

1. 다음 중  $x$ 에 대한 이차다항식은?

①  $2x + 2$

②  $x^2y + x - y$

③  $2x^3 + x - 2$

④  $x^3 - x$

⑤  $xy^2 + y^2$

해설

①, ⑤는  $x$ 에 대한 일차식

③, ④는  $x$ 에 대한 삼차식

2. 두 다항식  $A = 2x^3 + 4x^2 - 7$ ,  $B = x^2 + x - 2$ 에 대하여  $A - 2B$ 를 간단히 한 것은?

- ①  $2x^3 + 2x^2 - 2x - 3$       ②  $2x^3 + 2x^2 + 2x - 3$   
③  $2x^3 + 2x^2 + 2x + 3$       ④  $2x^3 + 6x^2 - 2x + 3$   
⑤  $2x^3 + 6x^2 - 2x - 3$

해설

$$\begin{aligned} A - 2B & \text{를 동류항끼리 묶어 정리한다.} \\ A - 2B &= (2x^3 + 4x^2 - 7) - 2(x^2 + x - 2) \\ &= 2x^3 + 4x^2 - 7 - 2x^2 - 2x + 4 \\ &= 2x^3 + (4 - 2)x^2 - 2x - 7 + 4 \\ &= 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3 \end{aligned}$$

3. 다항식  $(x^2 + 1)^4(x^3 + 1)^3$ 의 차수는?

- ① 5차    ② 7차    ③ 12차    ④ 17차    ⑤ 72차

해설

$(x^2 + 1)^4$ 는 8차식,  $(x^3 + 1)^3$ 은 9차식  
따라서  $(x^2 + 1)^4(x^3 + 1)^3$ 은  
 $8 + 9 = 17$ 차 다항식이다.

4. 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

①  $(x-y-1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x - 2y$

②  $(a+b)^2(a-b)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

③  $(-x+3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

④  $(a-b)(a^2+ab-b^2) = a^3 - b^3$

⑤  $(p-1)(p^2+1)(p^4+1) = p^{16} - 1$

해설

①  $(x-y-1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y$

③  $(-x+3)^3 = -x^3 + 9x^2 - 27x + 27$

④  $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$

⑤  $(p-1)(p+1)(p^2+1)(p^4+1) = p^8 - 1$

5.  $(6x^3 - x^2 - 5x + 5) \div (2x - 1)$ 의 몫을  $a$ , 나머지를  $b$ 라 할 때,  $a + b$ 를 구하면?

- ①  $3x^2 + x + 1$       ②  $x^2 + x + 1$       ③  $3x^2 + 1$   
④  $x^2 + x - 1$       ⑤  $3x^2 + x$

해설

나눗셈을 이용하면  $a = 3x^2 + x - 2, b = 3$   
 $\therefore a + b = 3x^2 + x + 1$

해설

조립제법을 이용할 수 있다.

이 때,  $2x - 1$ 로 나눈 몫은  $x - \frac{1}{2}$ 로 나눈 몫의  $\frac{1}{2}$ 이고 나머지는 같다.

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(x - \frac{1}{2}\right) Q(x) + R \\ &= (2x - 1) \cdot \frac{1}{2} \cdot Q(x) + R \end{aligned}$$

6. 다항식  $2x^3 + x^2 + 3x$ 를  $x^2 + 1$ 로 나눈 나머지는?

- ①  $x - 1$                       ②  $x$                       ③  $1$   
④  $x + 3$                       ⑤  $3x - 1$

해설

직접 나누어보면

$$(2x + 1) + \frac{x - 1}{x^2 + 1}$$

몫 :  $2x + 1$ , 나머지 :  $x - 1$

7. 사차식  $3x^4 - 5x^2 + 4x - 7$ 을 이차식  $A$ 로 나누었더니 몫이  $x^2 - 2$ 이고 나머지가  $4x - 5$ 일 때, 이차식  $A$ 를 구하면?

①  $3x^2 - 2$

②  $3x^2 - 1$

③  $3x^2$

④  $3x^2 + 1$

⑤  $3x^2 + 2$

해설

$$\text{검산식 : } 3x^4 - 5x^2 + 4x - 7 = A(x^2 - 2) + 4x - 5$$

$$A = \frac{3x^4 - 5x^2 - 2}{x^2 - 2} = 3x^2 + 1$$

8. 다항식  $f(x) = 4x^3 + ax^2 + x + 1$ 을  $x + \frac{1}{2}$ 로 나누면 나머지가 1일 때, 다항식  $f(x)$ 를  $2x + 1$ 로 나눈 몫  $Q(x)$ 와 나머지  $R$ 을 구하면?

- ①  $Q(x) = 2x^2 - x, R = 1$       ②  $Q(x) = 2x^2 + x, R = 1$   
③  $Q(x) = 2x^2 - 2x, R = 1$       ④  $Q(x) = 4x^2 - 2x, R = \frac{1}{2}$   
⑤  $Q(x) = 4x^2 + 2x, R = \frac{1}{2}$

해설

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 = \frac{a}{4} \therefore a = 4$$

$$\begin{aligned} \text{따라서 } f(x) &= 4x^3 + 4x^2 + x + 1 \\ &= x(4x^2 + 4x + 1) + 1 \\ &= x(2x + 1)^2 + 1 \end{aligned}$$

$$2x + 1 \text{로 나누면 } Q(x) = 2x^2 + x, R = 1$$

9.  $x$  에 대한 다항식  $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$  를 다항식  $B$  로 나눌 때, 몫이  $2x+1$  이고, 나머지가  $-6x+2$  이다. 이 때, 다항식  $B$  를 구하면?

- ①  $x^2 + 2x + 2$       ②  $x^2 + x + 2$       ③  $x^2 - x + 2$   
④  $x^2 - 2x + 2$       ⑤  $x^2 - 3x + 2$

해설

$$\begin{aligned} A &= B(2x+1) - 6x+2 \text{ 에서} \\ B(2x+1) &= 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2 \\ \therefore B &= (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x+1) \\ &= x^2 + 2x + 2 \end{aligned}$$

10. 다항식  $f(x)$  를  $x + \frac{1}{3}$  으로 나누었을 때, 몫과 나머지를  $Q(x)$ ,  $R$  라고 한다. 이 때,  $f(x)$  를  $3x + 1$  으로 나눈 몫과 나머지를 구하면?

- ①  $Q(x)$ ,  $R$                       ②  $3Q(x)$ ,  $3R$                       ③  $3Q(x)$ ,  $R$   
④  $\frac{1}{3}Q(x)$ ,  $R$                       ⑤  $\frac{1}{3}Q(x)$ ,  $\frac{1}{3}R$

해설

$$f(x) = Q(x) \left( x + \frac{1}{3} \right) + R = \frac{1}{3} Q(x) (3x + 1) + R$$

11. 두 다항식  $(1+x+x^2+x^3)^3$ ,  $(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$ 의  $x^3$ 의 계수를 각각  $a$ ,  $b$ 라 할 때,  $a-b$ 의 값은?

- ①  $4^3 - 5^3$       ②  $3^3 - 3^4$       ③ 0  
④ 1      ⑤ -1

해설

두 다항식이  $1+x+x^2+x^3$ 을 포함하고 있으므로  $1+x+x^2+x^3 = A$ 라 놓으면  
 $(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$   
 $= (A+x^4)^3$   
 $= A^3 + 3A^2x^4 + 3Ax^8 + x^{12}$   
 $= A^3 + (3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$   
이 때  $(3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$ 은  $x^3$ 항을 포함하고 있지 않으므로  
두 다항식의  $x^3$ 의 계수는 같다.  
 $\therefore a-b=0$

12.  $(x^3 - 3x^2 + 3x + 4)(x^2 + 2x - 5)$ 를 전개한 식에서  $x^2$ 의 계수를 구하면?

- ① 10      ② 15      ③ 19      ④ 21      ⑤ 25

해설

전개식에서  $x^2$  항은

i) (이차항)×(삼차항)에서  $15x^2 + 4x^2 = 19x^2$

ii) (일차항)×(일차항)에서  $6x^2$

∴  $x^2$ 의 계수는  $19 + 6 = 25$

13. 다항식  $(x^2 + 2x - 3)(3x^2 + x + k)$ 의 전개식에서 일차항의 계수가 15일 때, 상수  $k$ 의 값은?

- ① -3      ② 0      ③ 3      ④ 6      ⑤ 9

해설

상수항과 일차항만의 곱을 구하면,

$$-3x + 2kx = 15x$$

$$\therefore k = 9$$

14.  $(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2)$ 를 전개했을 때,  $x^2$ 과  $x^3$ 의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수  $a, b$ 에 대하여  $a + b$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 1      ④ 2      ⑤  $\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & (x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2) \\ &= x^5 + bx^4 + (a+2)x^3 + (ab+2)x^2 + (2a+2b)x + 4 \\ & (x^2 \text{의 계수}) = (x^3 \text{의 계수}) = 0 \text{이므로} \\ & ab + 2 = 0, a + 2 = 0 \\ & \text{따라서 } a = -2, b = 1 \\ & \therefore a + b = -1 \end{aligned}$$



16.  $x^2 + x + 1 = 0$  일 때,  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  의 값은?

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

해설

$x^2 + x + 1 = 0$  에서 양변을  $x$  로 나누면

$$x + \frac{1}{x} = -1$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= -1 - 3 \cdot (-1) = 2$$

17.  $x + y = 4$ ,  $xy = 3$ 일 때,  $x^2 - xy + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$x^2 - xy + y^2 = (x + y)^2 - 3xy = 7$$

18.  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 14(x > 0)$  일 때,  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  의 값은?

- ① 36      ② 44      ③ 52      ④ 68      ⑤ 82

해설

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = (x + \frac{1}{x})^2 - 2 \text{ 이므로}$$

$$x + \frac{1}{x} = 4 (\because x > 0)$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = (x + \frac{1}{x})^3 - 3(x + \frac{1}{x}) = 52$$

19.  $a + b + c = 7$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = 21$ ,  $abc = 8$  일 때,  $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$ 의 값은?

- ① 26      ② 48      ③ 84      ④ 96      ⑤ 112

해설

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ 49 &= 21 + 2(ab + bc + ca) \\ \therefore ab + bc + ca &= 14 \\ a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 &= (ab + bc + ca)^2 - 2abc(a + b + c) \\ &= (14)^2 - 2(8 \times 7) \\ &= 84\end{aligned}$$

20.  $x+y+z=3$ ,  $xy+yz+zx=-1$  일 때  $x^2+y^2+z^2$  의 값을 구하면?

- ① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned}x^2+y^2+z^2 &= (x+y+z)^2 - 2(xy+yz+zx) \\ &= 9 + 2 = 11\end{aligned}$$

21.  $a^2 + b^2 + c^2 = 9$ ,  $ab + bc + ca = 9$ ,  $a + b + c$ 의 값은?

①  $-3\sqrt{2}$

②  $-2\sqrt{3}$

③  $\pm 3\sqrt{3}$

④  $\pm 3\sqrt{2}$

⑤  $\sqrt{6}$

해설

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$
$$= 9 + 18 = 27$$

$$\therefore a + b + c = \pm 3\sqrt{3}$$

22. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 겹넓이는 52이고, 모서리의 길이의 합은 36이다. 이 상자의 대각선의 길이는?

① 5      ②  $\sqrt{29}$       ③  $\sqrt{33}$       ④ 6      ⑤  $\sqrt{42}$

해설

$$\begin{aligned} & \text{세 모서리의 길이를 } a, b, c \text{ 라 하면} \\ & 2(ab + bc + ca) = 52 \\ & 4(a + b + c) = 36 \rightarrow a + b + c = 9 \\ & (\text{직육면체 대각선의 길이}) \\ & = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \\ & = \sqrt{(a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)} \\ & = \sqrt{81 - 52} = \sqrt{29} \end{aligned}$$

23.  $a+b+c=0$ ,  $a^2+b^2+c^2=1$  일 때,  $4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$  의 값은?

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

해설

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$$

$$\therefore ab+bc+ca = -\frac{1}{2}$$

$$4(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2)$$

$$= 4\{(ab+bc+ca)^2 - 2abc(a+b+c)\}$$

$$= 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 1$$

24.  $x + y = 2$ ,  $x^3 + y^3 = 14$  일 때,  $x^5 + y^5$  의 값을 구하면?

- ① 12      ② 32      ③ 52      ④ 82      ⑤ 102

해설

$$x^5 + y^5 = (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2y^2(x + y) \cdots (*)$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$$

$$\therefore 14 = 8 - 6xy$$

$$\therefore xy = -1 \cdots \cdots ①$$

$$x^3 + y^3 = 14 \cdots \cdots ②$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 4 - 2(-1) = 6 \cdots \cdots ③$$

①, ②, ③을 (\*)에 대입하면

$$x^5 + y^5 = 6 \times 14 - 2 = 82$$