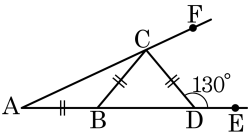
1. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$ 이고 $\angle CDE = 130°$ 일 때, $\angle CAB$ 의 크기는?



① $15°$　② $20°$　③ $25°$

④ $30°$　⑤ $35°$

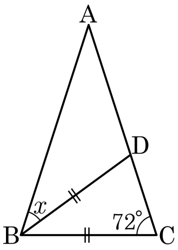
해설

$\angle CBD = \angle CDB = 50°$,

$\angle ABC = 180° - 50° = 130°$

$\therefore\ \angle CAB = (180° - 130°) \div 2 = 25°$

2. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $30°$ ② $32°$ ③ $34°$ ④ $36°$ ⑤ $38°$

해설

$\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이므로

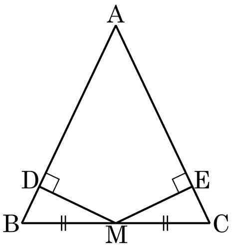
$\angle CBD = 180° - 2 \times 72° = 36°$

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle ABC = \angle ACB = 72°$

$\therefore \angle x = 72° - 36° = 36°$

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{MD} = \overline{ME}$ 임을 나타내는 과정에서 필요한 조건이 <u>아닌</u> 것은?



① $\overline{BM} = \overline{CM}$

② $\angle B = \angle C$

③ $\overline{BD} = \overline{CE}$

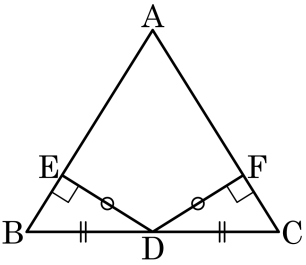
④ $\angle BDM = \angle CEM$

⑤ RHA 합동

해설

$\triangle BMD$ 와 $\triangle CME$ 에서 $\angle B = \angle C$, $\angle BDM = \angle CEM = 90°$,
$\overline{BM} = \overline{MC}$
$\therefore \triangle BMD \equiv \triangle CME$ (RHA 합동)

4. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle FDC = 32°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기는 ?



① 52° ② 56° ③ 58° ④ 62° ⑤ 64°

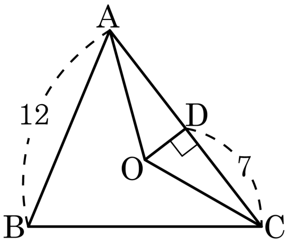
해설

$\triangle EBD \equiv \triangle FCD$(RHS합동)

$\angle EBD = \angle FCD = 58°$

$\therefore \angle A = 180° - 58° \times 2 = 64°$

5. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. 점 O에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 D라 할 때, $\overline{AD}$의 길이는?

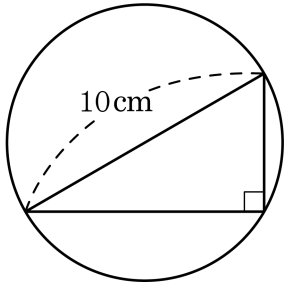


① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

외심에서 각 변에 내린 수선의 발은 각 변을 수직이등분하므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$이다.
따라서 $\overline{AD} = 7$이다.

6. 다른 그림와 같이 빗변의 길이가 10cm 인 직각삼각형의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.

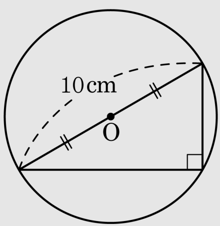


▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 5 cm

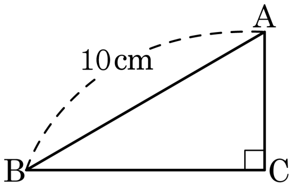
해설

직각삼각형의 외심 O는 빗변의 중심에 존재한다.



따라서 반지름의 길이는 5cm 이다.

7. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB} = 10$일 때, $\triangle ABC$의 외접원의 넓이는?

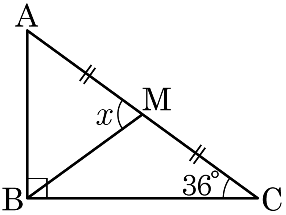


① 18π　② 25π　③ 36π　④ 49π　⑤ 63π

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle ABC$의 외접원의 중심은 $\overline{AB}$의 중점이다.
따라서 외접원의 반지름은 5이므로
넓이는 $\pi r^2 = \pi \times 5^2 = 25\pi$이다.

8. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 빗변 AC 의 중점은 M 이고 $\angle ACB = 36°$ 일 때 $\angle AMB$ 의 크기는?



① 62° ② 64° ③ 68° ④ 70° ⑤ 72°

해설

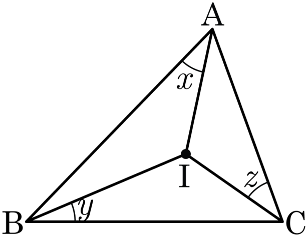
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM} \cdots$ ㉠

따라서 $\triangle BMC$ 는 이등변삼각형이다.

$\angle MCB = \angle MBC = 36°$

$\angle AMB = \angle MCB + \angle MBC = 36° + 36° = 72°$

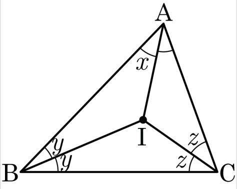
9. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x+\angle y+\angle z=(\qquad)^\circ$ 이다. (　　　) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 90

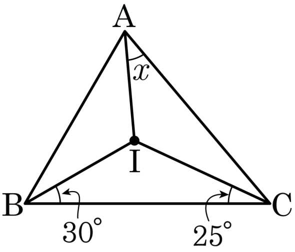
해설



$2(x+y+z)=180^\circ$

$\therefore\ x+y+z=90^\circ$

10. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심 일 때, $\angle x$의 크기는?



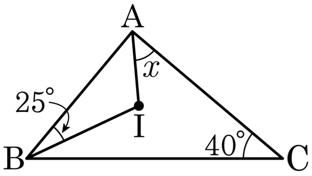
① 15° ② 20° ③ 25° ④ 30° ⑤ 35°

해설

$30° + 25° + \angle x = 90°$

$\therefore \angle x = 35°$

11. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle IBA = 25^\circ$, $\angle BCA = 40^\circ$이다. $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\qquad\qquad}^\circ$

▷ **정답 :** $\underline{45}^\circ$

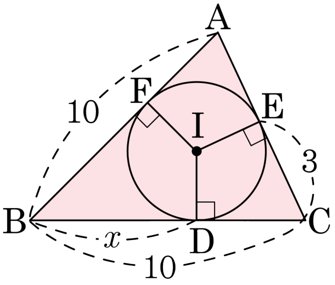
해설

$\angle B = 2 \times 25^\circ = 50^\circ$

$\angle A = 180^\circ - (40^\circ + 50^\circ) = 90^\circ$

$\therefore \angle x = \angle IAC = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$

12. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이다. x 의 값을 구하여라.



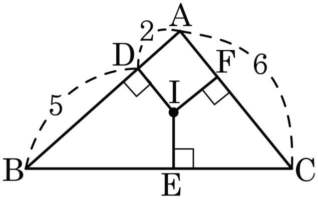
▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

점 I가 $\triangle$ABC의 내심이므로 $\overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CD}} = 3$이다.
$\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{BD}} + \overline{\mathrm{CD}} = x + 3 = 10$
$\therefore x = \overline{\mathrm{BD}} = 7$

13. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{BC}$의 길이는?

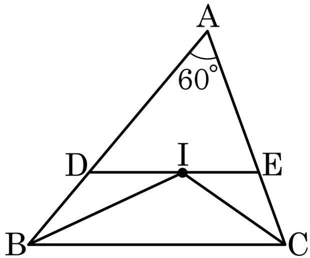


① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$\overline{AD} = \overline{AF} = 2$이고, $\overline{BD} = \overline{BE} = 5$이다.
$\overline{CE} = \overline{AC} - \overline{AF} = 6 - 2 = 4$이므로
$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 9$

14. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, $\angle BDI + \angle CEI = (\quad)^\circ$ 의 값을 구하여라.



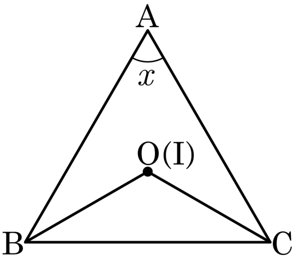
▶ 답 :

▷ 정답 : 240

해설

점 I 가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle DBI = x^\circ$, $\angle ICB = \angle ECI = y^\circ$ 라고 두면
$2\angle x + 2\angle y + 60^\circ = 180^\circ$, $2\angle x + 2\angle y = 120^\circ$ 이다.
또, $\overline{DE} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$, $\angle ICB = \angle EIC$ 이므로 $\triangle DBI$ 와 $\triangle EIC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 두 삼각형 $\triangle DBI$ 와 $\triangle EIC$ 의 내각의 크기의 합은 $2\angle x + 2\angle y + \angle BDI + \angle CEI = 180^\circ \times 2 = 360^\circ$ 이고,
$2\angle x + 2\angle y = 120^\circ$ 이므로 $\angle BDI + \angle CEI = 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



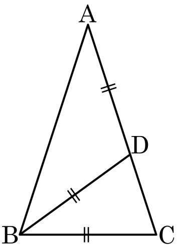
▶ 답 : $\underline{\quad}^{\circ}$

▷ 정답 : 60 $\underline{\ }^{\circ}$

해설

$\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 일치할 때는 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.
따라서 $x = 60^{\circ}$ 이다.

16. 다음 그림에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{BC}$일 때, $\angle A$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\circ}$

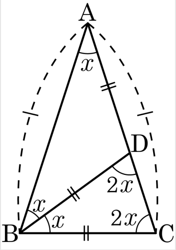
▷ 정답 : $36\underline{\circ}$

해설

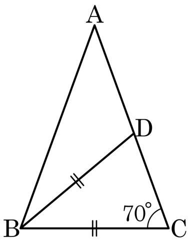
$\angle A$ 의 크기를 $\angle x$라고 하면

$2\angle x+\angle x+\angle x+\angle x=180\,°$, $5\angle x=180\,°$

$\therefore\ \angle x=36\,°$



17. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BC} = \overline{BD}$ 이고, $\angle BCD = 70°$ 일 때, $\angle ABD$ 의 크기는?



① $30°$ ② $32°$ ③ $34°$ ④ $36°$ ⑤ $38°$

해설

$\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle BDC = 70°$

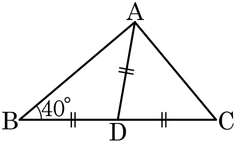
$\angle CBD = 180° - 2 \times 70° = 40°$

또 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle ABC = \angle ACB = 70°$

따라서 $\angle ABD = 70° - 40° = 30°$

18. 다음 그림에서 $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$ 이고 $\angle B=40°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?



① $75°$ ② $80°$ ③ $85°$ ④ $90°$ ⑤ $95°$

해설

$\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle BAD=40°$

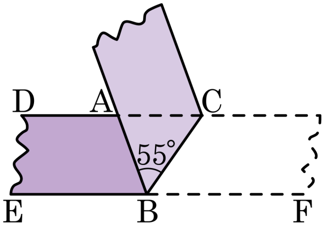
$\angle CDA=40°+40°=80°$

또 $\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle DAC=\angle DCA=\dfrac{1}{2}(180°-80°)=50°$

$\therefore \angle BAC=40°+50°=90°$

19. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ABC = 55°$ 일 때, 다음 중 각의 크기가 $55°$인 것을 모두 고르면?

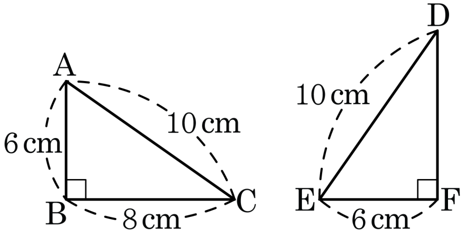


① $\angle ABE$ ② $\angle DAB$ ③ $\angle ACB$ ④ $\angle CAB$ ⑤ $\angle CBF$

해설

① $\angle ABE = 180° - \angle ABC - \angle CBF = 180° - 55° - 55° = 70°$
② $\angle DAB = 180° - \angle CAB = 180° - 70° = 110°$
③ $\angle CBF = \angle ACB = 55°$ (엇각)
④ $\triangle ABC$ 의 내각의 합은 $180°$이므로
$\angle CAB = 180° - 55° - 55° = 70°$
⑤ 종이 테이프를 접으면 $\angle ABC = \angle CBF = 55°$

20. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



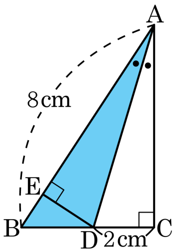
① 6cm ② 7cm ③ 8cm ④ 9cm ⑤ 10cm

해설

$\triangle CAB, \triangle DEF$ 는 RHS 합동

$\therefore \overline{DF} = \overline{CB} = 8\text{cm}$

21. 그림과 같이 $\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 하자. $\overline{CD} = 2\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 8\,\text{cm}$일 때, $\triangle ABD$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 8 cm^2

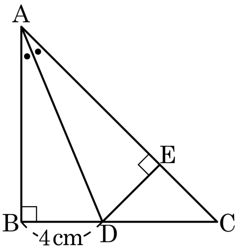
해설

$\triangle ADE \equiv \triangle ADC$ (RHA 합동) 이므로

$\overline{ED} = \overline{DC} = 2(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABD$의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 8 \times 2 = 8\ (\text{cm}^2)$

22. 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D , D 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라고 하자. $\overline{BD} = 4\text{cm}$ 일 때, $\triangle EDC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ____________ cm^2

▷ 정답 : $8\,\text{cm}^2$

해설

$\angle C = 45\,°$ 이므로 $\triangle EDC$ 는 직각이등변삼각형이다.

$\triangle ABD$ 와 $\triangle AED$ 에서

$\overline{AD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉠

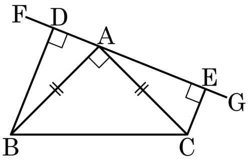
$\angle ABD = \angle AED = 90\,° \cdots$ ㉡

$\angle BAD = \angle EAD \cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle ABD \equiv \triangle AED$ (RHA 합동) 이다.

따라서 $\overline{ED} = \overline{BD} = 4$ 이므로 $\triangle EDC$ 의 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8(\text{cm}^2)$ 이다.

23. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이는? (단, $\angle BAC = 90°$, $\overline{BD}$, $\overline{CE}$ 는 각각 점 B, C 에서 $\overline{FG}$ 에 내린 수선, $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BD} = 7$, $\overline{CE} = 3$)



① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29

해설

$\triangle BAD \equiv \triangle ACE$ (RHA 합동) 이므로 $\overline{AD} = \overline{CE} = 3$, $\overline{AE} = \overline{BD} = 7$ 이고,

사다리꼴 EDBC 의 넓이는

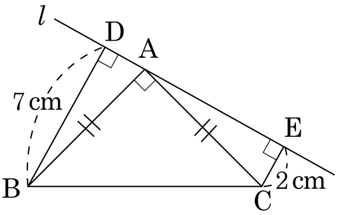
$\frac{1}{2}(\overline{DB} + \overline{EC}) \times \overline{ED} = \frac{1}{2}(7+3) \times (3+7) = 50$ 이다.

$\triangle BAD = \triangle ACE = \frac{1}{2} \times 3 \times 7 = \frac{21}{2}$

$\therefore \triangle ABC = \square EDBC - \triangle BAD - \triangle ACE$

$= 50 - \frac{21}{2} - \frac{21}{2} = 29$

24. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 A를 지나는 직선 l이 있다. 두 꼭짓점 B, C에서 직선 l에 내린 수선의 발을 각각, D, E라 할 때, $\overline{\mathrm{DE}}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 9 cm

해설

$\triangle\mathrm{DBA}$와 $\triangle\mathrm{EAC}$에서

$\angle\mathrm{D} = \angle\mathrm{E} = 90°$

$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$

$\angle\mathrm{DAB} = 90° - \angle\mathrm{EAC} = \angle\mathrm{ECA}$

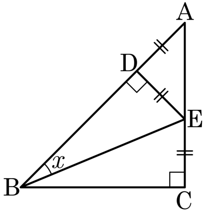
$\therefore\ \triangle\mathrm{DBA} \equiv \triangle\mathrm{EAC}$ (RHA 합동)

$\overline{\mathrm{DA}} = \overline{\mathrm{EC}} = 2\,\mathrm{cm}$

$\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{BD}} = 7\,\mathrm{cm}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{DE}} = 2 + 7 = 9(\mathrm{cm})$

25. 다음 그림과 같이 $\overline{AC}=\overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{AD}=\overline{DE}=\overline{EC}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 22°　② 22.5°　③ 23°

④ 23.5°　⑤ 25°

해설

$\triangle DBE$ 와 $\triangle CBE$ 에 대하여

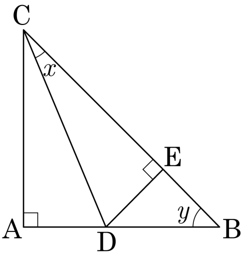
$\angle BDE=\angle BCE=90°$, $\overline{DE}=\overline{CE}$,

$\overline{BE}$ 는 공통, $\triangle DBE \equiv \triangle CBE$ (RHS 합동)

$\angle DBE=\angle CBE$ 이고 $\angle DBE+\angle CBE=\angle ABC=45°$ 이므로

$\therefore \angle x=\angle DBE=22.5°$

26. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} = \overline{AB}$ 인 직각이등변 삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{DE}$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



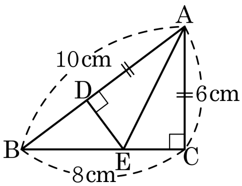
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\quad ^{\circ}}$

▷ 정답 : $67.5\underline{^{\circ}}$

해설

$\triangle$ADC 와 $\triangle$EDC 에서 $\overline{CD}$ 는 공통,
$\angle CAD = \angle CED = 90^{\circ}$, $\overline{DE} = \overline{AD}$ 이므로
$\triangle ADC \equiv \triangle EDC$ 는 RHS 합동이다.
$\triangle$ABC 가 직각 이등변삼각형이므로 $\angle y = 45^{\circ}$,
$\angle ACB = \angle y = 45^{\circ}$ 에서 $\angle DCB = \angle x = \frac{1}{2} \times 45^{\circ} = 22.5^{\circ}$ 이다.
따라서 $\angle x + \angle y = 22.5 + 45 = 67.5^{\circ}$ 이다.

27. 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC}=\overline{AD}$, $\overline{AB}\perp\overline{DE}$ 이다. $\overline{AB}=10\text{cm}$, $\overline{BC}=8\text{cm}$, $\overline{AC}=6\text{cm}$ 일 때, 삼각형 BED 의 둘레는 삼각형 ABC 의 몇 배인가?



① $\dfrac{1}{3}$ 배 ② $\dfrac{1}{2}$ 배 ③ $\dfrac{1}{4}$ 배
④ $\dfrac{1}{5}$ 배 ⑤ $\dfrac{1}{6}$ 배

해설

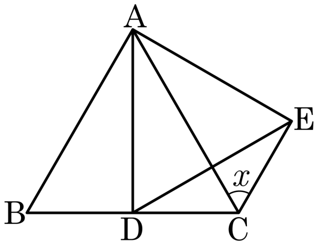
$\triangle ACE \equiv \triangle ADE$(RHS 합동) 이므로 $\overline{DE}=\overline{EC}$, $\overline{AD}=\overline{AC}$ $\therefore$ $\overline{BD}=4\text{cm}$

$\triangle BDE$ 에서 $\overline{DE}+\overline{BE}=\overline{EC}+\overline{BE}=\overline{BC}=8\text{cm}$ 이므로

$\triangle BDE$ 의 둘레의 길이$=4+8=12(\text{cm})$

$\triangle ABC=10+8+6=24(\text{cm})$ 이므로 $\dfrac{1}{2}$ 배이다.

28. 다음 그림에서 $\triangle \mathrm{ABC}$ 와 $\triangle \mathrm{ADE}$ 가 정삼각형일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $50°$　② $55°$　③ $60°$　④ $65°$　⑤ $70°$

해설

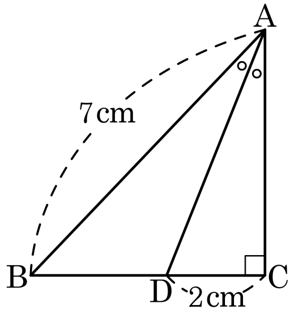
$\triangle \mathrm{ABD}$ 와 $\triangle \mathrm{ACE}$ 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}, \overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{AE}}$

$\angle \mathrm{BAD} = 60° - \angle \mathrm{DAC} = \angle \mathrm{CAE}$

따라서 $\triangle \mathrm{ABD} \equiv \triangle \mathrm{ACE}$ $(\mathrm{SAS}$합동$)$ 이므로

$\angle x = \ \mathrm{ABD} = 60°$

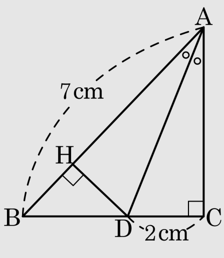
29. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하고, $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{DC} = 2\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이는?



① 5cm^2 ② 6cm^2 ③ 7cm^2 ④ 8cm^2 ⑤ 9cm^2

해설

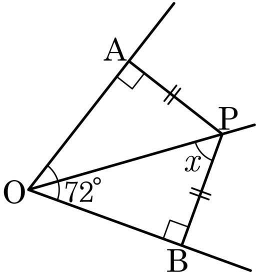
점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선과의 교점을 H 라 하면, $\triangle AHD \equiv \triangle ACD$(RHA합동)



$\overline{DC} = \overline{DH} = 2\text{cm}$

$\therefore \triangle ABD = \dfrac{1}{2} \times 7 \times 2 = 7(\text{cm}^2)$

30. 다음 그림에서 $\overline{PA} = \overline{PB}$, $\angle AOB = 72°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 50° ② 52° ③ 54° ④ 56° ⑤ 58°

해설

$\triangle PAO$ 와 $\triangle PBO$ 에서

i) $\angle A = \angle B = 90°$

ii) $\overline{AP} = \overline{BP}$

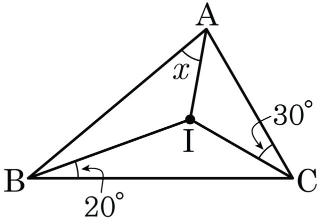
iii) $\overline{OP}$ 는 공통

i), ii), iii) 에 의해 $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$(RHS합동) 이다. 합동인 도형의 대응각의 크기는 같으므로

$\angle AOP = \angle BOP = 36°$

$\therefore \angle x = 90° - 36° = 54°$

31. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다, $\angle IBC = 20°$ $\angle ICA = 30°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

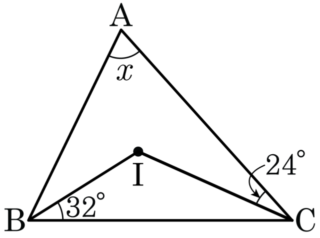
▷ 정답 : 40 °

해설

$\angle x + \angle IBC + \angle ICA = 90°$

$\therefore \angle x = 90° - (20° + 30°) = 40°$

32. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle x$의 값을 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 68 °

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

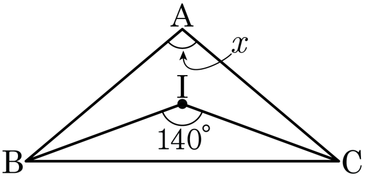
점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle ACI = \angle ICB = 24°$ 이다.

삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\angle BIC = 180° - 32° - 24° = 124°$이다.

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$, $124° = 90° + \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore\ \angle A = 68°$

33. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\angle BIC = 140°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



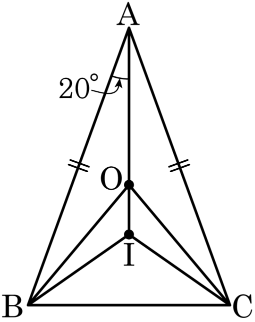
① $70°$ ② $80°$ ③ $90°$ ④ $100°$ ⑤ $110°$

해설

$$90° + \frac{1}{2}\angle x = 140°$$

$$\therefore \angle x = 100°$$

34. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC 에서 점 I 와 점 O 는 각각 $\triangle ABC$ 의 내심과 외심이다. $\angle BAO = 20°$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 크기는?



① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$,$\angle A = 40°$ 이므로

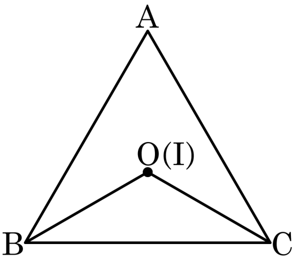
$\angle ABC = 70°$, $\angle BOC = 80°$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로

$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 40° + 90° = 110°$ 이다.

따라서 $\angle BIC - \angle BOC = 110° - 80° = 30°$ 이다.

35. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle ABO = \angle BCO$ ② $\overline{AB} = \overline{BC}$

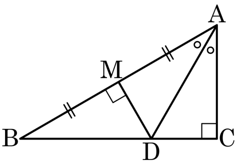
③ $\angle BOC = 120°$ ④ $\angle A = 2\angle OCB$

⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 100°$

해설

$\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때는 삼각형이 정삼각형인 경우이므로
$\angle BAC = 60°$ 이다.
따라서 $\angle BOC = 2\angle A = 120°$ 이고, $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 30°$ 이다.
⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 60° + 30° = 90°$

36. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$인 $\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{AB}$의 수직이등분선이 $\overline{BC}$ 위의 점 D에서 만날 때, $\angle B$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}°$

▷ 정답 : $\underline{30°}$

해설

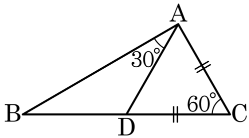
$\triangle ACD \equiv \triangle AMD$ (RHA 합동), $\triangle AMD \equiv \triangle BMD$ (SAS 합동)이므로 $\angle B = \angle MAD$이다.

$\angle B + \angle A = 90°$이고

$\angle A = 2\angle MAD = 2\angle B$이므로

$3\angle B = 90°$, 따라서 $\angle B = 30°$이다.

37. 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \overline{CD}$ 일 때, 틀린 것을 모두 고르면?



㉠ $\angle ADC = 50°$

㉡ $\angle A = 90°$

㉢ $\angle ABD = 40°$

㉣ $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형

㉤ $\overline{AC}$ 가 5cm 일 때, $\overline{BD}$ 는 5cm 이다.

① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉢　③ ㉠, ㉢　④ ㉠, ㉤　⑤ ㉢, ㉤

해설

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AC} = \overline{CD}$ 이므로

$\angle CAD = \angle CDA = \frac{1}{2} \times (180° - 60°) = 60°$

따라서 $\triangle ADC$ 는 정삼각형이다.

$\angle BAC = 30° + 60° = 90°$

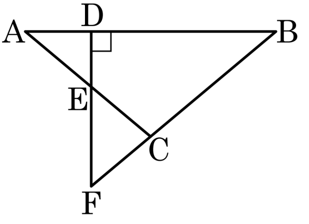
따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = \angle ABD = 30°$ 이다.

$\angle BAD = \angle ABD = 30°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형

$\triangle ADC$ 는 정삼각형이고 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AC} = \overline{CD} = \overline{AD} = \overline{BD}$

따라서 $\overline{AC}$ 가 5cm 일 때, $\overline{BD}$ 는 5cm 이다.

38. 다음 그림과 같이 $\angle A = \angle B$ 인 삼각형 ABC 의 변 AB 에 수직인 직선이 변 AB , 변 AC 와 변 BC 의 연장선과 만나는 점을 각각 D, E, F 라 정한다. $\overline{BF} = 7\text{cm}$, $\overline{AE} = 2.5\text{cm}$ 일 때, 선분 EC 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 2.25 cm

해설

$\angle A = \angle B$ 이면 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\overline{AC} = \overline{BC}$

$\angle A = \angle B = a$ 라 하면

$\triangle ADE$ 에서

$\angle AED = 90° - a$

또 $\angle CEF$ 는 $\angle AED$ 의 맞꼭지각이므로

$\angle CEF = 90° - a \cdots$ ㉠

또 $\triangle BDF$ 에서

$\angle FBD = a$, $\angle BDF = 90°$ 이므로

$\angle BFD = 90° - a \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\triangle CEF$ 는 이등변삼각형이므로

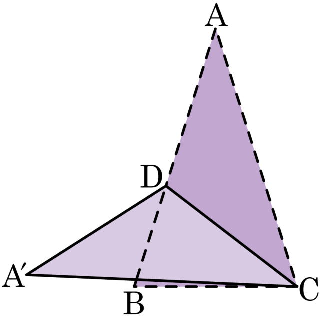
$\overline{CE} = \overline{CF} = x$ 라 하면

$\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로 $2.5 + x = 7 - x$

$\therefore\ x = 2.25\text{cm}$

따라서 선분 EC 의 길이는 2.25cm 이다.

39. 다음 그림은 $\angle A$ 를 꼭지각으로 하는 이등변삼각형을 선분 AD 와 선분 CD 의 길이가 같도록 접은 것이다. $\angle A$ 가 $35°$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 37.5 °

해설

$\triangle ADC$는 이등변삼각형이므로

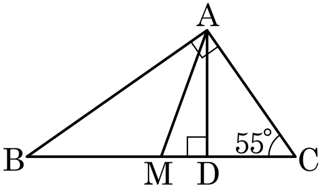
$\angle A = \angle ACD = 35°$

$\angle ACB = (180° - 35°) \div 2 = 72.5°$

($\because$ $\triangle ABC$는 이등변삼각형)

$\therefore$ $\angle BCD = 72.5° - 35° = 37.5°$

40. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 직각인 꼭짓점 A 에서 빗변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 하고, $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle C = 55°$ 일 때, $\angle AMB - \angle DAM$ 의 크기는?



① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설

직각삼각형의 빗변 $\overline{BC}$ 의 중점 M 은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.

$\therefore \overline{BM} = \overline{AM} = \overline{CM}$

$\angle ABM = 35°$, $\angle DAC = 35°$ 이고 $\triangle ABM$ 은 이등변삼각형($\because \overline{BM} = \overline{AM}$)

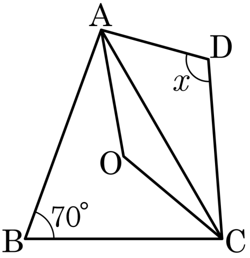
$\therefore \angle ABM = \angle BAM = 35°$

$\angle AMB = 180° - 35° - 35° = 110°$

$\angle DAM = \angle A - \angle BAM - \angle DAC = 90° - 35° - 35° = 20°$

따라서 $\angle AMB - \angle DAM = 110° - 20° = 90°$

41. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADC$ 의 외심은 O 로 동일하고 $\angle ABC = 70°$ 일 때, $\angle ADC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 110 °

해설

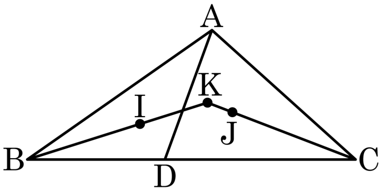
$\angle AOC = 2\angle ABC = 140°$

$\angle OAD = a$, $\angle OCD = b$ 라고 하고, $\overline{OD}$ 를 그으면 $\angle D = a + b$

□AOCD 에서, $\angle OAD + \angle ADC + \angle DCO + \angle COA = 360°$,

$360° = 140° + a + b + a + b = 140° + 2(a + b)$, $a + b = \angle ADC = 110°$

42. 다음 그림과 같이 $\angle ADC = 70°$, $\angle C = 42°$ 인 삼각형 ABC 의 변 BC 위에 $\overline{BD} = \overline{AD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, 삼각형 ABD, ACD 의 내심을 각각 I, J 라 하자. 선분 BI 와 선분 CJ 의 연장선의 교점을 K 라 할 때, $\angle IKJ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad °}$

▷ 정답 : $\underline{141.5°}$

해설

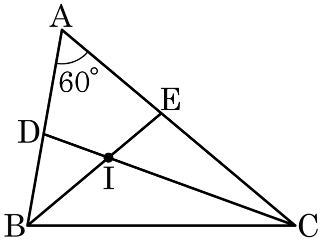
$\overline{BD} = \overline{AD}$ 이므로 $\angle ABD = \dfrac{1}{2}\angle ADC = 35°$

점 J 는 내심이므로 $\angle JCD = 42° \times \dfrac{1}{2} = 21°$

점 I 는 내심이므로 $\angle IBD = \angle ABD \times \dfrac{1}{2} = 17.5°$

따라서 $\angle IKJ = 180° - (21° + 17.5°) = 141.5°$ 이다.

43. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle A = 60°$ 일 때, $\angle BDC + \angle BEC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad ^{\circ}}$

▷ 정답 : $\underline{180\,^{\circ}}$

해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 120°$, $\angle DIE = 120°$.

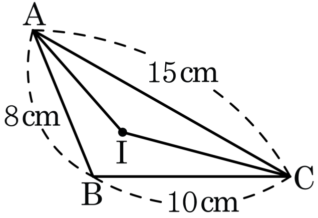
$\square ADIE$ 에서 $\angle ADI + \angle AEI + 60° + 120° = 360°$

$\angle ADI + \angle AEI = 180°$.

$\angle BDI + \angle ADI + \angle CEI + \angle AEI = 360°$, $\angle BDC + \angle BEC = 180°$

.

44. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고 $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 15\text{cm}$일 때, $\triangle ABC$의 넓이와 $\triangle AIC$의 넓이의 비는?



① 2 : 1 ② 30 : 17 ③ 32 : 15

④ 33 : 15 ⑤ 36 : 17

해설

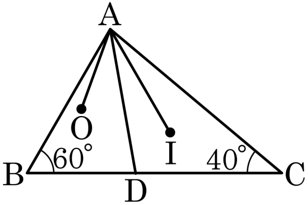
내접원의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면

($\triangle ABC$의 넓이) $= \dfrac{1}{2} \times r \times (8+10+15) = \dfrac{33}{2} r\ (\text{cm}^2)$

($\triangle AIC$의 넓이) $= \dfrac{1}{2} \times r \times 15 = \dfrac{15}{2} r\ (\text{cm}^2)$

따라서 $\triangle ABC : \triangle AIC = \dfrac{33}{2} r : \dfrac{15}{2} r = 33 : 15$ 이다.

45. 다음 그림과 같이 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{DC}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, 점O 는 $\triangle ABD$ 의 외심이고 점 I 는 $\triangle ADC$ 의 내심이다. 이때, $\angle OAI$ 의 크기는?



① 18° ② 46° ③ 50° ④ 52° ⑤ 108°

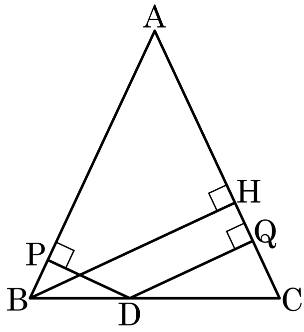
해설

$\angle DOA = 2 \times 60° = 120°$ 이므로 $\angle OAD = (180° - 120°) \div 2 = 30°$ 이고,

$\angle DAC = 44°$ 이므로 $\angle DAI = 40° \div 2 = 20°$

따라서 $\angle OAI = \angle OAD + \angle DAI = 50°$

46. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다. $\overline{BC}$ 위의 한 점 D 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{DP} = 4\text{cm}, \overline{DQ} = 6\text{cm}$ 이다. 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 길이를 구하여라.

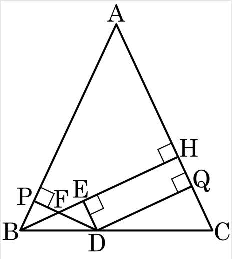


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 10 cm

해설

점 D 에 $\overline{BH}$ 에 내린 수선의 발을 E, $\overline{PD}$ 와 $\overline{BH}$ 의 교점을 F 라고 하면



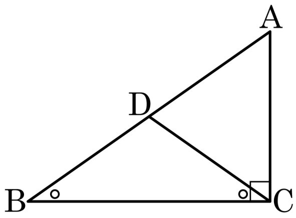
$\triangle PFB \equiv \triangle DFE$

$\overline{BF} + \overline{FE} = \overline{DF} + \overline{FP} = 4\,(\text{cm})$

$\overline{DQ} = \overline{EH} = 6\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BH} = \overline{BE} + \overline{EH} = 4 + 6 = 10\,(\text{cm})$

47. 다음은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 위의 $\angle B = \angle BCD$ 가 되도록 점 D 를 잡으면 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 임을 증명하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것을 순서대로 써 넣은 것은?



$\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 $\boxed{\quad\quad}$이다.
따라서 $\overline{BD} = \boxed{\quad}$ 이다.
삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로
$\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
$\angle ACD + \boxed{\quad\quad} = \angle ABC$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로
$\angle ACD = 90° - \angle BCD$ 이다.
그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \boxed{\quad\quad}$ 이다.
따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{BD} = \boxed{\quad\quad} = \overline{AD}$ 이다.

① 이등변삼각형, $\overline{AD}$, $\angle BCD$, $\angle BCD$, $\overline{BC}$

② 이등변삼각형, $\overline{CD}$, $\angle BCD$, $\angle ACD$, $\overline{CD}$

③ 이등변삼각형, $\overline{AD}$, $\angle ACD$, $\angle ACD$, $\overline{AC}$

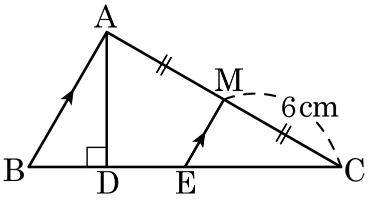
④ 직각삼각형, $\overline{CD}$, $\angle ACD$, $\angle BCD$, $\overline{AC}$

⑤ 직각삼각형, $\overline{AD}$, $\angle BCD$, $\angle ACD$, $\overline{BC}$

해설

$\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이다.
삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로 $\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
$\angle ACD + \angle BCD = \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로 $\angle ACD = 90° - \angle BCD$ 이다.
그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다. 따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

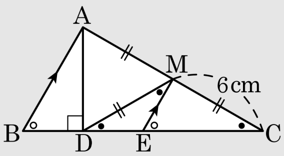
48. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$의 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 점 D라고 하고, $\overline{AB}$와 평행하면서 빗변 AC의 중점 M을 지나는 선분 ME를 이었다. $\angle B = 2 \times \angle C$, $\overline{CM} = 6\text{cm}$, $\triangle DEM$의 둘레의 길이가 14cm일 때, 선분 ME의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설



점 M은 $\triangle ADC$의 외심이므로 $\overline{MA} = \overline{MD} = \overline{MC}$

$\triangle MDC$는 이등변삼각형이므로 $\angle C = \angle MDC$

$\angle B = \angle MEC = 2\angle MDC$

$\therefore\ \angle DME = \angle C = \angle MDC$

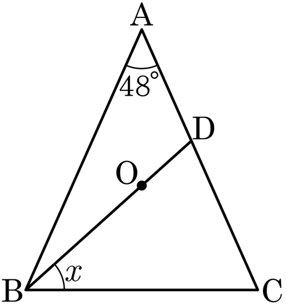
따라서 $\triangle EMD$는 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{DE} = \overline{ME}$이므로 $\overline{ME}$의 길이를 x라 하면

$\triangle MDE$의 둘레의 길이는 $2x + 6 = 14$

$\therefore\ \overline{ME} = 4\text{cm}$

49. 다음 그림과 같은 $\triangle\mathrm{ABC}$에서 선분 BD는 외심 O를 지난다. $\angle\mathrm{A} = 48°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _°

▷ 정답 : 42°

해설

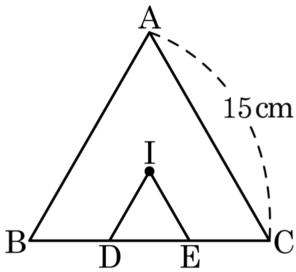
$\triangle\mathrm{OBC}$는 $\overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OC}}$인 이등변삼각형이므로

$$\angle x = \frac{180° - \angle\mathrm{BOC}}{2}$$

$$\angle\mathrm{BOC} = 2 \times \angle\mathrm{BAC} = 96°$$

$$\therefore\ \angle x = \frac{180° - 96°}{2} = 42°$$

50. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 내심이다. $\overline{\mathrm{ID}}//\overline{\mathrm{AB}}, \overline{\mathrm{IE}}//\overline{\mathrm{AC}}$ 이고, $\overline{\mathrm{AC}} = 15\mathrm{cm}$ 일 때, $\triangle\mathrm{IDE}$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 15 cm

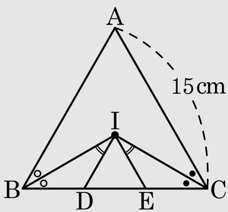
해설

$\overline{\mathrm{BI}}, \overline{\mathrm{CI}}$ 를 그으면

$\overline{\mathrm{ID}}//\overline{\mathrm{AB}}, \overline{\mathrm{IE}}//\overline{\mathrm{AC}}$ 이므로

$\triangle\mathrm{IBD}, \triangle\mathrm{IEC}$ 는 이등변삼각형이다.

$\angle\mathrm{IDE} = \angle\mathrm{IED} = 60^\circ$



$\therefore$ $\triangle\mathrm{IDE}$ 는 정삼각형이고 $\overline{\mathrm{DE}} = \frac{1}{3}\overline{\mathrm{BC}} = 5\,(\mathrm{cm})$

$\triangle\mathrm{IDE}$ 의 둘레의 길이는 $5 + 5 + 5 = 15\,(\mathrm{cm})$