

1. 다항식  $5xy - yx^2 + 2x^3 + 2yz^2$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ①  $x$ 의 계수는  $5y$ 이다.
- ②  $x^2$ 의 계수는  $-y$ 이다.
- ③  $x$ 에 대한 3차식이다.
- ④  $x$ 에 대한 상수항은  $2yz^2$ 이다.
- ⑤  $y, z$ 에 대한 2차식이다.

해설

$y, z$ 에 대한 3차식이다.

2.  $A = 2x^2 + 5xy - 3y^2$ ,  $B = 4x^2 - 5xy + y^2$ ,  $C = -x^2 + 4y^2$  일 때,  $2A - \{B - (2C - 3A)\}$  를 간단히 하면?

①  $8x^2 + 30xy - 24y^2$

②  $8x^2 - 30xy - 24y^2$

③  $-8x^2 + 30xy - 24y^2$

④  $-8x^2 + 10y^2$

⑤  $-8x^2 - 10y^2$

해설

$$\begin{aligned} 2A - \{B - (2C - 3A)\} &= 2A - B + 2C - 3A \\ &= -A - B + 2C \\ &= -8x^2 + 10y^2 \end{aligned}$$

3. 세 다항식  $A = 2x^2y - xy^2 + y^3$ ,  $B = -2xy^2 + 2y^3$ ,  $C = x^3 + y^3$ 에 대하여  $(2A - B) + C$ 를 계산하면?

①  $2x^3 - 4x^2y + 3y^3$

②  $-x^3 + 2x^2y - y^3$

③  $2x^3 + 4x^2y - y^2$

④  $x^3 + 4x^2y + y^3$

⑤  $x^3 + 4y^3$

해설

$$\begin{aligned}(2A - B) + C &= 4x^2y - 2xy^2 + 2y^3 - (-2xy^2 + 2y^3) + x^3 + y^3 \\ &= x^3 + 4x^2y + y^3\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}(2A - B) + C &= x^3 + 4x^2y + y^3\end{aligned}$$

4. 두 다항식  $A = 2x^3 + 4x^2 - 7$ ,  $B = x^2 + x - 2$ 에 대하여  $A - 2B$ 를 간단히 한 것은?

- ①  $2x^3 + 2x^2 - 2x - 3$       ②  $2x^3 + 2x^2 + 2x - 3$   
③  $2x^3 + 2x^2 + 2x + 3$       ④  $2x^3 + 6x^2 - 2x + 3$   
⑤  $2x^3 + 6x^2 - 2x - 3$

해설

$$\begin{aligned} A - 2B & \text{를 동류항끼리 묶어 정리한다.} \\ A - 2B &= (2x^3 + 4x^2 - 7) - 2(x^2 + x - 2) \\ &= 2x^3 + 4x^2 - 7 - 2x^2 - 2x + 4 \\ &= 2x^3 + (4 - 2)x^2 - 2x - 7 + 4 \\ &= 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3 \end{aligned}$$

5. 다항식  $(x^2 + 1)^4(x^3 + 1)^3$ 의 차수는?

- ① 5차    ② 7차    ③ 12차    ④ 17차    ⑤ 72차

해설

$(x^2 + 1)^4$ 는 8차식,  $(x^3 + 1)^3$ 은 9차식  
따라서  $(x^2 + 1)^4(x^3 + 1)^3$ 은  
 $8 + 9 = 17$ 차 다항식이다.

6.  $x^2y(-xy)^3$ 을 간단히 하면?

- ①  $-x^4y^5$     ②  $xy^5$     ③  $-x^5y^4$     ④  $-xy^5$     ⑤  $x^2y^5$

해설

$$x^2y(-xy)^3 = x^2y(-x^3y^3) = -x^5y^4$$

7.  $(2x^3 - 3x + 1) \div (x^2 + 2)$  의 계산에서 나머지는?

①  $-5x + 1$

②  $-x + 1$

③  $5x + 1$

④  $x + 1$

⑤  $-7x + 1$

해설

$2x^3 - 3x + 1$  을  $x^2 + 2$  로 직접 나누어서 구한다.  
몫 :  $2x$ , 나머지 :  $-7x + 1$

8.  $(x - 2y - 3z)^2$ 을 전개하여  $x$ 에 대한 내림차순으로 정리하면?

①  $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy + 12yz - 6zx$

②  $x^2 - 4xy + 4y^2 - 9z^2 + 12yz - 6zx$

③  $x^2 - (4y + 6z)x + 4y^2 + 12yz + 9z^2$

④  $4y^2 + 12yz + 9z^2 + (-4y - 6z)x + x^2$

⑤  $9z^2 + 4y^2 + x^2$

해설

$$(x - 2y - 3z)^2 = x^2 - (4y + 6z)x + 4y^2 + 12yz + 9z^2$$

9.  $(a-b+c)(a-b-c)$ 를 전개하면?

①  $-a^2 + b^2 - c^2 + 2ca$

②  $a^2 - b^2 + c^2 + 2ab$

③  $a^2 + b^2 + c^2 + abc$

④  $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

⑤  $a^2 + b^2 - c^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} & (a-b+c)(a-b-c) \\ &= \{(a-b)+c\}\{(a-b)-c\} \\ &= (a-b)^2 - c^2 \\ &= a^2 + b^2 - c^2 - 2ab \end{aligned}$$

10.  $x+y+z=3$ ,  $xy+yz+zx=-1$  일 때  $x^2+y^2+z^2$  의 값을 구하면?

- ① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned}x^2+y^2+z^2 &= (x+y+z)^2 - 2(xy+yz+zx) \\ &= 9 + 2 = 11\end{aligned}$$

11. 다항식  $2x^3 + x^2 + 3x$ 를  $x^2 + 1$ 로 나눈 나머지는?

- ①  $x - 1$                       ②  $x$                       ③  $1$   
④  $x + 3$                       ⑤  $3x - 1$

해설

직접 나누어보면

$$(2x + 1) + \frac{x - 1}{x^2 + 1}$$

몫 :  $2x + 1$ , 나머지 :  $x - 1$

12.  $x$  에 대한 다항식  $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$  를 다항식  $B$  로 나눌 때, 몫이  $2x+1$  이고, 나머지가  $-6x+2$  이다. 이 때, 다항식  $B$  를 구하면?

- ①  $x^2 + 2x + 2$       ②  $x^2 + x + 2$       ③  $x^2 - x + 2$   
④  $x^2 - 2x + 2$       ⑤  $x^2 - 3x + 2$

해설

$$\begin{aligned} A &= B(2x+1) - 6x+2 \text{ 에서} \\ B(2x+1) &= 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2 \\ \therefore B &= (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x+1) \\ &= x^2 + 2x + 2 \end{aligned}$$

13. 다항식  $f(x)$ 를  $2x^2 + 3x + 2$ 로 나누었더니 몫이  $3x - 4$ 이고, 나머지가  $2x + 5$ 이었다. 이 때,  $f(1)$ 의 값은?

① -1      ② 0      ③ 1      ④ 3      ⑤ 5

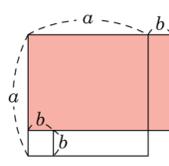
해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\ &= 6x^3 + 9x^2 + 6x - 8x^2 - 12x - 8 + 2x + 5 \\ &= 6x^3 + x^2 - 4x - 3 \\ \therefore f(1) &= 6 + 1 - 4 - 3 = 0 \end{aligned}$$

해설

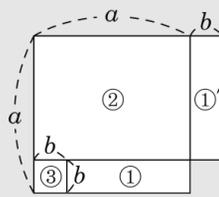
$$\begin{aligned} f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\ f(1) &= (2 + 3 + 2)(3 - 4) + (2 + 5) = -7 + 7 = 0 \end{aligned}$$

14. 다음 그림에서 색칠한 부분이 나타내고 있는 곱셈공식은 무엇인가?



- ①  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$   
 ②  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$   
 ③  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$   
 ④  $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$   
 ⑤  $(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

해설



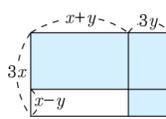
$$(a+b)(a-b) = ①' + ②$$

$$①' = ① \text{ 이므로}$$

$$(a+b)(a-b) = ① + ② = a^2 - b^2$$

$$\therefore (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

15. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때,  $y^2$  항의 계수는?



- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & (x+4y)(3x) - (x+y)(x-y) \\ &= 3x^2 + 12xy - x^2 + y^2 \\ &= 2x^2 + 12xy + y^2 \end{aligned}$$

16. 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

①  $(x-y-1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x - 2y$

②  $(a+b)^2(a-b)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

③  $(-x+3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

④  $(a-b)(a^2+ab-b^2) = a^3 - b^3$

⑤  $(p-1)(p^2+1)(p^4+1) = p^{16} - 1$

해설

①  $(x-y-1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y$

③  $(-x+3)^3 = -x^3 + 9x^2 - 27x + 27$

④  $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$

⑤  $(p-1)(p+1)(p^2+1)(p^4+1) = p^8 - 1$

17.  $(x+y)^n$ 을 전개할 때 항의 개수는  $n+1$ 개이다. 다항식  $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$ 을 전개할 때, 항의 개수를 구하면?

- ① 7개    ② 8개    ③ 12개    ④ 13개    ⑤ 64개

해설

$$\begin{aligned} & \{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4 \\ &= \{(4a^2-9b^2)^3\}^4 \\ &= (4a^2-9b^2)^{12} \\ &\therefore (4a^2-9b^2)^{12} \text{의 항의 개수는 } 13 \text{ 개이다.} \end{aligned}$$

18.  $(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2)$ 를 전개했을 때,  $x^2$ 과  $x^3$ 의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수  $a, b$ 에 대하여  $a + b$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 1      ④ 2      ⑤  $\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & (x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2) \\ &= x^5 + bx^4 + (a+2)x^3 + (ab+2)x^2 + (2a+2b)x + 4 \\ & (x^2 \text{의 계수}) = (x^3 \text{의 계수}) = 0 \text{이므로} \\ & ab + 2 = 0, a + 2 = 0 \\ & \text{따라서 } a = -2, b = 1 \\ & \therefore a + b = -1 \end{aligned}$$

19.  $(2x^3 - 3x^2 + 3x + 4)(3x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 7x + 8)$ 을 전개한 식에서  $x^3$ 의 계수는?

- ① 31      ② 33      ③ 35      ④ 37      ⑤ 39

해설

$$2x^3 \times 8 - 3x^2 \times (-7x) + 3x \times (-2x^2) + 4 \times 2x^3 = 39x^3$$

20.  $a^2 + b^2 + c^2 = 9$ ,  $ab + bc + ca = 9$ ,  $a + b + c$ 의 값은?

①  $-3\sqrt{2}$

②  $-2\sqrt{3}$

③  $\pm 3\sqrt{3}$

④  $\pm 3\sqrt{2}$

⑤  $\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ &= 9 + 18 = 27\end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c = \pm 3\sqrt{3}$$

21. 두 다항식  $A, B$  에 대하여  $A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5$ ,  $2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1$  일 때, 두 다항식  $A, B$  를 구하면?

①  $A = x^3 + x^2 + x + 2$ ,  $B = -2x^3 - 3x^2 + 3x + 3$

②  $A = x^3 - x^2 + x + 2$ ,  $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$

③  $A = x^3 - x^2 + x - 2$ ,  $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 7$

④  $A = x^3 - x^2 - x + 2$ ,  $B = -2x^3 - x^2 + 5x + 3$

⑤  $A = 3x^3 - 3x^2 + 3x + 6$ ,  $B = -4x^3 + x^2 + x - 1$

해설

$$A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5 \cdots \text{㉠}$$

$$2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1 \cdots \text{㉡}$$

$$(\text{㉠} + \text{㉡}) \div 3 : A = x^3 - x^2 + x + 2$$

$$(2\text{㉠} - \text{㉡}) \div 3 : B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$$

22. 세 다항식  $A = x^2 + 3x - 2$ ,  $B = 3x^2 - 2x + 1$ ,  $C = 4x^2 + 2x - 3$  에 대하여

$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$  를 간단히 하면?

①  $3x^2 + 12x - 13$

②  $-3x^2 + 24x + 21$

③  $3x^2 - 12x + 21$

④  $-3x^2 - 24x + 21$

⑤  $x^2 + 12x + 11$

해설

$$\begin{aligned} & 3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B \\ &= -2A + 5B - 4C \\ &= -2(x^2 + 3x - 2) + 5(3x^2 - 2x + 1) - 4(4x^2 + 2x - 3) \\ &= -3x^2 - 24x + 21 \end{aligned}$$

23. 다항식  $x^5 \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}\right)$ 의 차수는?

- ① 2차    ② 3차    ③ 6차    ④ 7차    ⑤ 8차

해설

$$\begin{aligned} & x^5 \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}\right) \\ &= x^2(x^2 + 1)(x^2 + 2x + 3) \\ &\therefore 6\text{차 다항식} \end{aligned}$$

24. 두 다항식  $A = a + 2b$ ,  $B = 2a + 3b$ 일 때,  $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답:

▶ 정답: ㉤

해설

$$\text{㉤ } 2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b): \text{ 결합법칙}$$

25. 다항식  $f(x)$ 를 다항식  $g(x)$ 로 나눈 나머지를  $r(x)$ 라 할 때,  $f(x) - g(x) - 2r(x)$ 를  $g(x)$ 로 나눈 나머지는?

①  $-2r(x)$

②  $-r(x)$

③  $0$

④  $r(x)$

⑤  $2r(x)$

**해설**

$f(x)$ 를  $g(x)$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ 라 하면

$$f(x) = g(x)Q(x) + r(x)$$

$$\therefore f(x) - g(x) - 2r(x)$$

$$= g(x)Q(x) + r(x) - g(x) - 2r(x)$$

$$= g(x)\{Q(x) - 1\} - r(x)$$

여기서  $g(x)$ 의 차수는  $-r(x)$ 의 차수보다 높으므로 구하는 나머지는  $-r(x)$ 이다.

26. 다항식  $f(x)$ 를  $x+1$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $R$ 이라고 할 때,  $xf(x)-3$ 을  $x+1$ 로 나눈 몫과 나머지는?

①  $xQ(x), -R-3$

②  $xQ(x), -R+3$

③  $xQ(x), -R-6$

④  $xQ(x)+R, -R-3$

⑤  $xQ(x)+R, -R+3$

해설

$$f(x) = (x+1)Q(x) + R$$

$$\therefore xf(x) = x(x+1)Q(x) + xR$$

$$\therefore xf(x) - 3 = x(x+1)Q(x) + xR - 3$$

$$= (x+1)\{xQ(x)\} + (x+1)R - R - 3$$

$$= (x+1)\{xQ(x)+R\} - R - 3$$

27.  $2x^4 - x^3 + 2x^2 + a$ 를  $x^2 + x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 하는 상수  $a$ 의 값을 구하면?

- ① -3    ② 3    ③ -6    ④ 6    ⑤ 12

해설

직접 나누어 본다.  
 $\therefore a - 3 = 0, a = 3$

해설

$x^2 + x + 1 = 0$ 이 되는  $x$ 값을 대입한다.  
 $x^2 + x + 1 = 0$ 에서  $(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0, x^3 - 1 = 0$   
 $\therefore x^3 = 1$   
준 식의 좌변에  $x^3 = 1, x^2 = -x - 1$ 을 대입하면  
 $2x - 1 + 2(-x - 1) + a = 0, a - 3 = 0$   
 $\therefore a = 3$

28.  $x$  에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + 2$  를  $x^2 - x + 1$  로 나눈 나머지가  $x + 3$  이 되도록  $a, b$  의 값을 정할 때,  $ab$  값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

29. 다항식  $f(x) = 4x^3 + ax^2 + x + 1$ 을  $x + \frac{1}{2}$ 로 나누면 나머지가 1일 때, 다항식  $f(x)$ 를  $2x + 1$ 로 나눈 몫  $Q(x)$ 와 나머지  $R$ 을 구하면?

- ①  $Q(x) = 2x^2 - x, R = 1$       ②  $Q(x) = 2x^2 + x, R = 1$   
③  $Q(x) = 2x^2 - 2x, R = 1$       ④  $Q(x) = 4x^2 - 2x, R = \frac{1}{2}$   
⑤  $Q(x) = 4x^2 + 2x, R = \frac{1}{2}$

해설

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 = \frac{a}{4} \therefore a = 4$$

$$\begin{aligned} \text{따라서 } f(x) &= 4x^3 + 4x^2 + x + 1 \\ &= x(4x^2 + 4x + 1) + 1 \\ &= x(2x + 1)^2 + 1 \end{aligned}$$

$$2x + 1 \text{로 나누면 } Q(x) = 2x^2 + x, R = 1$$

30. 다항식  $f(x)$  를  $x + \frac{1}{3}$  으로 나누었을 때, 몫과 나머지를  $Q(x)$ ,  $R$  라고 한다. 이 때,  $f(x)$  를  $3x + 1$  으로 나눈 몫과 나머지를 구하면?

- ①  $Q(x)$ ,  $R$                       ②  $3Q(x)$ ,  $3R$                       ③  $3Q(x)$ ,  $R$   
④  $\frac{1}{3}Q(x)$ ,  $R$                       ⑤  $\frac{1}{3}Q(x)$ ,  $\frac{1}{3}R$

해설

$$f(x) = Q(x) \left( x + \frac{1}{3} \right) + R = \frac{1}{3} Q(x) (3x + 1) + R$$

31.  $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2$  이고  $ab \neq 0$  일 때, 다음 중 성립하는 것을 고르면? (단, 문자는 모두 실수이다.)

①  $ax + by = 0$       ②  $a + b = x + y$       ③  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

④  $x = y$       ⑤  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$

해설

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) - (ax + by)^2 = 0 \text{을}$$

간단히 정리하면

$$a^2y^2 + b^2x^2 - 2abxy = 0$$

$$\text{즉, } (ay - bx)^2 = 0$$

$\therefore ay - bx = 0$  ( $\because a, x, b, y$ 는 실수)

따라서,  $ay = bx$ 에서  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$

32.  $x+y+z=1$ ,  $xy+yz+zx=2$ ,  $xyz=3$  일 때,  $(x+y)(y+z)(z+x)$ 의 값을 구하면?

- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}x+y+z &= 1 \text{에서} \\x+y &= 1-z \\y+z &= 1-x \\z+x &= 1-y \\(x+y)(y+z)(z+x) &= (1-z)(1-x)(1-y) \\&= 1 - (x+y+z) + (xy+yz+zx) - xyz \\&= 1 - 1 + 2 - 3 = -1\end{aligned}$$

33. 다음 중 식의 전개가 바르지 않은 것을 고르면?

①  $(1-x)(1+x+x^2) = 1-x^3$

②  $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2) = x^4+x^2y^2+y^4$

③  $(x-3)(x-2)(x+1)(x+2) = x^4-8x^2+12$

④  $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4) = a^8-b^8$

⑤  $(a+b-c)(a-b+c) = a^2-b^2-c^2+2bc$

해설

$$\begin{aligned} & (x-3)(x-2)(x+1)(x+2) \\ &= (x^2-x-6)(x^2-x-2) \\ & x^2-x = Y \text{라 놓자.} \\ & (Y-6)(Y-2) = Y^2 - 8Y + 12 \\ & \quad = (x^2-x)^2 - 8(x^2-x) + 12 \\ & \quad = x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12 \end{aligned}$$

34. 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것을 고르면?

①  $(x - y - z)^2 = x^2 - y^2 - z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

②  $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 18xy^2 - 8y^3$

③  $(x + y)(x - y)(x^2 + xy - y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^9 - y^9$

④  $(x^2 - 2xy + 2y^2)(x^2 + 2xy + 2y^2) = x^4 + 4y^4$

⑤  $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + 2x + 2y + 1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

해설

①  $(x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

②  $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$

③  $(x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$   
 $= x^6 - y^6$

⑤  $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + x + y + 1)$   
 $= x^3 + y^3 - 3xy - 1$

35.  $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$ 를 전개할 때, 각 항의 계수의 총합을  $a$ , 상수항을  $b$ 라 할 때,  $a+b$ 의 값을 구하면?

- ① 8      ② 15      ③ 24      ④ 36      ⑤ 47

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x+2)(x-3)(x+4) \\ &= (x^2+x-2)(x^2+x-12)(x^2+x=X(\text{치환})) \\ &= (X-2)(X-12) \\ &= X^2-14X+24 \\ &= (x^2+x)^2-14(x^2+x)+24 \\ &= x^4+2x^3-13x^2-14x+24 \\ \therefore a &= 1+2-13-14+24=0, b=24 \\ \therefore a+b &= 0+24=24 \end{aligned}$$

해설

- ㉠ 각 항 계수의 총합 구하기  
 $x=1$  대입,  $a=0$   
㉡ 상수항 구하기  
 $x=0$  대입,  $b=24$

36.  $(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^3-b^3)$ 의 전개식으로 옳은 것은?

①  $a^3 + b^3$

②  $a^6 + b^6$

③  $a^6 - b^6$

④  $a^9 + b^9$

⑤  $a^9 - b^9$

해설

(준 식)  $= (a^3 + b^3)(a^3 - b^3) = a^6 - b^6$

37.  $P = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$  의 값을 구하면?

- ①  $2^{32} - 1$                       ②  $2^{32} + 1$                       ③  $2^{31} - 1$   
④  $2^{31} + 1$                       ⑤  $2^{17} - 1$

해설

$$\begin{aligned} & \text{주어진 식에 } (2 - 1) = 1 \text{ 을 곱해도 식은 성립하므로} \\ P &= (2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) \\ &= (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) \\ &= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) \\ &= \quad \vdots \\ &= (2^{16} - 1)(2^{16} + 1) \\ &= 2^{32} - 1 \end{aligned}$$

38.  $(1+2x-3x^2+4x^3-5x^4+6x^5+7x^6)^2$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수는?

- ① 0      ② 2      ③ -2      ④ 4      ⑤ -4

해설

$x^3$ 을 만들 수 있는 것은  
(3차항) $\times$ (상수항), (2차항) $\times$ (1차항)  
2쌍씩이다.  
 $4 \times 1 \times 2 + (-3) \times 2 \times 2 = 8 + (-12) = -4$

39.  $(-2x^3 + x^2 + ax + b)^2$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수가  $-8$ 일 때,  $a - 2b$ 의 값은?

- ①  $-6$     ②  $-4$     ③  $-2$     ④  $0$     ⑤  $2$

해설

전개할 때 삼차항은 일차항과 이차항의 곱, 삼차항과 상수항의 곱이 각각 2개씩 나온다.

$$(-2x^3 \times b) \times 2 + (x^2 \times ax) \times 2 = (-4b + 2a)x^3$$

$$2a - 4b = -8$$

$$\therefore a - 2b = -4$$

40. 두 다항식  $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$ ,  $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의  $x^3$ 의 계수를 각각  $a$ ,  $b$ 라 할 때,  $a - b$ 의 값을 구하면?

- ① -21    ② -15    ③ -5    ④ -1    ⑤ 0

해설

$(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서  $x^4$ 항의 계수는  $x^3$ 의 계수와는 관계가 없다.  
따라서  $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수와  $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수는 같다.  
 $\therefore a = b \quad \therefore a - b = 0$

41.  $(10^5 + 2)^3$ 의 각 자리의 숫자의 합을 구하여라.

- ① 15      ② 18      ③ 21      ④ 26      ⑤ 28

해설

$$\begin{aligned} & \text{준식을 전개하면} \\ & 10^{15} + 2^3 + 3 \times 2 \times 10^5(10^5 + 2) \\ & = 10^{15} + 2^3 + 6 \times 10^{10} + 12 \times 10^5 \\ & = 10^{15} + 10^{10} \times 6 + 10^5 \times 12 + 8 \\ & \therefore 1 + 6 + 1 + 2 + 8 = 18 \end{aligned}$$

42. 세 실수  $a, b, c$  에 대하여  $a + b + c = 2$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = 6$ ,  $abc = -1$  일 때,  $a^3 + b^3 + c^3$  의 값은?

- ① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ ab + bc + ca &= -1 \\ a^3 + b^3 + c^3 &= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc \\ &= 2 \times (6 - (-1)) - 3 = 11\end{aligned}$$

43. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 겹넓이는 52이고, 모서리의 길이의 합은 36이다. 이 상자의 대각선의 길이는?

① 5      ②  $\sqrt{29}$       ③  $\sqrt{33}$       ④ 6      ⑤  $\sqrt{42}$

해설

세 모서리의 길이를  $a, b, c$  라 하면

$$2(ab + bc + ca) = 52$$

$$4(a + b + c) = 36 \rightarrow a + b + c = 9$$

(직육면체 대각선의 길이)

$$= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$= \sqrt{(a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)}$$

$$= \sqrt{81 - 52} = \sqrt{29}$$

44.  $a+b+c=0$ ,  $a^2+b^2+c^2=1$  일 때,  $4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$  의 값은?

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

해설

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$$

$$\therefore ab+bc+ca = -\frac{1}{2}$$

$$4(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2)$$

$$= 4\{(ab+bc+ca)^2 - 2abc(a+b+c)\}$$

$$= 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 1$$

45. 모든 모서리의 합이 36, 겹넓이가 56인 직육면체의 대각선의 길이는?

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

해설

직육면체의 가로, 세로, 높이를 각각  $a, b, c$  라 하자.

$$4(a + b + c) = 36, 2(ab + bc + ca) = 56$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 81 - 56 = 25$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{대각선의 길이}) &= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \\ &= \sqrt{25} = 5 \end{aligned}$$

46. 세 모서리의 길이의 합이 22이고 대각선의 길이가 14인 직육면체의 겉넓이는?

- ① 144    ② 196    ③ 288    ④ 308    ⑤ 496

해설

세 모서리를  $x, y, z$ 라 하면

$$x + y + z = 22 \cdots \cdots ①$$

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 14 \cdots \cdots ② \text{이고}$$

겉넓이는  $2(xy + yz + zx)$ 이다.

$$①, ② \text{에서 } 22^2 = 14^2 + 2(xy + yz + zx)$$

$$\therefore 2(xy + yz + zx) = 288$$

47. 다음 중에서 겹넓이가 22, 모든 모서리의 길이의 합이 24인 직육면체의 대각선의 길이는?

①  $\sqrt{11}$

②  $\sqrt{12}$

③  $\sqrt{13}$

④  $\sqrt{14}$

⑤ 유일하지 않다.

해설

겹넓이 :  $2xy + 2xz + 2yz = 22$

모서리 :  $4x + 4y + 4z = 24$

대각선 :  $d^2 = x^2 + y^2 + z^2$   $\therefore d = \sqrt{14}$

$= (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx)$

$= 6^2 - 22 = 14$

48.  $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때,  $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ , 양변에  $x + 1$ 을 곱하면,

$$(x+1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$x^3 + 1 = 0, x^3 = -1 \text{에서 } x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \dots \dots \textcircled{1}$$

$x^2 - x + 1 = 0$ 를  $x$ 로 나누어 정리한다.

$$x + \frac{1}{x} = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$$

$$\textcircled{1} \text{에 대입하면, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$$

49.  $\frac{2005^3 + 1}{2005 \times 2004 + 1}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2006

해설

2005 =  $x$  로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= \frac{x^3 + 1^3}{x(x-1) + 1} \\ &= \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{x^2 - x + 1} \\ &= x + 1 \\ &= 2006\end{aligned}$$

50.  $x + \frac{1}{x} = 1$  일 때,  $x^{101} + \frac{1}{x^{101}}$  의 값은?

- ① 1      ② -1      ③ -2      ④ 2      ⑤ 101

해설

$$x + \frac{1}{x} = 1 \text{ 에서 } x^2 + 1 = x$$

$$\therefore x^2 - x + 1 = 0, x^3 = -1$$

$$(\text{준 식}) = (x^3)^{33} \cdot x^2 + \frac{1}{(x^3)^{33} \cdot x^2}$$

$$= -x^2 + \frac{-1}{x^2} = -\frac{x^4 + 1}{x^2} = -\frac{-x + 1}{x^2}$$

$$= \frac{x - 1}{x^2} = 1$$