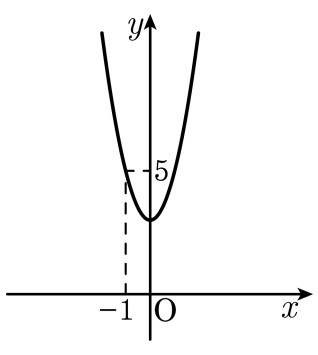
1. 다음 그림은 $y = 2x^2 + q$ 의 그래프이다. q 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = 2x^2 + q$ 가 점 $(-1, 5)$ 를 지나므로 $5 = 2\times(-1)^2 + q \quad \therefore q = 3$

2. 축의 방정식이 $x = -1$ 이고, x 축에 접하며, y 축과의 교점의 좌표가 $(0, -2)$ 인 포물선의 식은?

① $y = -2(x+1)^2$ ② $y = -2(x-1)^2$

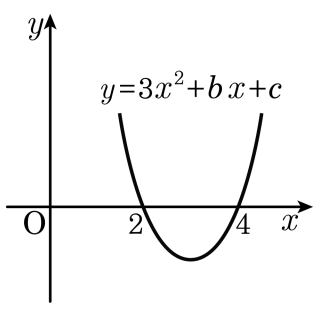
③ $y = 2(x+1)^2$ ④ $y = 2(x-1)^2$

⑤ $y = -x^2 - 2$

해설

축의 방정식이 $x = -1$ 이고, x 축에 접하므로 $y = a(x+1)^2$ 이고, y 축과
의 교점의 좌표가 $(0, -2)$ 이므로
$-2 = a(0+1)^2$, $a = -2$ 이다.
$\therefore y = -2(x+1)^2$

3. 다음 그림은 이차함수 $y = 3x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 때, b, c 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = -18$

▷ 정답 : $c = 24$

해설

$(2,\ 0)$ 을 대입하면 $0 = 12 + 2b + c \rightarrow 2b + c = -12$
$(4,\ 0)$ 을 대입하면 $0 = 48 + 4b + c \rightarrow 4b + c = -48$
두 식을 연립하여 풀면 $b = -18$, $c = 24$

4. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 일 때, $2f(1) - f(-1) \cdot f(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -14

해설

$f(1) = 2$, $f(-1) = 6$, $f(2) = 3$ 이므로 $2f(1) - f(-1)\ f(2) = 4 - 18 = -14$ 이다.

5. 다음 중 평행이동이나 대칭이동을 하여도 포물선 $y = 3x^2 + 2$ 와 포갤 수 없는 것은?

① $y = -3x^2 - 2$ ② $y = 3x^2$ ③ $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{2}$

④ $y = 3x^2 - 2$ ⑤ $y = 3x^2 + 3$

해설

$y = 3x^2 + 2$ 와 포개지려면 이차항의 계수가 3 또는 -3 이 되어야 한다.

6. 다음은 이차함수 $y = -5x^2 + 3$ 의 그래프에 대한 설명이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 3)$ 이다.

② 위로 볼록한 포물선이다.

③ $y = -5x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프이다.

④ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

⑤ $y = 4x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다.

해설

$y = -5x^2 + 3$ 의 그래프는 $y = -5x^2$ 그래프를 y 축으로 3 만큼 평행이동한 것이다. 이 그래프에서 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 3)$ 이고 $4 < 5$ 이므로 $y = 4x^2$ 그래프보다 폭이 좁다. 축의 방정식은 $x = 0$ 이고 $-5 < 0$ 이므로 위로 볼록한 포물선이다.

7. 이차함수 $y=-(x+2)^2+1$ 의 그래프는 $y=-x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 것이다. $m-n$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ −1 ④ 3 ⑤ −3

해설

$m=-2,\ n=1$

$\therefore\ m-n=(-2)-1=-3$

8. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 1$ 의 그래프에서 x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는?

① $x > -1$　② $x < -2$　③ $x > 2$
④ $x < 1$　⑤ $x < \frac{1}{2}$

해설

주어진 이차함수는 아래로 볼록이고, 축의 방정식이 $x = -2$ 이므로 조건을 만족하는 부분은 $x < -2$

9. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 와 $y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치할 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -5

해설

$y = 3x^2 - 12x + 1$
$= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1$
$= 3(x - 2)^2 - 11$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, -11)$ 이고,
$y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치하므로
$y = 2(x - 2)^2 - 11$
$= 2x^2 - 8x - 3$

이므로 $p = -8$, $q = -3$ 이다.
$\therefore p - q = -5$

10. 다음 중 이차함수 $y = -2x^2 + 4x - 1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.

② 제 2 사분면을 지나지 않는다.

③ $y = 2x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것과 같다.

④ $x < 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

⑤ $y = 2x^2 - 4x + 1$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

③ $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.

11. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동하면 점 $(m, -12)$ 를 지난다고 한다. 이 때, m 의 값들의 합은?

① -1 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$y = -3x^2$ 을 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동하면 $y = -3(x+1)^2$ 이고, 점 $(m, -12)$ 을 지나므로 $-12 = -3(m+1)^2$ 이다.
따라서 $m = 1$ 또는 $m = -3$ 이므로 합은 -2 이다.

12. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 값의 범위를 구하면?

① $x > 1$ ② $x > 2$ ③ $x > 3$ ④ $x < 2$ ⑤ $x < 1$

해설

$$y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1 = \frac{1}{2}(x^2 - 6x) + 1$$
$$= \frac{1}{2}(x-3)^2 - \frac{9}{2} + 1$$
$$= \frac{1}{2}(x-3)^2 - \frac{7}{2}$$

축이 $x = 3$ 이므로 x 의 값이 증가할 때, y의 값도 증가하는 범위는 $x > 3$이다.

13. $y = x^2 + 2x - 1 + k$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k < 2$

해설

$y = x^2 + 2x - 1 + k$
$y = (x+1)^2 + k - 2$
꼭짓점이 $(-1,\ k-2)$ 인 아래로 볼록한 그래프이므로 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나려면
$\therefore\ k - 2 < 0,\ k < 2$

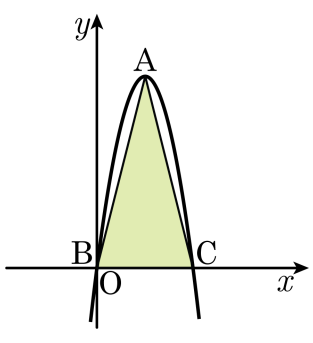
14. $y = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$ 이 지나는 사분면은?

① 제 1, 2 사분면
② 제 3, 4 사분면
③ 제 1, 2, 3 사분면
④ 제 1, 2, 4 사분면
⑤ 제 1, 2, 3, 4 사분면

해설

꼭짓점 $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ 이 제 1 사분면에 있고, y 절편이 1 인, 아래로 볼록한 그래프이다.
따라서 제1, 2 사분면을 지난다.

15. 다음 그림은 이차함수 $y=-x^2+8x$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

해설

$y=-x^2+8x=-(x-4)^2+16$ 에서 A(4, 16) 이므로 삼각형의 높이는 16이다.

$y=-x(x-8)$ 에서 B(0, 0), C(8, 0) 이므로 $\overline{BC}=8$

$\therefore (\triangle ABC\text{의 넓이 S})=\frac{1}{2}\times 8\times 16=64$

16. 이차함수 $y = -x^2 + 6x - 8$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① 직선 $x = -3$ 을 축으로 한다.

② 모든 x의 값에 대하여 y의 값의 범위는 $y \geq 1$ 이다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ 1)$ 이다.

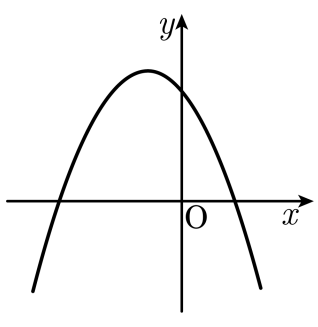
④ $x > 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

⑤ $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

해설

$y = -(x-3)^2 + 1$
① 축의 방정식 $x = 3$
② $y \leq 1$
③ 꼭짓점 $(3,\ 1)$
⑤ x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동

17. 이차함수 $y = a(x+p)^2 + q$ 의 그래프가 아래의 그림과 같을 때, $a,\ p,\ q$ 의 부호를 부등호를 사용하여 각각 나타내어라.



▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a < 0$

▷ 정답: $p > 0$

▷ 정답: $q > 0$

해설

그래프의 모양은 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표 $(-p,\ q)$ 는 제 2 사분면위에 있으므로 $a < 0,\ p > 0,\ q > 0$ 이다.

18. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점이 $(-2,\ 2)$ 이고 점 $(0,\ 4)$ 를 지날 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 $(-2,\ 2)$ 이므로

$y = a(x+2)^2 + 2$

점 $(0,\ 4)$ 를 지나므로

$4 = a(0+2)^2 + 2,\ a = \frac{1}{2}$

$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 2$

$= \frac{1}{2}x^2 + 2x + 4$

$\therefore\ a = \frac{1}{2},\ b = 2,\ c = 4,\ abc = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$

19. 축의 방정식이 $x=4$이고, 두 점 $(2,-10),(3,-4)$를 지나는 포물선의 y절편은?

① -30 ② -32 ③ -34 ④ -36 ⑤ -38

해설

$y=a(x-4)^2+q$에 두 점 $(2,-10),(3,-4)$를 각각 대입하면
$4a+q=-10, a+q=-4$
$\therefore a=-2, q=-2$
$y=-2(x-4)^2-2$에 $x=0$을 대입하면 $y=-34$

20. 세 점 $(0,8),(1,-2),(3,-10)$을 지나는 포물선의 축의 방정식은?

① $x=1$ ② $x=2$ ③ $x=3$ ④ $x=4$ ⑤ $x=5$

해설

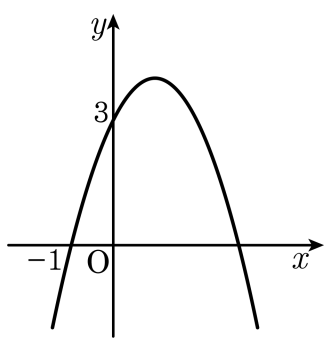
$y=ax^2+bx+c$로 놓고 세 점 $(0,8),(1,-2),(3,-10)$을 각각 대입하면

$c=8, a+b+8=-2, 9a+3b+8=-10$

$\therefore a=2, b=-12, c=8$

$y=2x^2-12x+8=2(x-3)^3-10$ 따라서 축의 방정식은 $x=3$ 이다.

21. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + 2x + c$ 의 그래프이다. 이차함수의 최댓값은?



① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

해설

$y = ax^2 + 2x + c$ 에 점$(-1,\ 0)$, $(0,\ 3)$ 을 대입하면
$0 = a - 2 + c$
$3 = c,\ a = -1$
$y = -x^2 + 2x + 3$
$\therefore y = -(x-1)^2 + 4$
따라서 최댓값은 4 이다.

22. 이차함수 $y = -x^2 + 2kx + 4k$ 의 최댓값이 5 일 때, 상수 k 의 값을 구하면? (단, $k > 0$)

① 7 ② 5 ③ 1 ④ 9 ⑤ 3

해설

$y = -x^2 + 2kx + 4k$
$= -(x^2 - 2kx + k^2 - k^2) + 4k$
$= -(x-k)^2 + (k^2 + 4k)$

최댓값 $k^2 + 4k = 5$, $k^2 + 4k - 5 = 0$
$k = 1$ 또는 $k = -5$ 에서 $k > 0$ 이므로 $k = 1$

23. 축의 방정식이 $x = 3$ 이고, 원점을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 최솟값이 -1 일 때, 이 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 하면 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{9}$

해설

$y = a(x-3)^2 - 1$

$9a - 1 = 0 \therefore a = \frac{1}{9}$

$y = \frac{1}{9}(x^2 - 6x + 9) - 1$

$y = \frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{3}x$

$a = \frac{1}{9}$, $b = -\frac{2}{3}$, $c = 0$

$\therefore a + b + c = -\frac{5}{9}$

24. 이차함수 $y = -x^2 - 2ax + 6a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -9

해설

$y = -x^2 - 2ax + 6a = -(x+a)^2 + a^2 + 6a$
$\therefore M = a^2 + 6a = (a+3)^2 - 9$
따라서 M 의 최솟값은 -9 이다.

25. 합이 26 인 두 수가 있다. 두 수의 곱이 최대가 되는 두 수를 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 13

▷ 정답: 13

해설

두 수를 각각 x , $26 - x$ 라고 하면,

$y = x(26 - x)$

$= -x^2 + 26x$

$= -(x - 13)^2 + 169$

$x = 13$ 일 때, 최댓값 169를 가진다.

$26 - x = 13$이므로 구하는 두 수는 13, 13이다.