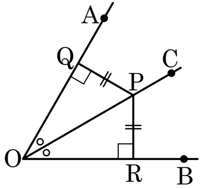
1. 다음 그림은 「한 점 P 에서 두 변 OA, OB에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라 할 때, $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이면 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$의 이등분선이다.」를 보이기 위해 그린 것이다. 다음 중 필요한 조건이 아닌 것은?



① $\overline{PQ} = \overline{PR}$

② $\overline{OP}$ 는 공통

③ $\angle PQO = \angle PRO$

④ $\angle QOP = \angle ROP$

⑤ $\triangle POQ \equiv \triangle POR$

해설

④는 보이려는 것이므로 필요한 조건이 아니다.

$\triangle POQ$ 와 $\triangle POR$ 에서

i) $\overline{OP}$ 는 공통 (②)

ii) $\overline{PQ} = \overline{PR}$ (①)

iii) $\angle PQO = \angle PRO = 90°$ (③)

i), ii), iii) 에 의해 $\triangle POQ \equiv \triangle POR$

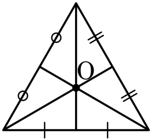
(RHS 합동) (⑤) 이다.

합동인 도형의 대응각은 같으므로

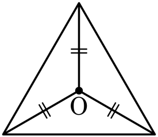
$\angle QOP = \angle ROP$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.

2. 다음 중 점 O 가 삼각형의 외심에 해당하는 것을 모두 고르면?

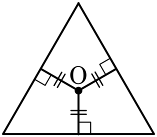
①



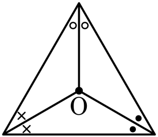
②



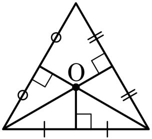
③



④



⑤

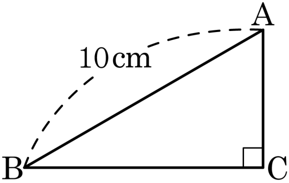


해설

내심 ③,④

외심 ②,⑤

3. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB} = 10$일 때, $\triangle ABC$의 외접원의 넓이는?



① 18π　② 25π　③ 36π　④ 49π　⑤ 63π

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle ABC$의 외접원의 중심은 $\overline{AB}$의 중점이다.
따라서 외접원의 반지름은 5이므로
넓이는 $\pi r^2 = \pi \times 5^2 = 25\pi$이다.

4. 다음은 「세 내각의 크기가 같은 삼각형은 정삼각형이다.」를 보이는 과정이다.

> $\triangle ABC$ 에서 세 내각의 크기가 같으므로 $\boxed{\text{(가)}}$
> $\angle B = \angle C$ 이므로 $\overline{AB} = \boxed{\text{(나)}} \cdots$ ㉠
> $\angle A = \boxed{\text{(다)}}$ 이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \cdots$ ㉡
> ㉠, ㉡에 의해서 $\boxed{\text{(라)}}$
> 따라서 $\triangle ABC$ 는 $\boxed{\text{(마)}}$ 이다.

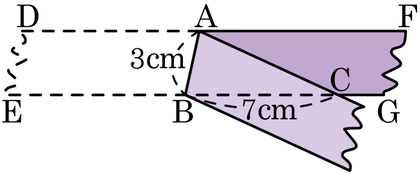
(가) ~ (마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① (가) $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$
② (나) $\overline{AC}$
③ (다) $\angle C$
④ (라) $\angle A = \angle B = \angle C$
⑤ (마) 정삼각형

해설

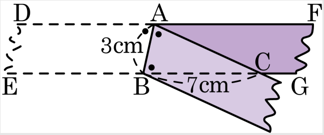
$\triangle ABC$ 에서 세 내각의 크기가 같으므로 $(\angle A = \angle B = \angle C)$
$\angle B = \angle C$ 이므로 $\overline{AB} = (\overline{AC}) \cdots$ ㉠
$\angle A = (\ \angle C\ )$이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의해서 $(\ \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}\ )$
따라서 $\triangle ABC$ 는 (정삼각형) 이다.

5. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이테이프를 접었을 때, $\overline{AC}$의 길이는?



① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설



$\angle DAB = \angle BAC$ (종이 접은 각)

$\angle DAB = \angle ABC$ (엇각)

$\therefore \angle BAC = \angle ABC$

따라서 $\triangle ABC$는 밑각의 크기가 같고, $\overline{AC} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{AC} = \overline{BC} = 7(\text{cm})$

6. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로 오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가?

① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을 이용해야지.

② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.

③ 창교 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 찾아야 해.

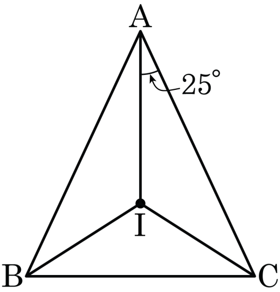
④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로 하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.

⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이 맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야 한다.

7. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle CAI = 25°$일 때, $\angle BIC$의 크기는?



① $105°$ ② $110°$ ③ $115°$ ④ $120°$ ⑤ $125°$

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

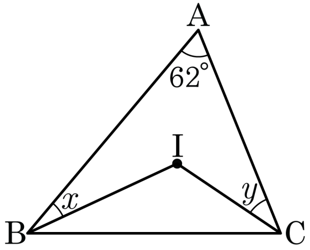
점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle CAI = 25°$이면 $\angle BAI = 25°$이다.

$\angle A = \angle BAC = 50°$

$\therefore\ \angle BIC = 90° + \frac{1}{2} \times 50° = 115°$

8. $\triangle$ABC 에서 점 I 는 내심이다. 각 A 가 $62°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값은?



① 59° ② 60° ③ 61.5° ④ 62° ⑤ 62.5°

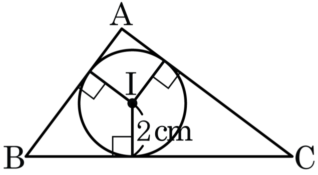
해설

$\angle \mathrm{BIC} = 90° + \frac{1}{2}\angle \mathrm{A}$ 에서 $\angle \mathrm{A} = 121°$

그리고 $\angle \mathrm{IBC} + \angle \mathrm{ICB} = 180° - 121° = 59°$ 이고 $\angle \mathrm{ABC} + \angle \mathrm{ACB} = 180° - 62° = 118°$

따라서 $\angle x + \angle y = 118° - 59° = 59°$

9. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 내접원의 반지름의 길이는 2cm 이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 24cm^2 일 때, $\triangle ABC$ 둘레의 길이는?



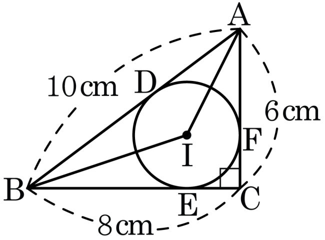
① 12cm ② 16cm ③ 20cm ④ 24cm ⑤ 28cm

해설

$$\frac{1}{2} \times 2 \times (\triangle ABC\text{의 둘레}) = 24$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 24cm 이다.

10. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 세 변의 길이가 각각 6cm, 8cm, 10cm 인 직각삼각형이고, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle IAB$ 의 넓이는?



① 4cm^2　② 6cm^2　③ 8cm^2

④ 10cm^2　⑤ 12cm^2

해설

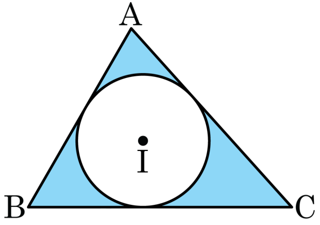
내접원의 반지름을 r이라 할 때

$$(\triangle ABC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2}\times 8\times 6 = \frac{1}{2}\times r\times(10+8+6) = 24$$

$\therefore\ r = 2\,\text{cm}$

$$(\triangle IAB\text{의 넓이}) = \frac{1}{2}\times 2\times 10 = 10(\text{cm}^2)$$

11. 다음 그림에서 원 I 는 $\triangle$ABC 의 내접원이다. 원 I 의 둘레의 길이가 6π , $\triangle$ABC 의 둘레의 길이가 32 일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



① $48-9\pi$ ② $9\pi-24$ ③ $24-6\pi$

④ $42-6\pi$ ⑤ $52-9\pi$

해설

원 I 의 둘레의 길이가 6π 이므로 반지름의 길이 $r=3$ 이다.
점 I 가 $\triangle$ABC 의 내심일 때,

$$(\triangle\text{ABC 의 넓이}) = \frac{1}{2}\times r\times\triangle\text{ABC 의 둘레}=\frac{1}{2}\times 3\times 32=48$$

이다.
따라서 색칠한 부분의 넓이는 ($\triangle$ABC 의 넓이) $-$ (원 I 의 넓이) $=48-9\pi$ 이다.

12. 다음 중 삼각형의 내심과 외심에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 내심에서 세 변에 이르는 거리가 같다.

② 외심은 항상 삼각형의 외부에 있다.

③ 내심은 항상 삼각형의 내부에 있다.

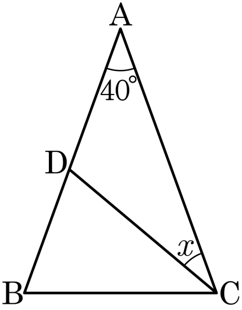
④ 이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있다.

⑤ 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같다.

해설

② 삼각형의 외심의 위치는 예각삼각형은 내부, 직각삼각형은 빗변의 중점, 둔각삼각형은 외부에 있다.

13. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{CB} = \overline{CD}$, $\angle A = 40°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $35°$ ⑤ $40°$

해설

$\triangle ABC$에서

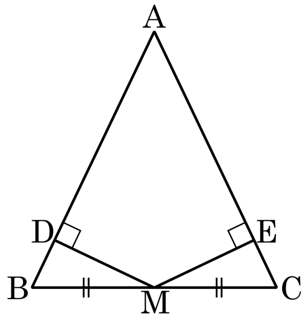
$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 40°) = 70°$

$\triangle CDB$에서

$\angle BCD = 180° - (2 \times 70°) = 40°$

따라서 $\angle x = 70° - 40° = 30°$이다.

14. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{MD} = \overline{ME}$ 임을 보이는 과정에서 필요하지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?



① $\overline{BM} = \overline{CM}$

② $\angle B = \angle C$

③ $\overline{BD} = \overline{CE}$

④ $\angle BMD = \angle CME$

⑤ RHA 합동

해설

$\triangle MDB$ 와 $\triangle MEC$ 에서

i) $\overline{MB} = \overline{MC}$

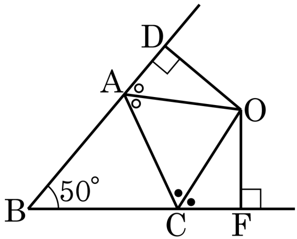
ii) $\angle B = \angle C$($\because$ $\triangle ABC$는 이등변 삼각형)

iii) $\angle MDB = \angle MEC = 90°$

i), ii), iii) 에 의해 $\triangle MDB \equiv \triangle MEC$ (RHA 합동) 이다.

따라서 $\overline{MD} = \overline{ME}$ 이다.

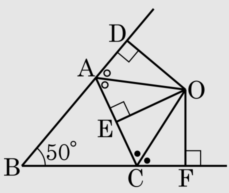
15. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 외각의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 하고, $\angle B = 50°$ 일 때, $\angle AOC$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



① 65 ② 63 ③ 61 ④ 60 ⑤ 59

해설

점 O 에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E 라 하면



$\triangle ODA \equiv \triangle OEA$ (RHA합동) 이므로 $\angle AOD = \angle AOE$

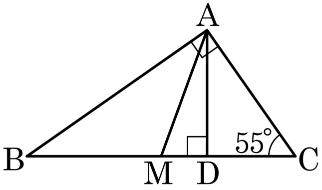
$\triangle OEC \equiv \triangle OFC$ (RHA합동) 이므로 $\angle COE = \angle COF$

$\square DBFO$ 에서 $\angle B + \angle F + \angle DOF + \angle D = 360°$

$\angle AOE = \angle a,\ \angle COE = \angle b$ 라 하면

$50° + 90° + 2\angle a + 2\angle b + 90° = 360°\ \therefore\ \angle a + \angle b = 65°\ \therefore\ \angle AOC = 65°$

16. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 직각인 꼭짓점 A 에서 빗변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 하고, $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle C = 55°$ 일 때, $\angle AMB - \angle DAM$ 의 크기는?



① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설

직각삼각형의 빗변 $\overline{BC}$ 의 중점 M 은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.

$\therefore \overline{BM} = \overline{AM} = \overline{CM}$

$\angle ABM = 35°$, $\angle DAC = 35°$ 이고 $\triangle ABM$ 은 이등변삼각형($\because \overline{BM} = \overline{AM}$)

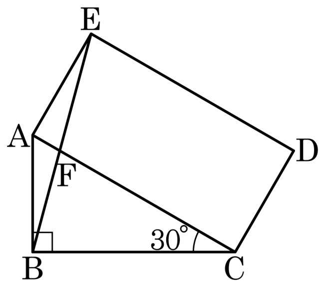
$\therefore \angle ABM = \angle BAM = 35°$

$\angle AMB = 180° - 35° - 35° = 110°$

$\angle DAM = \angle A - \angle BAM - \angle DAC = 90° - 35° - 35° = 20°$

따라서 $\angle AMB - \angle DAM = 110° - 20° = 90°$

17. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30°$ 일 때, $\angle DEF$ 와 $\angle EFC$ 의 크기의 차는?



① 30° ② 32° ③ 34° ④ 36° ⑤ 38°

해설

$\overline{AC}$ 의 중점 O 를 잡으면 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심으로 $\overline{AE} = \overline{AO} = \overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.

$\angle BAC = 60°$ 이므로

$\angle EAB = 60° + 90° = 150°$

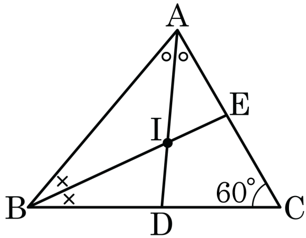
$\angle ABE = \angle AEB = (180° - 150°) \div 2 = 15°$

$\angle DEF = 90° - 15° = 75°$

$\angle EFC = 90° + 15° = 105°$

$\therefore \angle EFC - \angle DEF = 105° - 75° = 30°$

18. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle C = 60°$일 때, $\angle ADB$와 $\angle AEB$의 크기의 합은? (단, $\overline{AD}$와 $\overline{BE}$는 각각 $\angle A$와 $\angle B$의 내각의 이등분선이다.)



① 200° ② 180° ③ 160° ④ 140° ⑤ 120°

해설

$\triangle ABC$에서 세 내각의 합이 $180°$이므로

$2\circ + 2\times + 60° = 180°$

$\circ + \times = 60°$

삼각형의 세 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle ADB = \angle x,\ \angle AEB = \angle y$라 하면

$\triangle ABE$에서 $2\circ + \times + \angle x = 180° \cdots$ ①

$\triangle ABD$에서 $\circ + 2\times + \angle y = 180° \cdots$ ②

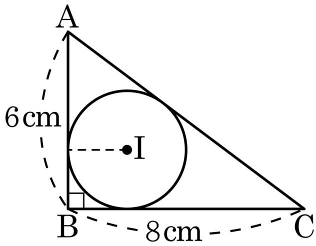
①+②를 하면

$3(\circ + \times) + (\angle x + \angle y) = 360°$

$\therefore\ 3 \times 60° + (\angle x + \angle y) = 360°$

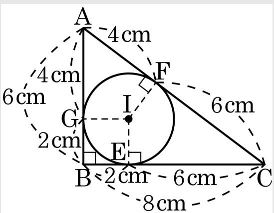
$\therefore\ \angle x + \angle y = 180°$

19. 다음 그림에서 점 I 는 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이다. 이 삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 2cm 일 때, 빗변의 길이는?



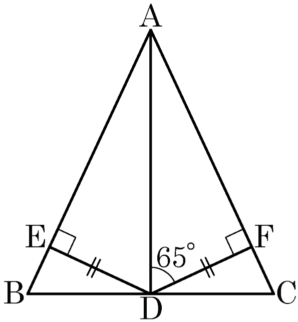
① 9cm ② 10cm ③ 11cm ④ 12cm ⑤ 13cm

해설



점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다. 내심의 반지름이 $2\,\text{cm}$ 이므로 $\overline{BD} = \overline{BE} = 2\,\text{cm}$ 이다.
$\overline{AD} = 4\,\text{cm}, \overline{EC} = 6\,\text{cm}$ 이므로 빗변의 길이 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{FC} = 4 + 6 = 10(\text{cm})$ 이다.

20. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{DE} = \overline{DF}$ 이고 $\angle AED = \angle AFD = 90°$ 이다. $\angle ADF = 65°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?



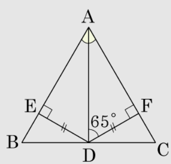
① 35°　② 40°　③ 45°　④ 50°　⑤ 55°

해설

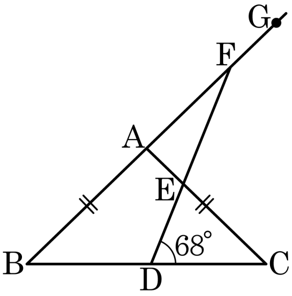
$\triangle AED \equiv \triangle AFD$ (RHS 합동) 이므로

$\angle EAD = \angle FAD = 90° - 65° = 25°$

$\therefore \angle BAC = 2\angle EAD = 2 \times 25° = 50°$



21. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\overline{CD} = \overline{CE}$ 이다. $\angle EDC = 68°$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



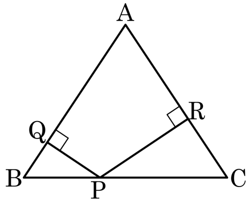
① 40° ② 44° ③ 48° ④ 52° ⑤ 56°

해설

$\angle C = 180° - 68° \times 2 = 44°$

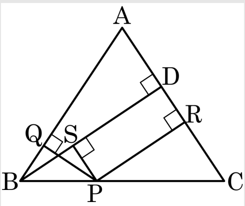
$\angle B = \angle C = 44°$

22. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 밑변 BC 위의 한 점 P 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 한다. $\overline{PQ}=3\text{cm}$, $\overline{PR}=5\text{cm}$ 일 때, 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 이르는 거리는?



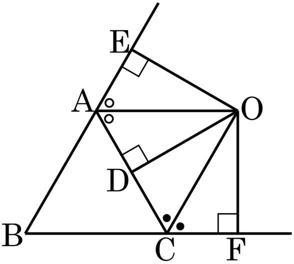
① 5cm　② 7cm　③ 8cm　④ 10cm　⑤ 12cm

해설



B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 D
P에서 $\overline{BD}$에 내린 수선의 발을 S라 하면
$\angle BQP=\angle BSP \cdots$ ㉠
$\overline{BP}$는 공통이다. $\cdots$ ㉡
$\angle BPS=\angle C$
$\therefore \angle QBP=\angle SPB \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여
$\triangle QBP \equiv \triangle SPB$ (RHA 합동)
$\therefore\ \overline{QP}=\overline{SB}\ \cdots$ ㉣
또, □SPRD 는 직사각형이므로
$\overline{PR}=\overline{SD}\ \cdots$ ㉤
㉣, ㉤에서 $\overline{QP}+\overline{PR}=\overline{BS}+\overline{SD}=\overline{BD}$
$\therefore\ \overline{BD}=3+5=8(\text{cm})$

23. 아래 그림에서 $\triangle ABC$ 의 $\angle A$ 의 외각의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 하고, O 에서 $\overline{AB}$ 의 연장선과 $\overline{CB}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라고 할 때, 다음 중 성립하지 않는 것은 고르면?



① $\angle DOC = \angle FOC$

② $\angle AOD = \angle COD$

③ $\overline{AE} + \overline{CF} = \overline{AC}$

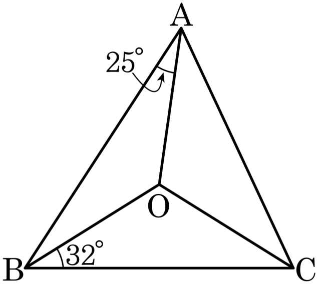
④ $\triangle EOA \equiv \triangle DOA$

⑤ $\overline{OE} = \overline{OD} = \overline{OF}$

해설

$\triangle AOE \equiv \triangle AOD$(RHA 합동),
$\triangle COD \equiv \triangle COF$(RHA 합동)

24. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle BAO = 25°$, $\angle OBC = 32°$일 때, $\angle AOC$ 의 크기는?



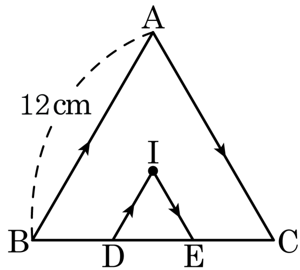
① 100° ② 112° ③ 114° ④ 116° ⑤ 118°

해설

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$, $\angle ABO = 25°$, $\angle B = 57°$

$\therefore\ \angle AOC = 114°$

25. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 정삼각형이고, 점I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{AB} /\!/ \overline{ID}$, $\overline{AC} /\!/ \overline{IE}$이고 $\overline{AB} = 12\text{cm}$일 때, $\overline{DE}$의 길이는?



① $\dfrac{5}{2}\text{cm}$　② 3cm　③ $\dfrac{7}{2}\text{cm}$　④ 4cm　⑤ $\dfrac{9}{2}\text{cm}$

해설

점I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

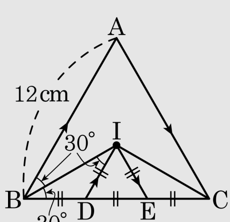
$\angle ABI = \angle CBI = 30°$ 또, $\overline{AB} /\!/ \overline{ID}$ 이므로

$\angle ABI = \angle BID = 30°$ (엇각) 같은 방법으로

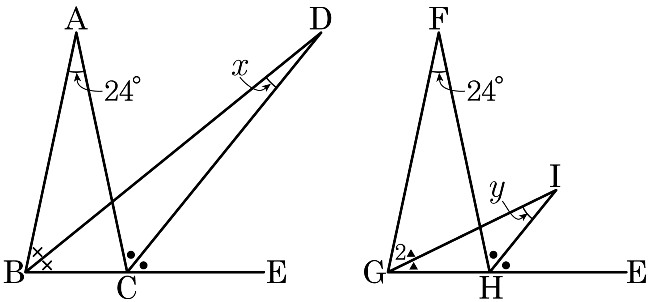
$\angle ICA = \angle CIE = 30°$ 이므로 $\triangle IDE$ 에서 $\angle IDE = \angle IED = 60°$

따라서 $\triangle IDE$ 는 정삼각형이므로 $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EC}$

$\therefore \overline{DE} = \dfrac{1}{3}\overline{BC} = 4(\text{cm})$

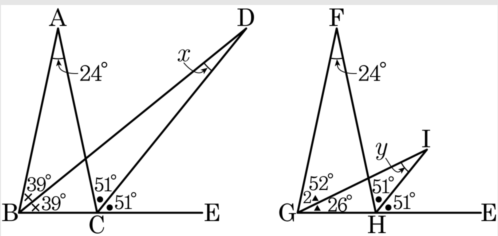


26. $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{FG} = \overline{FH}$ 인 $\triangle ABC, \triangle FGH$ 가 있다. $\angle C$ 의 외각의 이등분선과 $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 D 라 하고, $\angle H$ 의 외각의 이등분선과 $\angle G$ 를 그림과 같이 $2:1$ 로 나눈 선의 교점을 I 라고 한다. $\angle A = \angle F = 24°$ 일 때, x와 y의 차는?



① 13° ② 14° ③ 15° ④ 16° ⑤ 17°

해설

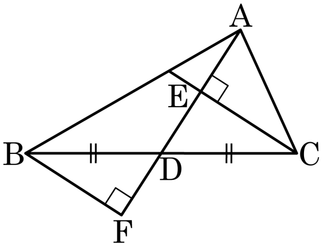


삼각형의 내각의 합은 180° 이고 $\angle BCD$ 와 $\angle GHI$ 의 크기는 같으므로

x 와 y의 차는 $\angle DBC - \angle IGH$ 와 같다.

따라서 x 와 y의 차는 $39° - 26° = 13°$ 이다.

27. $\triangle ABC$에서 점 D는 $\overline{BC}$의 중점이다. $\angle AEC = \angle AFB = 90°$일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

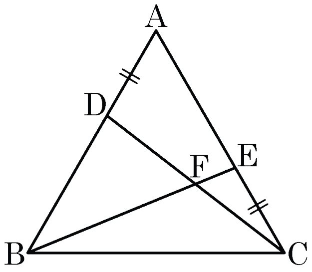


① $\overline{AC} = \overline{CD}$
② $\overline{BF} = \overline{CE}$
③ $\overline{DE} = \overline{DF}$
④ $\triangle BFD \equiv \triangle CED$
⑤ $\angle BAF = \angle ACE$

해설

$\triangle BFD \equiv \triangle CED$ (RHA 합동)

28. 정삼각형 ABC 에서 $\overline{AD}=\overline{CE}$ 이고, $\triangle FBC=45\text{cm}^2$ 이다. □ADFE 의 넓이는?



① 35cm^2 ② 40cm^2 ③ 45cm^2

④ 50cm^2 ⑤ 55cm^2

해설

$\triangle ADC$ 와 $\triangle CEB$ 에서

$\overline{AC}=\overline{CB}, \overline{AD}=\overline{CE}, \angle DAC=\angle ECB=60°$

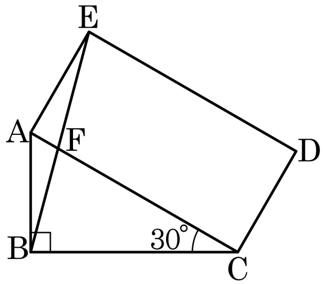
$\therefore \triangle ADC \equiv \triangle CEB$(SAS합동)

$\triangle ADC=\triangle CEB$

$\square ADFE+\triangle FCE=\triangle FBC+\triangle FCE$

$\therefore \square ADFE=\triangle FBC=45\left(\text{cm}^2\right)$

29. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle ABC = 90°$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30°$ 일 때, $\angle EFA$ 의 크기를 구하여라.



① 55° ② 60° ③ 65° ④ 70° ⑤ 75°

해설

$\angle BAC = 60°$

$\overline{AB}$ 는 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형의 한 변의 길이의 $\frac{1}{2}$ 이다.

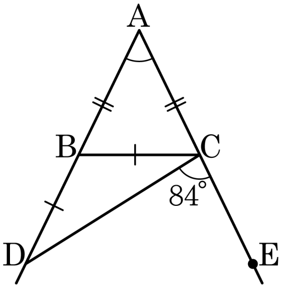
$\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AE}$

$\angle EAB = 90° + 60° = 150°$

$\angle AEB = (180° - 150°) \div 2 = 15°$

$\angle BFC = \angle EFA = 180° - (90° - 15°) - 30° = 75°$

30. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{BC} = \overline{BD}$ 이고 $\angle DCE = 84°$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기를 구하여라.

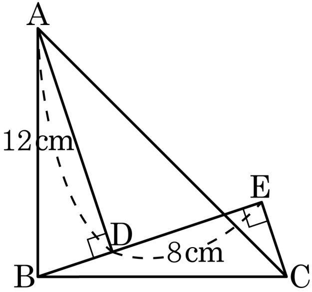


① 32° ② 42° ③ 52° ④ 62° ⑤ 72°

해설

$\angle BDC = \angle BCD = \angle a$ 라 하면
$\angle ABC = \angle ACB = 2\angle a$
$\angle ACD = 3\angle a = 180° - 84° = 96°$
$\therefore \angle a = 32°$

31. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각이등변삼각형이다. $\angle ADB = \angle BEC = 90°$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이는?



① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 7cm ⑤ 9cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle BCE$ 에서

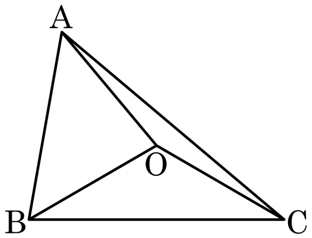
$\angle ADB = \angle BEC = 90°$, $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle ABD = \angle BCE$

$\triangle ABD \equiv \triangle BCE$ (RHA 합동)

$\overline{BD} = \overline{EC}$

$\therefore \overline{EC} = \overline{BE} - \overline{DE} = 12 - 8 = 4\,(\text{cm})$

32. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 2 : 3 : 4$일 때, $\angle BAC$의 크기를 구하면?



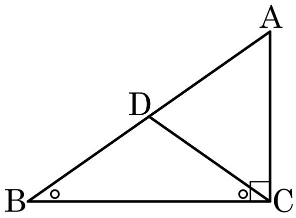
① $45°$ ② $50°$ ③ $55°$ ④ $60°$ ⑤ $65°$

해설

$\angle BOC = 360° \times \frac{3}{9} = 120°$이므로

$\angle BAC = \frac{1}{2} \times \angle BOC = 60°$

33. 다음은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 위의 $\angle B = \angle BCD$ 가 되도록 점 D 를 잡으면 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 임을 증명하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것을 순서대로 써 넣은 것은?



$\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 $\boxed{}$ 이다.
따라서 $\overline{BD} = \boxed{}$ 이다.
삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로
$\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
$\angle ACD + \boxed{} = \angle ABC$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로
$\angle ACD = 90° - \angle BCD$ 이다.
그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \boxed{}$ 이다.
따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{BD} = \boxed{} = \overline{AD}$ 이다.

① 이등변삼각형, $\overline{AD}$, $\angle BCD$, $\angle BCD$, $\overline{BC}$

② 이등변삼각형, $\overline{CD}$, $\angle BCD$, $\angle ACD$, $\overline{CD}$

③ 이등변삼각형, $\overline{AD}$, $\angle ACD$, $\angle ACD$, $\overline{AC}$

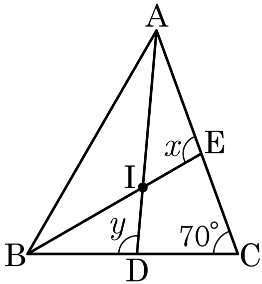
④ 직각삼각형, $\overline{CD}$, $\angle ACD$, $\angle BCD$, $\overline{AC}$

⑤ 직각삼각형, $\overline{AD}$, $\angle BCD$, $\angle ACD$, $\overline{BC}$

해설

$\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이다.
삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로 $\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
$\angle ACD + \angle BCD = \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로 $\angle ACD = 90° - \angle BCD$ 이다.
그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다. 따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

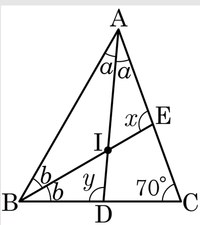
34. 다음 그림의$\triangle$ABC 에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이다. $\angle$C $= 70°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



① 175°　② 185°　③ 195°　④ 205°　⑤ 215°

해설

오른쪽 그림과 같이



$\angle$IAB $= \angle$IAC $= \angle a$, $\angle$IBA $= \angle$IBC $= \angle b$ 라 하면

$\triangle$ABC 에서 $2\angle a + 2\angle b + 70° = 180°$

$\therefore \angle a + \angle b = 55°$

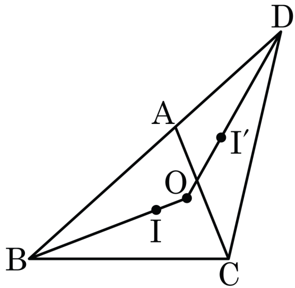
$\triangle$BCE 에서 $\angle x = \angle b + 70°$, $\triangle$ADC 에서

$\angle y = \angle a + 70°$

$\therefore \angle x + \angle y = (\angle b + 70°) + (\angle a + 70°)$

$= \angle a + \angle b + 140° = 55° + 140° = 195°$

35. $\angle BAC = 70°$, $\angle ABC = 42°$, $\overline{AC} = \overline{AD}$이고 점I, I′ 는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 내심이다. 점 O는 $\overline{BI}$와 $\overline{DI'}$의 연장선의 교점일 때, $\angle IOI'$의 크기를 구하여라.



① 147.5° ② 148.5° ③ 149.5°

④ 131.5° ⑤ 141.5°

해설

$\overline{AC} = \overline{AD}$이므로

$\angle ADC = \frac{1}{2}\angle BAC = \frac{1}{2} \times 70° = 35°$

점 I는 내심이므로 $\angle ABI = 42° \times \frac{1}{2} = 21°$

점 I′ 는 내심이므로 $\angle ADI' = 35° \times \frac{1}{2} = 17.5°$

$\therefore \angle IOI' = 180° - (21° + 17.5°) = 141.5°$