

1. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면?

① 예쁜 여학생들의 모임

② 큰 수의 모임

③ 우리 반에서 안경을 낀 학생들의 모임

④ 12의 약수들의 모임

⑤ 노래를 잘 부르는 학생들의 모임

해설

예쁘다거나, 크다거나, 노래를 잘 부른다는 조건만으로는 대상을 분명히 알 수가 없다.

2. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $\{3, 6, 9, 12, \dots\} = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$

㉡ $\{1, 2, 3, 4, 5\} = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$

㉢ $\{\text{도, 레, 미, 파, 솔, 라, 시}\} = \{x \mid x \text{는 계이름}\}$

㉣ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\} = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$

㉤ $\{\text{고구려, 백제, 신라}\} = \{x \mid x \text{는 현재 우리나라 수도의 명칭}\}$

㉥ $\{\text{빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라}\} = \{x \mid x \text{는 무지개의 색깔}\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉥

해설

㉡ $\{1, 2, 3, 4\} = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$

㉣ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\} = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

㉤ $\{\text{고구려, 백제, 신라}\} = \{x \mid x \text{는 우리나라 삼국시대 삼국의 명칭}\}$

3. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $n(B) - n(A)$ 의 값을 구하여라.

$$A = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{보다 작은 짝수} \}$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{보다 작은 } 4 \text{의 배수} \}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

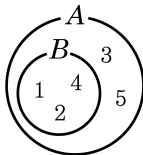
30을 포함한 짝수는 15개이므로 30을 제외하면 14개이다.

$$n(A) = 14$$

100을 포함한 4의 배수가 25개이므로 100을 제외하면 24개이다. $n(B) = 24$

따라서 $n(B) - n(A) = 24 - 14 = 10$ 이다.

4. 두 집합 A, B 가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.



- ㉠ $B \not\subset A$
 ㉡ $\{1, 2\} \subset B$
 ㉢ $\{\emptyset\} \subset A$
 ㉣ $\{x|x \text{는 } 4 \text{의 약수}\} = B$
 ㉤ $3 \in A$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

집합 A, B 를 각각 원소나열법으로 나타내면

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 4\}$ 이다.

$B \subset A$ 이고, $\{1, 2\} \subset B$ 이며

$\{1, 2, 4\} = \{x|x \text{는 } 4 \text{의 약수}\} = B$ 이다.

$\{\emptyset\}$ 이 아닌 $\emptyset$ 이 A 의 부분집합이다.

5. $A = \{1, 2, 3\}$ 일 때, 다음 중에서 옳지 않은 것은?

① $\emptyset \subset A$

② $\{2\} \in A$

③ $\{1, 2, 3\} \subset A$

④ $\{1, 2\} \subset A$

⑤ $A \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

해설

② $\{2\} \subset A$

6. 두 집합 $A = \{7, 3, 5\}$, $B = \{3, 5, a + 2\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$A = B$ 이면 두 집합의 모든 원소가 같아야 한다.
집합 B 에서 $a + 2 = 7$ 이므로 $a = 5$ 이다.

7. 다음 중 부분집합의 개수가 32 개인 집합이 아닌 것은?

① $\{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$

② $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{보다 작은 자연수}\}$

③ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$

④ $\{\text{선예, 유빈, 소희, 선미, 예은}\}$

⑤ $\{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 4 \text{의 배수}\}$

해설

① $2^5 = 32$ (개)

② $2^5 = 32$ (개)

③ $2^4 = 16$ (개)

④ $2^5 = 32$ (개)

⑤ $2^5 = 32$ (개)

8. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 3 을 포함하고 원소 6 을 포함하지 않는 부분집합으로 옳은 것은?

① $\emptyset$

② $\{1, 6\}$

③ $\{1, 4, 12\}$

④ $\{1, 3, 4, 10\}$

⑤ $\{1, 3, 4, 12\}$

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로

① 원소 1, 3 이 포함되지 않음.

② 원소 6 이 포함.

③ 원소 3 이 포함되지 않음.

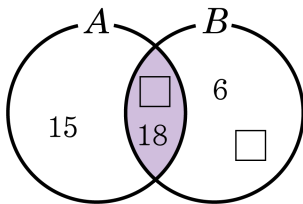
④ $\{1, 3, 4, 10\} \not\subset A$

⑤ $\{1, 3, 4, 12\} \subset A$

9. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}, 10 < x < 20\}$,

$B = \{6, 12, 18, 24\}$ 를 벤 다이어그램으로 나타낼 때, 안에 알맞은 수를 왼쪽부터 차례대로 쓰시오.



▶ 답 :

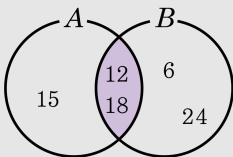
▶ 답 :

▷ 정답 : 12

▷ 정답 : 24

해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}, 10 < x < 20\} = \{12, 15, 18\}$, $B = \{6, 12, 18, 24\}$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



10. 집합 A, B 가 전체집합 U 의 부분집합일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cup \emptyset = A$

② $A \cup A^c = U$

③ $(A^c)^c = A$

④ $\emptyset^c = U$

⑤ $A - B = A \cup B^c$

해설

$$A - B = A - (A \cap B) = A \cap B^c$$

11. 11 이하의 자연수 중에서 3 으로 나누었을 때 나머지가 2 인 수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $2 \notin A$

② $5 \in A$

③ $7 \notin A$

④ $10 \in A$

⑤ $11 \notin A$

해설

① $2 \in A$

④ $10 \notin A$

⑤ $11 \in A$

12. 다음 중 집합의 원소가 없는 것은?

① $\{0\}$

② $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수 중 홀수}\}$

③ $\{x \mid x \text{는 } 3 \times x = -1 \text{인 자연수}\}$

④ $\{x \mid x \text{는 } 11 < x \leq 12 \text{인 자연수}\}$

⑤ $\{x \mid x \text{는 } x \leq 1 \text{인 자연수}\}$

해설

① $\{0\}$

② $\{1\}$

④ $\{12\}$

⑤ $\{1\}$

13. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

① $A = \emptyset$ 이면 $n(A) = 0$

② $B = \{a, b\}$ 이면 $n(B) = 2$

③ $C = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(C) = 4$

④ $D = \{0\}$ 이면 $n(D) = 0$

⑤ $E = \{y \mid y \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 이면 $n(E) = 5$

해설

④ $D = \{0\}$ 이면 $n(D) = 1$

14. 두 집합 $A = \{x \mid a \leq 2x + 1 \leq 9\}$, $B = \{x \mid -2 \leq x \leq b\}$ 가 서로 같을 때, 상수 a, b 의 합은? (단, 집합 A, B 는 공집합이 아니다.)

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$a \leq 2x + 1 \leq 9$ 에서

$$a - 1 \leq 2x \leq 8, \frac{a - 1}{2} \leq x \leq 4$$

$$\therefore A = \left\{ x \mid \frac{a - 1}{2} \leq x \leq 4 \right\},$$

$$B = \{x \mid -2 \leq x \leq b\}$$

이때, $A = B$ 이므로

$$\frac{a - 1}{2} = -2, b = 4$$

$$a = -3, b = 4$$

$$\therefore a + b = 1$$

15. $\{1, 4\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

집합 X 는 1, 4 를 반드시 원소로 가지는 $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합이므로 개수는 $2^2 = 4$ (개)

16. 세 집합 $A = \{1, 4, 9\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, $C = \{1, 5, 9, 10\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cap B = \{4\}$

② $B \cap C = \emptyset$

③ $A \cup C = \{1, 9, 10\}$

④ $(A \cap B) \cup C = \{1, 4, 5, 9, 10\}$

⑤ $A \cup (B \cup C) = \{1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10\}$

해설

③ $A \cup C = \{1, 4, 5, 9, 10\}$

17. 집합 A 에 대하여 안에 공통으로 들어가는 집합을 써넣라.

(1) $A \cup \emptyset = \square$

(2) $A \cap A = \square$

(3) $A \cup A = \square$

▶ 답 :

▷ 정답 : A

해설

(1) $\emptyset$ 은 집합 A 에 포함되므로 $A \cup \emptyset = A$ 이다.

(2) $A \cap A = A$

(3) $A \cup A = A$

18. 두 집합 $A = \{3, a - 4, 9\}$, $B = \{7, b + 3, 10\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{7, 9\}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

이므로

$$7 \in A \text{ 이므로 } a - 4 = 7 \quad \therefore a = 11$$

$$9 \in B \text{ 이므로 } b + 3 = 9 \quad \therefore b = 6$$

$$\therefore a - b = 11 - 6 = 5$$

19. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $A \subset B$

② $(A \cap B) \subset A$

③ $A \cap B = B$

④ $(A \cap \emptyset) \cup B = A$

⑤ $(A \cup B) \subset (A \cap B)$

해설

$A \cup B = A$ 이면 $B \subset A$ 이다.

① $B \subset A$ 이므로 옳지 않다.

④ $(A \cap \emptyset) \cup B = \emptyset \cup B = B$ 이므로 옳지 않다.

⑤ $(A \cup B) \subset (A \cap B)$ 은 $A \subset B$ 와 같으므로 옳지 않다.

20. $U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$, $B = \{3, 5, 7, 11\}$ 일 때, $(A - B)^c$ 은?

① $\{3, 5\}$

② $\{3, 7\}$

③ $\{3, 5, 7, 11\}$

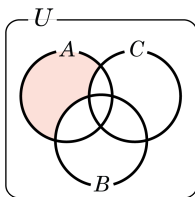
④ $\{3, 5, 7, 9\}$

⑤ $\{3, 5, 7, 9, 11\}$

해설

$A - B = \{1, 9\}$ 이므로 $(A - B)^c = (\{1, 9\})^c = \{3, 5, 7, 11\}$ 이다.

21. 다음 벤 다이어그램에서 어두운 부분을 나타내는 집합은? (단, U 는 전체집합, X^c 는 X 의 여집합을 나타낸다.)



① $A \cap (B \cup C)^c$

② $A \cup (B \cup C)^c$

③ $A \cap (B^c \cap C)^c$

④ $A \cap (B^c \cap C^c)^c$

⑤ $A \cap (B^c \cup C^c)^c$

해설

각각 벤다이어그램을 그려서 확인하면 된다. 모두 그려서 확인하지 않고 주어진 벤다이어그램을 보고 그에 맞는 집합의 연산을 생각해 보면 색칠한 부분은 $A - (B \cup C)$ 임을 알 수 있고 $A - (B \cup C) = A \cap (B \cup C)^c$ 이다.

22. 진수는 두 집합의 연산을 이용하여 새로운 집합을 만드는 탐구를 하다가 $A - B = \{1, 7\}$ 인 새로운 집합을 만든 원래의 두 집합 $A = \{1, 3, 5, b\}$, $B = \{2, a, 4, 5\}$ 를 발견하였다. 이 때, 원소 a, b 를 찾아 $b - a$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$A - B \subset A$ 이고 $A - B = \{1, 7\}$ 이므로 $b = 7$ 이다. $A \cap B = \{3, 5\}$ 이므로 $a = 3$ 이다. 따라서 $b - a = 7 - 3 = 4$ 이다.

23. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{ 이하의 } 3 \text{ 의 배수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$A - B = \{9, 21, 24\}$, $B - A = \{3, 15\}$, $A^c \cap B^c = \{12\}$ 일 때, 집합 A, B 의 교집합을 구하면?

① $\{3, 6\}$

② $\{3, 6, 12\}$

③ $\{3, 18\}$

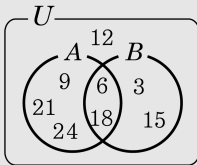
④ $\{6, 12\}$

⑤ $\{6, 18\}$

해설

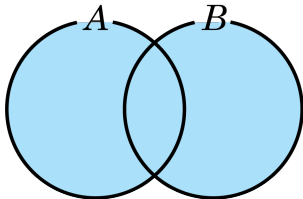
$$U = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\}$$

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$$\therefore A \cap B = \{6, 18\}$$

24. 다음 벤 다이어그램에서 $n(B) = 20$, $n(A - B) = 15$ 일 때, 색칠한 부분의 원소의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 35 개

해설

색칠한 부분이 나타내는 집합은 $A \cup B$ 이다.

$$A \cup B = (A - B) \cup B \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n((A - B) \cup B) \\ &= n(A - B) + n(B) \\ &= 15 + 20 \\ &= 35 \end{aligned}$$

(개) 이다.

25. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 30, n(A) = 12, n(B) = 15, n(A \cap B) = 8$ 일 때, $n(A^c) - n(B - A)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$n(A^c) = n(U) - n(A) = 30 - 12 = 18 \text{ 이다.}$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 15 - 8 = 7 \text{ 이므로 } n(A^c) - n(B - A) = 18 - 7 = 11 \text{ 이다.}$$

26. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 10$, $n(A - B) = 6$, $n(A \cup B) = 17$ 일 때, $n(B - A)$ 는?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$n(A \cap B) = n(A) - n(A - B) = 10 - 6 = 4$$

$$n(B) = n(A \cup B) - n(A - B) = 17 - 6 = 11$$

$$\begin{aligned}\therefore n(B - A) &= n(B) - n(A \cap B) \\ &= 11 - 4 = 7\end{aligned}$$

27. 30명의 학생에게 A, B 두 문제를 풀게 했더니 A 를 푼 학생은 21명, B 를 푼 학생은 14명이며, A, B 를 모두 못푼 학생은 5명이었다. A, B 를 모두 푼 학생의 수는?

① 5명

② 10명

③ 15명

④ 7명

⑤ 17명

해설

$$n(U) = 30, n(A) = 21,$$

$$n(B) = 14, n(A^c \cap B^c) = 5 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} n(A^c \cap B^c) &= n(A \cup B)^c = n\{U - (A \cup B)\} \\ &= n(U) - n(A \cup B) = 5 \text{ 에서} \end{aligned}$$

$$n(A \cup B) = n(U) - 5 = 30 - 5 = 25$$

$$\begin{aligned} \therefore n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 21 + 14 - 25 = 10 \text{ (명)} \end{aligned}$$

28. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 15는 반드시 포함하고, 소수는 포함하지 않는 부분집합의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 19\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 15는 반드시 포함하고, 소수 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19는 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{10-2-7} = 2^1 = 2$ (개)

29. 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 2, 5 를 포함하는 부분집합의 개수가 32 개일 때, n 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

집합 A 의 원소의 개수는 n 개 이므로 원소 2, 5 를 포함하는 부분집합의 개수는

$$2^{n-2} = 32 = 2^5 \quad \therefore n = 7$$

30. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 27 \text{의 약수}\}$, $A \cap B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 27\}$ 일 때 집합 B 의 원소의 합을 구하여라.

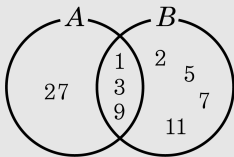
▶ 답 :

▷ 정답 : 38

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면

$A = \{1, 3, 9, 27\}$, $A \cap B = \{1, 3, 9\}$ 이므로 벤 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



그러므로 집합 $B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 이다.

따라서 집합 B 의 모든 원소의 합은

$$1 + 2 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 38 \text{ 이다.}$$

31. 다음 중 옳은 것은?

① $A \cup \emptyset = \emptyset$

② $A \cap B = B \cup A$

③ $A \subset (A \cap B)$

④ $(A \cup B) \subset A$

⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$

해설

① $A \cup \emptyset = A$

② $A \cap B = B \cap A, A \cup B = B \cup A$

③ $(A \cap B) \subset A$

④ $A \subset (A \cup B)$

32. 두 집합 $A = \{3, 5, a + 4, 9\}$, $B = \{1, 3, 6, b + 1\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{3, 7\}$ 일 때,
 $A \cup B$ 의 모든 원소의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 31

해설

$A \cap B = \{3, 7\}$ 이므로 $7 \in A$ 이다. $a + 4 = 7$ 이어야 한다.
그러므로 $a = 3$ 이다.

$7 \in B$ 이므로 $b + 1 = 7$ 이어야 한다. 그러므로 $b = 6$ 이다.

$A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 7, 9\}$ 이므로 모든 원소의 합은 $1 + 3 + 5 + 6 + 7 + 9 = 31$ 이 된다.

33. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 4\text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6\text{의 약수}\}$ 일 때, $(A - B)^c$ 은?

① $\{1, 2\}$

② $\{1, 2, 3\}$

③ $\{1, 2, 5\}$

④ $\{1, 2, 3, 5\}$

⑤ $\{1, 2, 3, 5, 6\}$

해설

$A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로 $A - B = \{4\}$ 이다.
따라서 $(A - B)^c = \{1, 2, 3, 5, 6\}$ 이다.

34. $U = \{x | x \text{는 } 12 \text{ 이하의 짝수}\}$ 의
두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{2, 4\}, B - A = \{8, 10\}, A^c \cap B^c = \{12\}$ 에 대하여 집합 A 는?

① $\{2, 6\}$

② $\{4, 6\}$

③ $\{2, 4, 6\}$

④ $\{6, 8, 10\}$

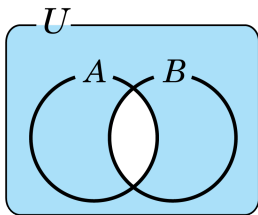
⑤ $\{2, 4, 6, 10\}$

해설

$U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}, A - B = \{2, 4\}, B - A = \{8, 10\}, A^c \cap B^c = \{12\}$ 이므로 $A \cap B = \{6\}$ 이다.

따라서 $A = (A - B) \cup (A \cap B) = \{2, 4, 6\}$ 이다.

35. 전체 집합 $U = \{x | x \text{는 } 12 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{3, 5, 7, 9\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



① $\{1, 3, 5\}$

② $\{1, 5, 7\}$

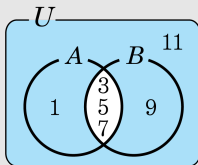
③ $\{1, 8, 9\}$

④ $\{1, 5, 11\}$

⑤ $\{1, 9, 11\}$

해설

$U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 이므로 색칠한 부분은 $\{1, 9, 11\}$ 이다.



36. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = A$ 일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① $A \cap B = \emptyset$

② $A \cup B = U$

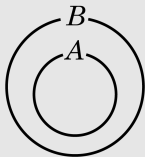
③ $B \subset A^c$

④ $A - B = \emptyset$

⑤ $B \cap A^c = \emptyset$

해설

$A \cap B = A$ 이면 집합 A, B 는 다음 벤 다이어그램과 같은 포함관계를 만족한다.



① $A \cap B = A$

② $A \cup B = B$

③ $B \not\subset A^c$

⑤ $B \cap A^c \neq \emptyset$

37. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $\{A \cap (A^c \cap B^c)^c\} \cup \{B \cap (A \cap B^c)\} = A \cup B$ 인 관계가 성립할 때, 다음 중 옳은 것을 구하면?

① $A \subset B$

② $B \subset A$

③ $A^c = B$

④ $A \cap B = \emptyset$

⑤ $A = B^c$

해설

$\{A \cap (A^c \cap B^c)^c\} \cup \{B \cap (A \cup B^c)\} = A \cup B$ 를 풀어보면,
 $\{A \cap (A \cup B)\} \cup \{B \cap (A \cup B^c)\}$
 $= A \cup \{(A \cap B) \cup (B \cap B^c)\}$
 $= A \cup (A \cap B) = A = A \cup B$
 이므로 $B \subset A$ 가 된다.

38. 두 집합 $A = \{3, 5, a + 1\}$,
 $B = \{8, a + 4, 2 \times a + 1, 16\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{8\}$ 일 때, $(A - B) \cup (B - A)$ 는?

① $\{3, 5, 7, 9\}$

② $\{3, 4, 5, 7\}$

③ $\{3, 5, 8, 11\}$

④ $\{3, 5, 11, 15, 16\}$

⑤ $\{3, 5, 8, 11, 15\}$

해설

$A \cap B = \{8\}$ 이므로 $a + 1 = 8, a = 7$ 이다.

따라서 $A = \{3, 5, 8\}, B = \{8, 11, 15, 16\}$ 이므로

$(A - B) \cup (B - A) = \{3, 5\} \cup \{11, 15, 16\} = \{3, 5, 11, 15, 16\}$ 이다.

39. 전체 집합 $U = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x|x \text{는 홀수}\}$, $B = \{1, 3, 4, 8\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cap B^c = \{5, 7, 9\}$

② $A \cap B = \{1, 3\}$

③ $B - A = \{4, 8\}$

④ $(A \cup B)^c = \{2, 6, 10\}$

⑤ $A^c \cap B^c = \{2, 10\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{1, 3, 4, 8\}$
이므로

⑤ $A^c \cap B^c = \{2, 6, 10\}$

40. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 두 부분집합 $A = \{a, b, e\}$, $B = \{b, c\}$ 에 대하여
 $(A \cup B)^c \subset X$, $(A - B)^c \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$$(A \cup B)^c = \{d\}, (A - B)^c = \{b, c, d\}$$

$(A \cup B)^c \subset X \subset (A - B)^c$, 즉 $\{d\} \subset X \subset \{b, c, d\}$ 이다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

41. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 100\}$ 의 부분집합 중에서 다음의 두 조건을 만족하고, 원소의 개수가 가장 적은 집합을 A 라 할 때 $n(A)$ 를 구하면?

㉠ $2 \in A$

㉡ $m, n \in A$ 이고, $mn \in U$ 이면 $mn \in A$ 이다.

㉠ 6

㉡ 8

㉢ 10

㉣ 12

㉤ 16

해설

$2 \in A$ 이고, $2 \times 2 = 2^2 \in U$ 이므로 $2^2 \in A$

$2 \in A$, $2^2 \in A$ 이고, $2 \times 2^2 = 2^3 \in U$ 이므로 $2^3 \in A$

이와 같은 과정을 반복하면

$2^4 \in A$, $2^5 \in A$, $2^6 \in A, \dots$

따라서 집합 A 는 전체집합 U 의 원소 중 2의 거듭제곱을 반드시 포함해야 한다. 즉, 집합 A 의 원소의 개수가 가장 적을 때는 2의 거듭제곱만을 원소로 가질 때이므로 구하는 집합은 $\{2, 4, 8, 16, 32, 64\}$ 이다.

42. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.

㉡ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.

㉢ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $A = \{a, b\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 라고 하면 $n(A) < n(B)$ 이지만 $A \not\subset B$ 이다.

㉢ $A = \{a, b, c\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 라고 하면 $n(A) = n(B)$ 이지만 $A \neq B$ 이다.

43. 세 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{b, c, d\}$, $C = \{a, b, e\}$ 에 대하여 $(B \cap X) \subset (C \cap X)$ 를 만족시키는 A 의 부분집합 X 의 개수는?

① 4개

② 7개

③ 8개

④ 15개

⑤ 16개

해설

X 는 B 의 원소이지만 C 의 원소가 아닌 c, d 를 원소로 가져서는 안된다. 또한 $B \cap C$ 의 원소인 b 는 X 의 원소가 되거나 되지 않아도 조건을 성립시킨다.

$\therefore \{a, b, e\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.

$\therefore 2^3 = 8(\text{개})$

44. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $(A \cup B) \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구한 것은?

① 2 개

② 4 개

③ 8 개

④ 16 개

⑤ 32 개

해설

$$A = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}, B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$A \cap B = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18\}$$

$$(A \cup B) \cap X = X \text{ 이므로 } X \subset (A \cup B)$$

$$(A \cap B) \cup X = X \text{ 이므로 } (A \cap B) \subset X$$

$$\therefore (A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$$

X 는 원소 1, 2, 3, 6 을 포함하는

$\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18\}$ 의 부분집합이므로

$$(\text{집합 } X \text{의 갯수}) \equiv 2^{8-4} = 2^4 = 16(\text{개})$$

45. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \emptyset$ 일 때, $A = \{1, 2, 3, 6\}$ 이라면 집합 B 로 알맞지 않은 것은?

① $B = \{1, 2, 3, 6, 8\}$

② $B = \{1, 2, 3, 6, 7, 8\}$

③ $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8\}$

④ $B = \{1, 2, 3, 5, 7, 8\}$

⑤ $B = \{1, 2, 3, 6, 7, 8, 9\}$

해설

$A - B = \emptyset$ 이면 집합 A 의 모든 원소는 집합 B 에 속한다.

46. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 연산 과정 중 처음으로 잘못된 곳을 찾아라.

$$\begin{array}{ccccccc} B^c - A^c & = & B^c \cap (A^c)^c & = & B^c \cap A & = & B - A = (A \cap B) \\ & & \textcircled{\neg} & & \textcircled{\sqsubset} & & \textcircled{\sqsupset} & & \textcircled{\supset} \end{array}$$

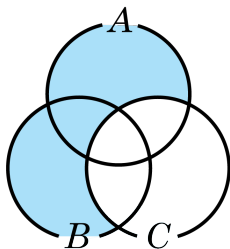
▶ 답 :

▷ 정답 : $\textcircled{\sqsupset}$

해설

$B^c \cap A = A - B$ 이다. 따라서 처음으로 잘못된 곳은 $\textcircled{\sqsupset} B - A$ 이다.

47. 다음 그림에서 색칠한 부분의 집합을 나타낸 것은?



① $(A \cap B) - C$

② $(A \cap C) - B$

③ $(A \cup B) - C$

④ $(A \cup C) - B$

⑤ $(B \cup C) - A$

해설

색칠한 부분을 집합으로 나타내면 $(A \cup B) - C$ 이다.

48. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \Delta B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$ 를 만족할 때, 다음 중 $(A \Delta B) \Delta A$ 와 같은 것은 ?

① A

② B

③ $A \cup B$

④ $A \cap B$

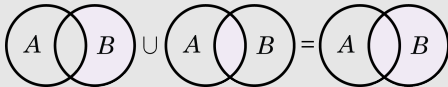
⑤ $A \cap B^c$

해설

$$A \Delta B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$$

$$\therefore (A \Delta B) \Delta A = [(A \Delta B) - A] \cup [A - (A \Delta B)]$$

벤 다이어그램으로 설명하면 다음과 같다.



$$[(A \Delta B) - A] \cup [A - (A \Delta B)] = B$$

49. 세 집합 A, B, C 에 대하여

$n(A) = 50, n(B) = 32, n(C) = 15, n(A \cup B) = 70, n(A \cap C) = 15, n(B \cap C) = 0$ 일 때,

$n(A \cup B \cup C) + 2 \times n(A \cap B \cap C)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 70

해설

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$B \cap C = \emptyset$ 이므로 $A \cap B \cap C = \emptyset$ 이 된다.

$$n(A) + n(B) - n(A \cap B) = n(A \cup B) \text{ 이고}$$

$$A \cap B \cap C = \emptyset \text{ 이므로 } n(A \cap B) = 50 + 32 - 70 = 12$$

$$\therefore n(A \cup B \cup C) = 50 + 32 + 15 - 15 - 12 - 0 + 0 = 70$$

따라서 정답은 $70 + 2 \times 0 = 70$

50. 세 권의 책 A, B, C가 있다. A를 읽은 학생은 5명, B를 읽은 학생은 4명, C를 읽은 학생은 7명, A와 B를 모두 읽은 학생은 3명, 세 권을 모두 읽은 학생은 2명일 때, C만 읽은 학생의 수가 가장 적을 경우는 몇 명인가?

① 1명

② 2명

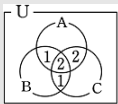
③ 3명

④ 4명

⑤ 5명

해설

집합 A, B, C를 각각 책 A, B, C를 읽은 학생들의 집합이라 하면 $n(A) = 5$, $n(B) = 4$, $n(C) = 7$, $n(A \cap B) = 3$, $n(A \cap B \cap C) = 2$
C만 읽는 학생수가 가장 적을 때는 A와 C, B와 C를 읽은 학생수가 가장 많은 경우로 벤다이어그램에서



$$7 - (2 + 2 + 1) = 2(\text{명})$$