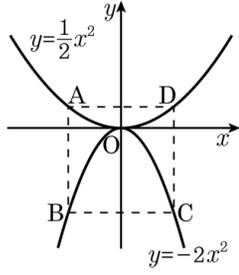
13. 다음은 이차함수  $y = -x^2$  에 대하여 설명한 것이다. 옳은 것을 모두 고르면?

- ①  $x$  축에 대하여 대칭이다.
- ② 제 3, 4 사분면을 지난다.
- ③ 아래로 볼록한 포물선이다.
- ④  $y = x^2$  과  $y$  축에 대하여 대칭이다.
- ⑤  $x > 0$  일 때,  $x$  값이 증가하면  $y$  값은 감소한다.

해설

- ①  $y$  축에 대하여 대칭이다.
- ③ 위로 볼록한 포물선
- ④  $y = x^2$  과  $x$  축에 대하여 대칭이다.

14. 다음 그림과 같이 두 이차함수  $y = \frac{1}{2}x^2$ ,  $y = -2x^2$  의 그래프 위에 네 점 A, B, C, D 가 있다. 이 때, □ABCD 는 정사각형일 때, 점 A 의 y 좌표는?



- ①  $\frac{2}{25}$     ②  $\frac{4}{25}$     ③  $\frac{6}{25}$     ④  $\frac{8}{25}$     ⑤  $\frac{11}{25}$

해설

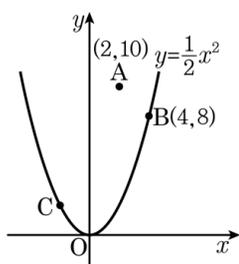
점 A 의 좌표를  $(a, \frac{1}{2}a^2)$  이라고 하면 B  $(a, -2a^2)$  ,

D  $(-a, \frac{1}{2}a^2)$  이고  $\overline{AD} = \overline{AB}$  이므로

$2a = \left\{ \frac{1}{2}a^2 - (-2a^2) \right\}$  ,  $a = \frac{4}{5}$  ( $\because a \neq 0$ ) 이다.

따라서 점 A 의 y 좌표는  $\frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{4}{5} \right)^2 = \frac{8}{25}$  이다.

15. 정점 A(2,10), B(4,8)에 대하여 이차함수  $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 점 C를 잡고  $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형 ABC를 만들 때, 점 C의 y좌표를  $p$ 라 하자. 또 이차함수  $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 점 D를 잡아서,  $\overline{AD} = \overline{BD}$ 인 이등변삼각형 ABD를 만들 때, 점 D의 y좌표를  $q$ 라 하자. 이 때,  $p + (q-7)^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 15

**해설**

직선 AB의 방정식은  $y = -x + 12$   
따라서, 직선 AB에 수직인 직선 BC는 점 (4, 8)을 지나고, 기울기 1인 직선이다.

$$\therefore y = x + 4$$

$$\frac{1}{2}x^2 = x + 4, x^2 - 2x - 8 = 0, (x-4)(x+2) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 4$$

점 C의 x좌표가 -2이므로

$$y\text{좌표는 } \frac{1}{2} \times (-2)^2 = 2 = p$$

$\overline{AB}$ 의 중점 (3, 9)를 지나고 기울기가 1인 직선의 방정식은

$$y = x + 6 \text{ 이다. } \frac{1}{2}x^2 = x + 6, x^2 - 2x - 12 = 0$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{1 - (-12)} = 1 \pm \sqrt{13}$$

$$y = \frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{13})^2$$

$$= \frac{1}{2}(14 \pm 2\sqrt{13}) = 7 \pm \sqrt{13} = q$$

$$\therefore p + (q-7)^2 = 2 + 13 = 15$$