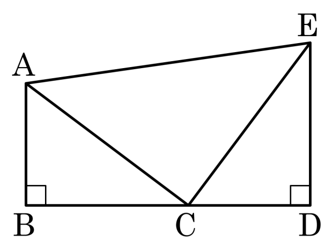
1. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다.$\angle ACE$ 의 크기를 구하여라.



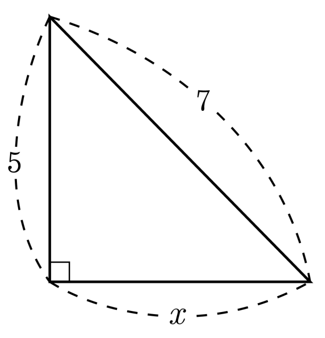
▶ 답 : $\underline{\quad}^\circ$

▷ 정답 : 90°

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ 이므로 $\angle BAC = \angle ECD, \angle ACB = \angle CED$, $\overline{AC} = \overline{CE}$ 이다.
또, $\angle BAC + \angle ACB = 90^\circ$ 이므로,
$\angle ECD + \angle ACB = 90^\circ$ 이다.
따라서 $\angle ECD + \angle ACE + \angle ACB = 180^\circ$ 이므로 $\angle ACE = 90^\circ$ 이다.

2. 다음을 만족하는 x 의 값을 구하여라.



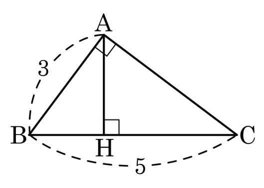
① $2\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ $3\sqrt{8}$ ④ 4 ⑤ 6

해설

빗변이 7 인 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의해 $x^2+5^2=7^2$ 성립해야 하므로

$$x^2 = 7^2 - 5^2$$
$$= 49 - 25$$
$$= 24$$
$$\therefore x = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}\ (\because x > 0)$$

3. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 빗변에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{\mathrm{AH}}$ 의 길이는?



① 1.2　② 1.6　③ 2　④ 2.4　⑤ 2.8

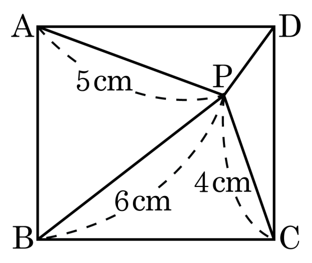
해설

$\overline{\mathrm{AC}} = 4$ 이므로

$\overline{\mathrm{AH}} \times 5 = 3 \times 4$

$\therefore \overline{\mathrm{AH}} = 2.4$

4. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P가 있다. $\overline{\mathrm{AP}} = 5\,\mathrm{cm}, \overline{\mathrm{BP}} = 6\,\mathrm{cm},\ \overline{\mathrm{CP}} = 4\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{PD}}$ 의 길이를 구하면?

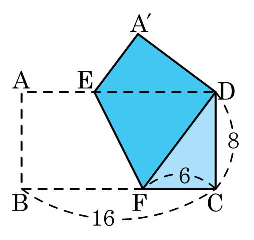


① $3\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$　② $\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$　③ $5\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$
④ $3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$　⑤ $4\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$

해설

$\overline{\mathrm{PD}^2} + 6^2 = 5^2 + 4^2$, $\overline{\mathrm{PD}} =\ \sqrt{5}\,\mathrm{cm}$

5. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다. $\overline{\mathrm{DF}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\overline{\mathrm{BF}} = \overline{\mathrm{FD}}$

$\therefore \overline{\mathrm{BF}} = 16 - 6 = 10 = \overline{\mathrm{DF}}$

6. 높이가 $2\sqrt{21}$ 인 정삼각형의 넓이를 구하여라.

① $2\sqrt{7}$ ② $28\sqrt{3}$ ③ $14\sqrt{3}$ ④ $4\sqrt{7}$ ⑤ $3\sqrt{7}$

해설

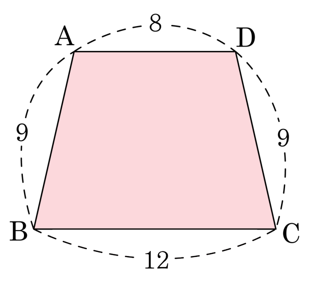
정삼각형의 한 변의 길이를 a라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{2}a = 2\sqrt{21}$

$\therefore\ a = 4\sqrt{7}$

따라서 (정삼각형의 넓이) $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(4\sqrt{7}\right)^2 = 28\sqrt{3}$

7. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 의 넓이는?



① $20\sqrt{77}$ ② $10\sqrt{77}$

③ 180 ④ 90

⑤ $30\sqrt{5}$

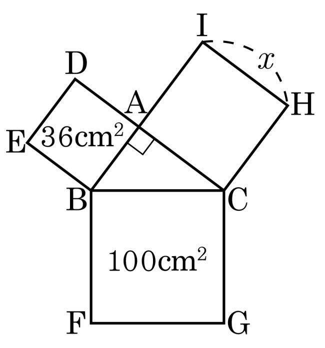
해설

사다리꼴 ABCD 의 높이를 h라 하면

$h^2 = 9^2 - 2^2 = 77,\ h = \sqrt{77}$

$\therefore$ (사다리꼴의 넓이) $= \dfrac{1}{2} \times (8+12) \times \sqrt{77} = 10\sqrt{77}$

8. 다음 그림은 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. x의 값은?

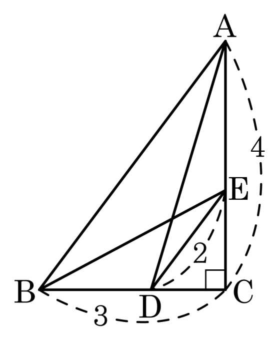


① 5 cm ② 6 cm ③ 7 cm ④ 8 cm ⑤ 9 cm

해설

$\square\mathrm{BFGC} = \square\mathrm{EBAD} + \square\mathrm{IACH}$,
$\square\mathrm{IACH} = 100\,\mathrm{cm}^2 - 36\,\mathrm{cm}^2 = 64\,\mathrm{cm}^2$,
$x^2 = 64\,\mathrm{cm}^2$, $x = 8\,\mathrm{cm}$.

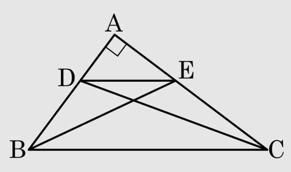
9. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC}=4$, $\overline{BC}=3$, $\overline{DE}=2$ 일 때, $\overline{AD}^2+\overline{BE}^2$ 의 값을 구하여라.



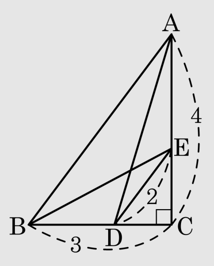
▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

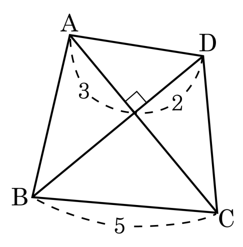


위의 직각삼각형 ABC 에서 다음 관계가 성립한다.
$\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$



따라서 $\overline{AB}=\sqrt{3^2+4^2}=5$, $\overline{AD}^2+\overline{BE}^2=2^2+5^2=29$

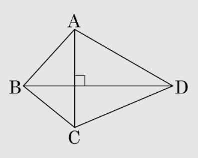
10. 다음 그림과 같이 □ABCD의 두 대각선이 직교할 때, $\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{CD}}^2$ 의 값은?



① 34 ② 35 ③ 36

④ 37 ⑤ 38

해설

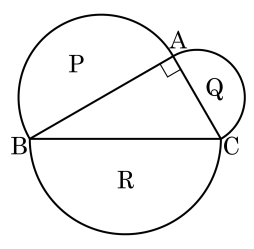


대각선이 수직인 사각형에서는 다음 관계가 성립한다. $\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{CD}}^2=\overline{\mathrm{BC}}^2+\overline{\mathrm{DA}}^2$

$\overline{\mathrm{AD}}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$

$\therefore \overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{CD}}^2=(\sqrt{13})^2+5^2=38$

11. 다음 그림에서 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 의 세 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P, Q, R 라고 하자. $P = 12\pi cm^2$, $Q = 4\pi cm^2$ 일 때, R 의 지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $8\sqrt{2}$ cm

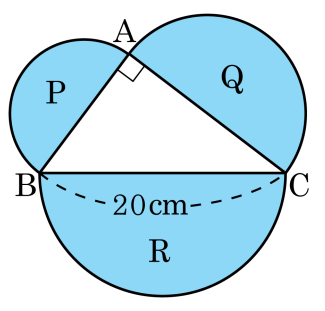
해설

P + Q = R 이므로 $R = 12\pi + 4\pi = 16\pi(cm^2)$

$\frac{1}{2}\pi\left(\frac{\overline{BC}}{2}\right)^2 = 16\pi$, $\overline{BC}^2 = 128$

$\overline{BC} = 8\sqrt{2}(cm)$

12. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 각 변을 지름으로 하는 세 반원 P, Q, R 를 그릴 때, 세 반원의 넓이의 합은?



① $64\pi \mathrm{cm}^2$　② $70\pi \mathrm{cm}^2$　③ $81\pi \mathrm{cm}^2$
④ $100\pi \mathrm{cm}^2$　⑤ $121\pi \mathrm{cm}^2$

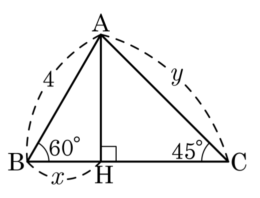
해설

R 의 넓이 $= \frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{20}{2}\right)^2 = 50\pi(\mathrm{cm}^2)$

$R = P + Q$ 이므로

따라서 세 반원의 넓이의 합 $2R = 2 \times 50\pi = 100\pi(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

13. x, y 가 다음 그림과 같을 때, $x^2 + y^2$ 을 구하시오.

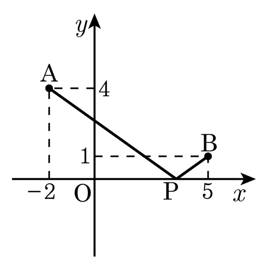


① 25　② 26　③ 27
④ 28　⑤ 29

해설

$x : 4 = 1 : 2 \quad \therefore x = 2$
$x : \overline{\mathrm{AH}} = 1 : \sqrt{3}, \quad \overline{\mathrm{AH}} = 2\sqrt{3}$
$\overline{\mathrm{AH}} : \mathrm{y} = 1 : \sqrt{2} \quad \therefore \mathrm{y} = 2\sqrt{6}$
$\therefore x^2 + y^2 = 4 + 24 = 28$

14. 다음 그림과 같은 좌표평면 위에 두 점 A(−2, 4), B(5, 1) 이 있다. x 축 위에 임의의 점 P 를 잡았을 때, $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$ 의 최솟값을 구하여라.



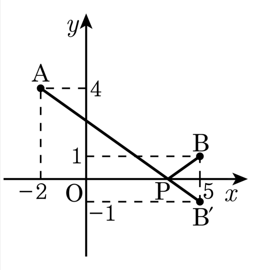
▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{74}$

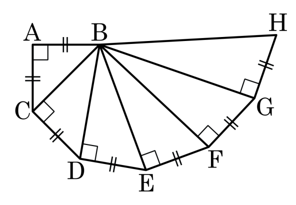
해설

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$ 가 최소가 되는 점 P 는 점 B 와 x 축에 대하여 대칭인 점 B′(5, −1) 을 잡을 때, $\overline{\mathrm{AB'}}$ 와 x 축과의 교점이므로 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$ 의 최솟값은 $\overline{\mathrm{AB'}}$ 의 길이이다.

$\therefore\ \overline{\mathrm{AB'}}=\sqrt{(5+2)^2+(-1-4)^2}=\sqrt{74}$



15. 다음 그림에서 $\triangle \mathrm{BGH}$ 의 넓이가 $3\sqrt{6}\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle \mathrm{ABC}$ 의 둘레의 길이는?



① $2(\sqrt{3}+\sqrt{2})\ \mathrm{cm}$

② $\sqrt{2}(2+\sqrt{2})\ \mathrm{cm}$

③ $2\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)\ \mathrm{cm}$

④ $2(\sqrt{3}+1)\ \mathrm{cm}$

⑤ $\sqrt{3}(1+\sqrt{3})\ \mathrm{cm}$

해설

$\overline{\mathrm{GH}}=a$라고 하면

$\overline{\mathrm{BG}}=\sqrt{a^2+a^2+a^2+a^2+a^2+a^2}=a\sqrt{6}$일 때,

$\triangle \mathrm{BGH}$의 넓이를 구하면

$\frac{1}{2}\times a\sqrt{6}\times a=3\sqrt{6}, a^2=6, a=\sqrt{6}$이다.

$\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{(\sqrt{6})^2+(\sqrt{6})^2}=2\sqrt{3}(\mathrm{cm})$이다.

따라서 $\triangle \mathrm{ABC}$의 둘레는 $\sqrt{6}+\sqrt{6}+2\sqrt{3}=2\sqrt{6}+2\sqrt{3}(\mathrm{cm})$ 이다.

16. 세 변의 길이가 다음과 같을 때 둔각삼각형인 것은?

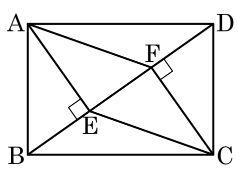
① 2, 3, 4 ② 7, 11, 13 ③ 3, 4, 5

④ $\sqrt{7}, \sqrt{10}, \sqrt{17}$ ⑤ 1, $\sqrt{3}, 2$

해설

① $2^2 + 3^2 < 4^2$
② $7^2 + 11^2 > 13^2$
③ $3^2 + 4^2 = 5^2$
④ $7 + 10 = 17$
⑤ $1 + 3 = 4$

17. 다음 직사각형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 이고 $\overline{BE} = \overline{EF} = \overline{FD}$ 이고, $\overline{BD} = 15\,\mathrm{cm}$ 일 때, 사각형 AECF 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\ \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $25\sqrt{2}\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\overline{AB}^2 = \overline{BE} \times \overline{BD}$ 이므로

$5 \times 15 = \overline{AB}^2$, $\overline{AB} = 5\sqrt{3}$ 이다.

$\triangle ABD$ 가 직각삼각형이므로

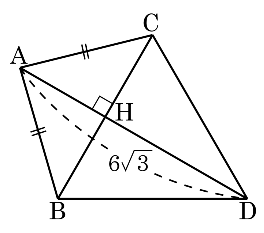
$\overline{AD} = \sqrt{15^2 - (5\sqrt{3})^2} = 5\sqrt{6}(\mathrm{cm})$ 이다.

$\overline{AE} = \dfrac{\overline{AB} \times \overline{AD}}{\overline{BD}} = 5\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

따라서 사각형 AECF의 넓이

$= 5\sqrt{2} \times 5 = 25\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

18. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\overline{BC} = 8$ 인 이등변삼각형 ABC 의 변 BC 를 한 변으로 하는 정삼각형 BDC 를 그렸는데 $\overline{AD} = 6\sqrt{3}$ 이었다. 이때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{7}$

해설

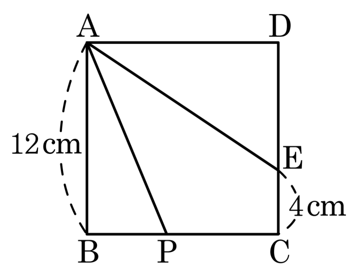
$\overline{AD}$ 는 $\triangle ABC$ 의 수선이므로 $\overline{BC}$ 를 이등분한다. 따라서 $\overline{BC}$ 의 중점을 H 라 하면 $\overline{BH} = \overline{HC} = 4$ 이다.

$\triangle BDC$ 는 정삼각형이므로 $\overline{DH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$ 이다. 따라서

$\overline{AH} = 6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

$\overline{AB} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 4^2} = 2\sqrt{7}$ 이다.

19. 한 변의 길이가 12 cm 인 정사각형 ABCD 에서 $\overline{BC}$ 위에 임의의 점 P 를 잡고 점 A 와 점 P 를 잇고 $\angle PAD$ 의 이등분선이 $\overline{AE}$ 이다. $\overline{EC} = 4\,cm$ 일 때, $\overline{AP}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 13 cm

해설

$\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 F 라 하자.

$\triangle ECF \backsim \triangle ABF$ 이므로

$12 : 4 = (\overline{CF} + 12) : \overline{CF}$

$\therefore \overline{CF} = 6cm$

$\angle DAE = \angle CFE$ (엇각)

$\triangle APF$ 는 이등변삼각형

$\overline{AP} = \overline{PF} = x$cm 라 하면

$\overline{BP} = 18 - x(\,cm)$

$\triangle ABP$ 에서

$x^2 = 12^2 + (18 - x)^2$

$\therefore x = 13(\,cm)$

20. $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 무게중심을 G 라 할 때, $\overline{BG^2} + \overline{CG^2} = 20$ 이다. 이때 선분 AG 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 중점을 각각 D, E, F 라 하면

$$\begin{aligned}\overline{BG^2} &= \left(\frac{2}{3}\overline{BF}\right)^2 = \frac{4}{9}\overline{BF^2} \\ &= \frac{4}{9}\left\{\overline{AB^2} + \left(\frac{1}{2}\overline{AC}\right)^2\right\} \\ &= \frac{4}{9}\left(\overline{AB^2} + \frac{1}{4}\overline{AC}^2\right) \cdots ㉠\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{CG^2} &= \left(\frac{2}{3}\overline{CD}\right)^2 = \frac{4}{9}\overline{CD^2} \\ &= \frac{4}{9}\left\{\overline{AC^2} + \left(\frac{1}{2}\overline{AB}\right)^2\right\} \\ &= \frac{4}{9}\left(\overline{AC^2} + \frac{1}{4}\overline{AB^2}\right) \cdots ㉡\end{aligned}$$

㉠, ㉡에서

$\overline{BG^2} + \overline{CG^2}$

$= \frac{4}{9}\left\{\overline{AB^2} + \frac{1}{4}\overline{AC}^2\right\} + \frac{4}{9}\left(\overline{AC^2} + \frac{1}{4}\overline{AB^2}\right)$

$= \frac{5}{9}\left(\overline{AB^2} + \overline{AC^2}\right)$

$= \frac{5}{9}\overline{BC^2}$

$= 20$

$\therefore\ \overline{BC} = 6$

또 점 E 는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$\overline{AE} = \overline{BE} = \overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 3$ 이다.

따라서 $\overline{AG} = \frac{2}{3}\overline{AE} = \frac{2}{3} \times 3 = 2$ 이다.