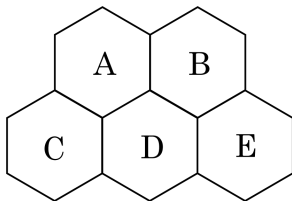


1. 다음 그림의 A, B, C, D, E 에 다섯 가지의 색을 칠하여 그 경계를 구분하는 방법의 수는? (단, 같은 색을 여러 번 사용할 수 있다.)



① 530

② 540

③ 550

④ 560

⑤ 570

해설

주어진 그림에서 D 는 A, B, C, E 와 모두 접하므로 D 에 칠한 색은 다른 곳에 칠하면 안 된다.

따라서 $D \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow E$ 의 순서로 색을 칠한다고 하면
 D 는 5 가지, C 는 4 가지, A 는 3 가지, B 는 3 가지, E 는 3
가지의 색을 칠할 수 있으므로 구하는 방법의 수는
 $5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540$ (가지)

2. 다음은 ${}_{10}P_5 = (\boxed{\text{가}}) + (\boxed{\text{나}})$ 임을 보인 것이다.

10개의 숫자 1, 2, 3, ..., 9, 10 중에서 서로 다른 5개의 숫자를 뽑아서 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수의 개수는 ${}_{10}P_5$ 이다.
이 때, 다섯 자리의 자연수 중에서 숫자 2가 들어있는 것의 개수는 $(\boxed{\text{가}})$, 숫자 2가 들어 있지 않은 것의 개수는 $(\boxed{\text{나}})$ 이다.

따라서 다음 등식이 성립한다.

$${}_{10}P_5 = (\boxed{\text{가}}) + (\boxed{\text{나}})$$

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

① ${}_9P_4, {}_5P_5$

② ${}_5P_4, {}_9P_5$

③ ${}_9P_4, {}_8P_5$

④ ${}_8P_4, {}_4P_5$

⑤ ${}_4P_4, {}_9P_5$

해설

다섯 자리의 자연수 중 2가 들어 있는 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자중에서

4개를 택하여 나열한 후 2를 추가하면 되므로 ${}_9P_4 \times 5 = {}_5P_4$

2가 들어 있지 않은 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자에서 5개를 택하는 순열의 수와 같으므로 ${}_9P_5$ 이다.

따라서 ${}_{10}P_5 = {}_5P_4 + {}_9P_5$

3. 남학생 4 명, 여학생 6 명 중에서 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑을 때, 반장, 부반장이 모두 남자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 12가지

해설

$${}_4P_2 = 12$$

4. 1, 2, 3, 4, 5 를 써서 만들 수 있는 세 자리 정수 중에서 각 자리의 숫자가 모두 다른 것은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 60 개

해설

$${}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60(\text{개})$$

5. 9 명의 야구 선수와 5 명의 농구 선수 중에서 3 명의 야구 선수와 2 명의 농구 선수를 뽑아 위원회를 구성하려고 한다. 야구 선수 중 특별한 두 명은 동시에 뽑히지 않게 하는 방법의 수를 구하면?

① 350

② 560

③ 770

④ 910

⑤ 1260

해설

(i) ㉠ 9 명의 야구 선수 중에서 특별한 두 명 중 한 명도 포함되지 않게 3 명의 위원을 뽑는 방법의 수는 ${}_{7}C_3$

㉡ 9 명의 야구 선수 중에서 특별한 두 명 중 한 명은 위원회에 포함되게 3 명의 위원을 뽑는 방법의 수는 $2 \times {}_{7}C_2$

(ii) 5 명의 농구 선수 중 2 명을 뽑는 방법의 수는 ${}_5C_2$

(i), (ii)에서

$$({}_7C_3 \times {}_5C_2) + ({}_7C_2 \times {}_5C_2 \times 2) = 10 \times (35 + 42) = 770$$

6. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1, 2\}$ 에서 $Y = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow Y$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 f 의 개수를 구하여라. (단, $a \in X, b \in Y$)

$a < b$ 이면 $f(a) > f(b)$ 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5개

해설

Y 의 원소 5개 중 X 의 원소 $-1, 0, 1, 2$ 에
대응될 원소 4개를 뽑으면 된다.

$$\therefore {}_5C_4 = 5(\text{개})$$

7. n 명을 일렬로 세울 때, 이 중 특정한 세 명의 순서가 하나로 정해져 있다. 방법의 수는?

① $\frac{n!}{2}$

② $\frac{n!}{6}$

③ $n!$

④ $\frac{(n-1)!}{2}$

⑤ $3(n-1)!$

해설

n 명을 일렬로 세우는 방법의 수는 ${}_nP_n = n!$

그런데 여기에는 순서가 정해진 세 명이 자리를 바꾸는 경우의 수가 포함되어 있다.

즉, 세 명의 자리를 바꾸는 방법의 수만큼 배가 된 것이므로 세 명이 자리를 바꾸는 방법의 수로 나누면 된다.

따라서 구하는 방법의 수는 $\frac{n!}{3!} = \frac{n!}{6}$

8. ‘국회의사당’의 다섯 글자를 일렬로 나열할 때, 적어도 한쪽 끝에는 받침이 있는 글자가 오도록 하는 방법의 수는?

① 36

② 48

③ 60

④ 72

⑤ 84

해설

전체의 경우의 수에서 양쪽 끝 모두 받침이 없는 글자가 오는 경우의 수를 빼준다.

$$5! - ({}_3P_2 \times 3!) = 84$$

9. 8 명이 타고 있는 승강기가 2 층으로부터 11 층까지 10 개층에서 설 수 있다고 한다. 이 때, 각각 4 명, 2 명, 2 명씩 3 개층에서 모두 내리게 되는 방법의 수는?

① 75600

② 84400

③ 92400

④ 124500

⑤ 151200

해설

8 명을 4 명, 2 명, 2 명씩 나누는 방법의

수는 ${}_8C_4 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!}$ 이고,

이와 같이 3 개층에 내리게 되는 방법의 수는 ${}_{10}P_3$ 이다.

따라서 ${}_8C_4 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} \times {}_{10}P_3 = 151200$

10. 칠각형의 서로 다른 대각선의 교점은 최대 몇 개인지 구하여라. (단 꼭짓점은 제외한다.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 35 개

해설

대각선의 교점은 두 대각선에 의해 결정되고 두 대각선은 4개의 점에 의해 결정되므로 칠각형의 대각선의 교점의 최대 개수는 ${}_7C_4 = 35$

11. 6 명을 세 개의 조로 나누는 방법의 수는?

① 15

② 30

③ 60

④ 90

⑤ 180

해설

(i) 1, 2, 3 명으로 나누는 경우

$$\therefore {}_6C_1 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 = 60$$

(ii) 2, 2, 2 명으로 나누는 경우

$$\therefore {}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{3!} = 15$$

(iii) 1, 1, 4 명으로 나누는 경우

$$\therefore {}_6C_1 \times {}_5C_1 \times {}_4C_4 \times \frac{1}{2!} = 15$$

(i), (ii), (iii) 에서 구하는 경우의 수는

$$60 + 15 + 15 = 90$$