

1. 다음 중 y 가 x 에 관한 이차함수인 것으로 짝지워진 것은?

㉠ $y = x(x - 1) - x^2$

㉡ 분속 x m 로 200m 달릴 때 걸린 시간 y 분

㉢ 한 변의 길이가 각각 x cm, $(5 - x)$ cm 인 두 정사각형의 넓이의 합은 y cm²

㉣ 넓이가 y cm² 인 삼각형의 밑변의 길이 x cm, 높이 $4x$ cm

㉤ 반지름의 길이가 x cm 이고 중심각의 크기가 30° 인 부채꼴의 넓이 y cm²

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉡, ㉢, ㉣

③ ㉡, ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉣, ㉤

⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

식으로 나타내면 다음과 같다.

㉠ $y = -x$ (일차함수)

㉡ (시간) = $\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})} \therefore y = \frac{200}{x}$ (분수함수)

㉢ $y = x^2 + (5 - x)^2 = 2x^2 - 10x + 25$ (이차함수)

㉣ $y = \frac{1}{2} \times x \times 4x = 2x^2$ (이차함수)

㉤ $y = \pi \times x^2 \times \frac{30}{360} = \frac{\pi}{12}x^2$ (이차함수)

2. 두 함수 $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 과 $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 모두 y 가 x 에 관한 이차함수가 되도록 상수 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

- i) $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $a^2 - 3a + 2 = 0$ 이어야 하므로 $(a - 1)(a - 2) = 0$
 $\therefore a = 1$ 또는 $a = 2$
- ii) $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $2a^2 - 8 \neq 0$ 이어야 하므로 $a \neq \pm 2$
- i), ii)에 의하여 $a = 1$ 이다.

3. 함수 $y = f(x)$ 에서 $y = x^2 + 3x - 2$ 일 때, $f(f(f(1)))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 86

해설

$$f(1) = 1^2 + 3 - 2 = 2$$

$$f(f(1)) = f(2) = 2^2 + 3 \times 2 - 2 = 8$$

$$\therefore f(f(f(1))) = f(f(2))$$

$$= f(8)$$

$$= 8^2 + 3 \times 8 - 2 = 86$$

4. 이차함수 $f(x) = x^2 - 3$ 에 대하여 $f^1(x) = f(x)$, $f^{n+1} = f(f^n(x))$ 라 할 때, $f^{1111}(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$f^1(1) = -2$$

$$f^2(1) = f(-2) = 1$$

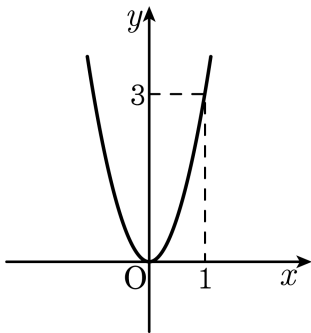
$$f^3(1) = f(1) = -2$$

$$f^4(1) = f(-2) = 1$$

$$\vdots$$

$$\therefore f^{1111}(1) = -2$$

5. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a 의 값은?



① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(1, 3)$ 을 지나므로 $x = 1, y = 3$ 을 대입하면

$$3 = a \times 1^2 \quad \therefore a = 3$$

6. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프가 제 3사분면 위의 점 $(a, 3a)$ 를 지날 때, $2a$ 의 값은?

① -3

② 3

③ -4

④ 4

⑤ -2

해설

$$3a = -2a^2, 2a \left(a + \frac{3}{2} \right) = 0$$

$$\therefore a = 0 \text{ 또는 } a = -\frac{3}{2}$$

따라서 점 $(a, 3a)$ 가 제 3 사분면 위의 점이므로 $2a = 2 \times \left(-\frac{3}{2} \right) = -3$ 이다.

7. $y = ax^2$ 일 때, $x = 3$ 일 때, $y = -18$ 이다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

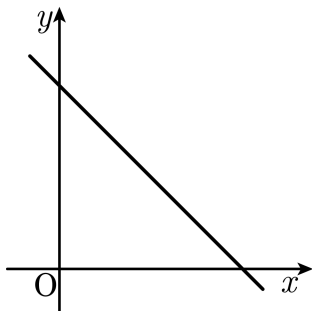
해설

$$-18 = a \times 3^2$$

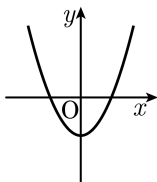
$$-18 = 9a$$

$$\therefore a = -2$$

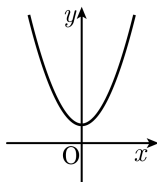
8. 다음 그림은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는?



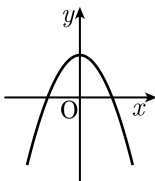
①



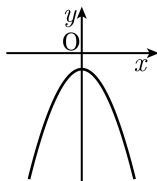
②



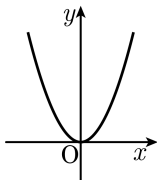
③



④



⑤



해설

$y = ax^2 + b$ 그래프에서 $a < 0$, $b > 0$ 이므로 위로 볼록하고 y 절편이 양수이다.

9. 이차함수 $y = \frac{3}{2}x^2$ 의 그래프와 x 축 대칭인 이차함수의 그래프가 점 $(2a, -a-5)$ 를 지날 때, 모든 a 의 값의 합은?

① -1

② $\frac{5}{2}$

③ $\frac{1}{6}$

④ $-\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{2}{3}$

해설

$$-a - 5 = -\frac{3}{2}(2a)^2$$

$$6a^2 - a - 5 = 0$$

근과 계수의 관계에 의해 모든 a 의 값의 합은 $\frac{1}{6}$ 이다.

10. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프는 점 $(a, 12)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, ab 의 값은?

① ± 2

② ± 3

③ ± 5

④ ± 6

⑤ ± 7

해설

$y = 3x^2$ 에 $(a, 12)$ 를 대입하면 $a = \pm 2$ 이다.

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이므로 $b = -3$ 이다.

$$\therefore ab = \pm 6$$

11. 다음 포물선 중에 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = x^2$

② $y = \frac{1}{2}x^2$

③ $y = -\frac{1}{3}x^2$

④ $y = -\frac{5}{4}x^2$

⑤ $y = \frac{2}{3}x^2$

해설

$y = ax^2$ 에서 a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

12. 다음 그림은 모두 꼭짓점이 원점인 포물선이
고, $y = x^2$... (가), $y = -x^2$... (나)이다. $-1 <$
 $a < 0$ 일 때, $y = -ax^2$ 의 그래프로 알맞은
것은?

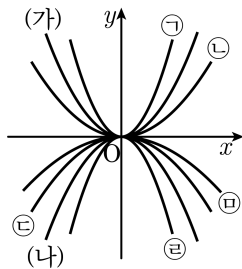
① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉤

⑤ ㉦



해설

$0 < -a < 1$ 이므로 (가)와 x 축 사이에 있는 그래프를 찾으면 ㉡
이다.

13. 다음은 이차함수 $y = -x^2$ 에 대하여 설명한 것이다. 옳은 것을 모두 고르면?

① x 축에 대하여 대칭이다.

② 제 3, 4 사분면을 지난다.

③ 아래로 볼록한 포물선이다.

④ $y = x^2$ 과 y 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $x > 0$ 일 때, x 값이 증가하면 y 값은 감소한다.

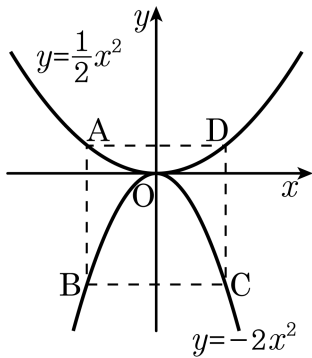
해설

① y 축에 대하여 대칭이다.

③ 위로 볼록한 포물선

④ $y = x^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다.

14. 다음 그림과 같이 두 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = -2x^2$ 의 그래프 위에 네 점 A, B, C, D 가 있다. 이 때, $\square ABCD$ 는 정사각형일 때, 점 A 의 y 좌표는?



① $\frac{2}{25}$

② $\frac{4}{25}$

③ $\frac{6}{25}$

④ $\frac{8}{25}$

⑤ $\frac{11}{25}$

해설

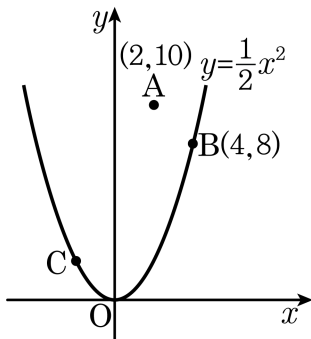
점 A 의 좌표를 $\left(a, \frac{1}{2}a^2\right)$ 이라고 하면 B $(a, -2a^2)$,

D $\left(-a, \frac{1}{2}a^2\right)$ 이고 $\overline{AD} = \overline{AB}$ 이므로

$$2a = \left\{ \frac{1}{2}a^2 - (-2a^2) \right\}, a = \frac{4}{5} (\because a \neq 0) \text{ 이다.}$$

따라서 점 A 의 y 좌표는 $\frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{8}{25}$ 이다.

15. 정점 A(2, 10), B(4, 8)에 대하여 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 점 C를 잡고 $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형 ABC를 만들 때, 점 C의 y좌표를 p 라 하자. 또 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 점 D를 잡아서, $\overline{AD} = \overline{BD}$ 인 이등변삼각형 ABD를 만들 때, 점 D의 y좌표를 q 라 하자. 이 때, $p + (q - 7)^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

직선 AB의 방정식은 $y = -x + 12$

따라서, 직선 AB에 수직인 직선 BC는 점 (4, 8)을 지나고, 기울기 1인 직선이다.

$$\therefore y = x + 4$$

$$\frac{1}{2}x^2 = x + 4, x^2 - 2x - 8 = 0, (x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 4$$

점 C의 x좌표가 -2이므로

$$y\text{좌표는 } \frac{1}{2} \times (-2)^2 = 2 = p$$

$\overline{AB}$ 의 중점 (3, 9)를 지나고 기울기가 1인 직선의 방정식은

$$y = x + 6 \text{ 이다. } \frac{1}{2}x^2 = x + 6, x^2 - 2x - 12 = 0$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{1 - (-12)} = 1 \pm \sqrt{13}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{13})^2 \\ &= \frac{1}{2}(14 \pm 2\sqrt{13}) = 7 \pm \sqrt{13} = q \end{aligned}$$

$$\therefore p + (q - 7)^2 = 2 + 13 = 15$$