

1. 10 미만의 짝수의 집합을  $A$  라 할 때, 다음 중 틀린 것을 모두 골라라.

보기

- ☐ ㉠  $10 \in A$
- ☐ ㉡  $5 \notin A$
- ☐ ㉢  $2 \in A$
- ☐ ㉣  $12 \notin A$
- ☐ ㉤  $8 \notin A$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉤

해설

- ☐ ㉠  $10 \notin A$  ,
- ☐ ㉤  $8 \in A$

2. 집합  $A = \{x|x\text{는 } 12\text{의 약수}\}$  일 때,  $A \subset B$ 를 만족하는  $B$ 를 고르면?

- ①  $B = \{x|x\text{는 } 10\text{의 배수}\}$
- ②  $B = \{x|x\text{는 } 20\text{미만의 짝수}\}$
- ③  $B = \{x|x\text{는 } 3\text{의 배수}\}$
- ④  $B = \{x|x\text{는 } 24\text{의 약수}\}$
- ⑤  $B = \{x|x\text{는 } 6\text{의 약수}\}$

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

①  $B = \{10, 20, 30, 40, \dots\}$

②  $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}$

③  $B = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$

④  $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

⑤  $B = \{1, 2, 3, 6\}$

3. 다음 ①, ②, ③, ④와 서로 같은 집합을 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣ 중에서 차례대로 골라 쓰시오.

|                   |                    |
|-------------------|--------------------|
| ① {1, 2, 3}       | ㉠ {가, 나, 다}        |
| ② {d, e, b}       | ㉡ {x x는 4 미만의 자연수} |
| ③ {5, 7, 9, 1, 3} | ㉢ {b, e, d}        |
| ④ {다, 나, 가}       | ㉣ {1, 3, 5, 7, 9}  |

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉠

해설

{x|x는 4 미만의 자연수} = {1, 2, 3}



5. 다음을 만족하는 집합  $X$  의 개수를 구하여라.

$$\{2\} \subset X \subset \{1, 2, 4, 6\}$$

▶ 답 :                           개

▷ 정답 : 8 개

해설

$\{2\} \subset X \subset \{1, 2, 4, 6\}$ 의 의미는  $\{1, 2, 4, 6\}$ 의 부분집합 중  
원소 2를 반드시 포함하는 부분집합 이므로 집합  $X$ 를 구하면  
 $\{2\}, \{1, 2\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 6\}, \{2, 4, 6\}, \{1, 2, 4, 6\}$   
이므로 개수는 8개 이다.

6. 두 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$ ,  $B = \{1, 3, 6, 9\}$ 에 대하여  $A \cap B$ 와  $A \cup B$ 가 올바르게 짝지어진 것은?
- ①  $A \cap B = \{1, 3\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 9\}$
- ②  $A \cap B = \{1, 2, 3\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3\}$
- ③  $A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 9\}$ ,  $A \cup B = \{1, 3, 6\}$
- ④  $A \cap B = \{1, 3, 6\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 9\}$
- ⑤  $A \cap B = \{1, 3, 6\}$ ,  $A \cup B : \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

해설

교집합은 두 집합  $A$ ,  $B$ 에 대하여 집합  $A$ 에도 속하고, 집합  $B$ 에도 속하는 원소로 이루어진 집합을 말한다. 그리고 합집합은 두 집합  $A$ ,  $B$ 에 대하여 집합  $A$ 에 속하거나 집합  $B$ 에 속하는 원소 전체로 이루어진 집합을 말한다.

따라서 문제의 두 집합  $A$ ,  $B$ 에 대하여  $A \cap B = \{1, 3, 6\}$ 이고  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 9\}$ 이다.

7. 두 집합  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{b, c, e, f\}$  일 때,  $n(A - B)$  는?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$A - B = \{a, d\}$$

$$n(A - B) = 2$$

8.  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합  $A = \{1, 3, 5\}$ ,  $B = \{3, 4\}$  일 때,  $A^c \cap B^c$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\{2\}$

해설

$$A^c = \{2, 4\}, B^c = \{1, 2, 5\}, A^c \cap B^c = \{2\}$$

9. 다음 중 치역이 실수 전체의 집합인 것은 무엇인가?

①  $y = 2x$

②  $y = -x^2$

③  $y = x^2 - 2$

④  $y = -x^2 + 2x$

⑤  $y = 3$

해설

②  $y \leq 0$     ③  $y \geq -2$     ④  $y \leq 1$     ⑤  $y = 3$

10. 다음 중 역함수가 존재하지 않는 것은?

①  $y = x - 2$

②  $y = x^2$

③  $y = x^3$

④  $y = x^2 - 2x$  (단,  $x \geq 1$ )

⑤  $y = |x - 1|$  (단,  $x \geq 1$ )

해설

일대일 대응이 아닌 것은 ②번이다.  
그러므로 ②번 그래프는 역함수가 존재하지 않는다.

11. 함수  $f(x) = ||x - 2| + 1|$  에 대하여  $f(-1) - f(3)$  의 값을 구하면?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$f(-1) = ||-1 - 2| + 1| = 4$   
 $f(3) = ||3 - 2| + 1| = 2$  이므로  
 $\therefore f(-1) - f(3) = 2$

12. 다음 보기에서 집합인 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 유명한 야구 선수들의 모임
- ㉡ 축구를 잘하는 사람들의 모임
- ㉢ 워드 자격증이 있는 사람들의 모임
- ㉣ 우리 학교 하키 선수들의 모임

▶ 답 :

▶ 답 :

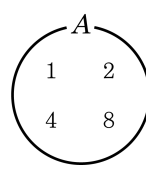
▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉣

해설

집합이란 특정한 조건에 맞는 원소들의 모임이다.  
㉠, ㉡ ‘유명한’, ‘잘하는’의 기준이 명확하지 않음  
따라서 집합인 것은 ㉢, ㉣이다.

13. 다음 그림의 집합  $A$  를 조건제시법으로 나타내면?

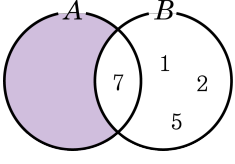


- ①  $\{x \mid x \text{는 } 2\text{의 배수}\}$
- ②  $\{x \mid x \text{는 } 4\text{의 배수}\}$
- ③  $\{x \mid x \text{는 } 8\text{의 배수}\}$
- ④  $\{x \mid x \text{는 } 8\text{의 약수}\}$
- ⑤  $\{x \mid x \text{는 } 10\text{의 약수}\}$

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$  이므로 조건제시법으로 나타내면  $\{x \mid x \text{는 } 8\text{의 약수}\}$  이다.

14. 다음 벤 다이어그램에서  $B = \{1, 2, 5, 7\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 8, 9\}$  일 때 색칠된 부분의 원소의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

색칠한 부분의 원소는 집합  $A \cup B$ 에서  $A \cap B$ 의 원소를 뺀 것이다.  
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 8, 9\}$  이므로 벤 다이어그램에 표시되어 있지 않은 원소를 말한다.  
그러므로 색칠한 부분의 원소는 3, 8, 9 이다.  
원소의 합은  $3 + 8 + 9 = 20$  이다.

15.  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6\}$  에 대하여  $A \cup X = A$ ,  
 $(A \cap B) \cup X = X$  를 만족시키는 집합  $X$  의 개수를 구하면?

① 2 개      ② 4 개      ③ 8 개      ④ 16 개      ⑤ 32 개

해설

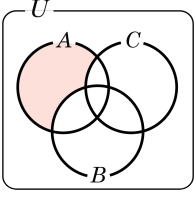
$A \cup X = A$  이면  $X \subset A$ ,

$(A \cap B) \cup X = X$  이면  $(A \cap B) \subset X$

$\therefore (A \cap B) \subset X \subset A$

$A \cap B = \{3, 4, 5\}$  이므로 집합  $X$  는 3, 4, 5 를 포함하는 집합  $A$  의 부분집합이므로 그 개수는  $2^2 = 4$  (개)

16. 다음 벤 다이어그램에서 어두운 부분을 나타내는 집합은? (단,  $U$ 는 전체집합,  $X^c$ 는  $X$ 의 여집합을 나타낸다.)



- ①  $A \cap (B \cup C)^c$

②  $A \cup (B \cup C)^c$

③  $A \cap (B^c \cap C)^c$

④  $A \cap (B^c \cap C^c)^c$

⑤  $A \cap (B^c \cup C^c)^c$

해설

각각 벤다이어그램을 그려서 확인하면 된다. 모두 그려서 확인하지 않고 주어진 벤다이어그램을 보고 그에 맞는 집합의 연산을 생각해 보면 색칠한 부분은  $A - (B \cup C)$ 임을 알 수 있고  $A - (B \cup C) = A \cap (B \cup C)^c$ 이다.

17. 두 집합  $A = \{1, 3, 5, 7\}$ ,  $B = \{1, 3, 8\}$  일 때,  $(A - B) \subset X$ ,  $X - A = \emptyset$  을 만족하는 집합  $X$  의 개수는?

- ① 1개      ② 2개      ③ 3개      ④ 4개      ⑤ 5개

해설

$(A - B) \subset X \subset A$  , 즉  $\{5, 7\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 7\}$  이므로 집합  $X$  의 개수는  $2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

18. 두 집합  $A, B$  에 대하여  $n(A) = 10, n(B) = 13, n(A \cap B) = 5$  일 때,  $n(A - B) + n(B - A)$  는?

① 10

② 11

③ 13

④ 15

⑤ 17

해설

$n(A - B) + n(B - A) = n(A \cup B) - n(A \cap B)$  이다.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 10 + 13 - 5 = 18$  이므로

$n(A - B) + n(B - A) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 18 - 5 = 13$  이다.

19.  $X = \{x \mid x \text{는 } 10\text{이하의 자연수}\}$ ,  $Y = \{y \mid y \text{는 정수}\}$  일 때, 함수  $f : X \rightarrow Y$ 가  $f(x) = (x \text{의 양의 약수의 갯수})$ 로 정의할 때, 함수  $f$ 의 치역의 원소의 개수는?

① 3개      ② 4개      ③ 5개      ④ 6개      ⑤ 7개

해설

$$f(1) = 1, f(2) = f(3) = f(5) = f(7) = 2,$$

$$f(4) = f(9) = 3$$

$$f(6) = f(8) = f(10) = 4$$

$$\therefore f(X) = \{1, 2, 3, 4\}$$

20. 다음은 실수 전체의 집합  $R$  에서  $R$  로의 함수이다. 일대일대응인 것은 무엇인가?
- ①  $y = -x^2$

②  $y = -|x|$

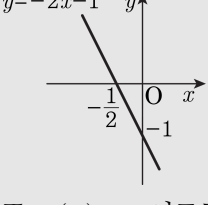
③  $y = 3$

④  $y = -2x - 1$

⑤  $y = \sqrt{2}x - 2 \ (x \geq 1)$

해설

①  $-1 \neq 1$  이지만  $f(-1) = f(1) = -1$  이므로 일대일 함수가 아니다.



또,  $f(X) \leq 0$  이므로 (공역) $\neq$  (치역)

②  $-1 \neq 1$  이지만  $f(-1) = f(1) = -1$  이므로 일대일 함수가 아니다.

또,  $f(X) \leq 0$  이므로 (공역) $\neq$  (치역)

③ 모든  $x \in X$  에 대하여  $f(x) = 3$  이므로 일대일 함수가 아니다.

또,  $f(X) = 3$  이므로 (공역) $\neq$  (치역)

④ 일대일 함수이고 (공역)=(치역)=(실수 전체의 집합) 이므로 일대일대응이다.

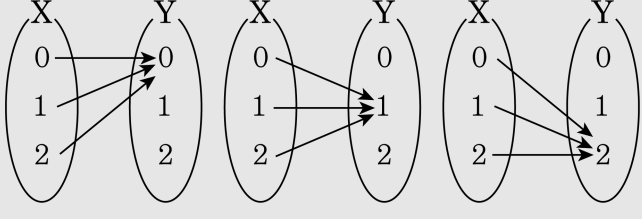
⑤  $x \geq 1$  일 때,  $f(X) \geq 0$  이므로 일대일 함수이지만 (공역) $\neq$  (치역) 이다.

21. 집합  $A = \{0, 1, 2\}$  에 대하여  $A$  에서  $A$  에로의 함수 중 상수함수의 개수는?

- ① 3                      ② 6                      ③ 9                      ④ 12                      ⑤ 15

해설

상수함수의 개수는 공역의 원소의 개수와 같다.



그러므로 구하는 상수함수의 개수는 3 개이다.

22. 집합  $A = \{1, 2, \emptyset, \{1, 2\}\}$  에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ①  $\{1, 2\} \subset A$                       ②  $\emptyset \subset A$                       ③  $\{\emptyset, 2\} \subset A$   
④  $A \subset A$                       ⑤  $\{\emptyset, \{1, 2\}\} \not\subset A$

해설

$\{\emptyset, \{1, 2\}\} \subset A$  이다.

23. 두 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{1, 3, 5\}$  에 대하여  $n(X \cap B) = 2$  이고  $X \subset A$  인 집합  $X$  의 개수는?

① 8 개      ② 12 개      ③ 15 개      ④ 24 개      ⑤ 32 개

해설

$X \cap B = \{1, 3\}$  인 경우 5 는  $X$  의 원소일 수 없다. 이 때,  $X$  는 1, 3은 반드시 포함하고 5는 포함하지 않는  $A$  의 부분집합이므로 그 개수는  $2^2 = 4$  (개)이다.

$n(X \cap B) = 2$  인 경우는 3가지이고, 이처럼 각각에 따라 4 개의 집합이 되므로 구하는 집합  $X$  의 개수는  $3 \times 4 = 12$ (개)이다.

24. 집합  $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 1, 2를 포함하지 않는 부분집합의 개수가 8개일 때, 자연수  $n$ 의 값은?

① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

해설

$$2^{(1, 2\text{를 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-2} = 8 = 2^3 \quad \therefore n = 5$$

25. 전체집합  $U$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여 연산  $\star$  을  $A \star B = (A \cup B)^c \cup (A \cap B)$  로 정의할 때, 다음 중 옳은 것은?

①  $A \star \emptyset = A$

②  $A \star U = A^c$

③  $A \star A^c = \emptyset$

④  $A \star B \neq B \star A$

⑤  $A \star B^c \neq A^c \star B$

해설

①  $A \star \emptyset = (A \cup \emptyset)^c \cup (A \cap \emptyset)$   
 $= A^c \cup \emptyset = A^c$

②  $A \star U = (A \cup U)^c \cup (A \cap U)$   
 $= U^c \cup A$   
 $= \emptyset \cup A = A$

③  $A \star A^c = (A \cup A^c)^c \cup (A \cap A^c)$   
 $= U^c \cup \emptyset = \emptyset$

④  $A \star B = (A \cup B)^c \cup (A \cap B)$   
 $= (B \cup A)^c \cup (B \cap A)$   
 $= B \star A$

⑤  $A \star B^c = (A \cup B^c)^c \cup (A \cap B^c)$   
 $= (A^c \cap B) \cup (A^c \cup B)^c$   
 $= (A^c \cup B)^c \cup (A^c \cap B) = A^c \star B$

26. 함수  $f(x)$ 가  $f(x) = x^2 + 2x - 3$  이고 임의의 실수  $x$ 에 대하여  $g(x+1) = f(x-1)$ 이 성립할 때,  $g(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

등식  $g(x+1) = f(x-1)$ 의 양변에

$x = -1$ 을 대입하면

$$\begin{aligned} g((-1)+1) &= g(0) = f((-1)-1) \\ &= f(-2) = (-2)^2 + 2 \times (-2) - 3 \\ &= -3 \end{aligned}$$

27. 집합  $X = \{-1, 0, 1\}$ 이 정의역인 두 함수  $f(x) = ax + b$ ,  $g(x) = -x^3 + a$ 가 서로 같은 함수일 때, 상수  $a, b$ 의 곱  $ab$ 를 구하면?

① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

i)  $f(1) = g(1)$  에서  $a + b = -1 + a$

$$b = -1$$

ii)  $f(0) = g(0)$  에서  $a = b$

$$a = -1$$

$$\therefore ab = (-1)(-1) = 1$$

28.  $X$ 를 정의역으로 하는 두 함수  $f(x) = 2x^2 - 3x + 4$ ,  $g(x) = x^2 + x + 1$ 에 대하여  $f = g$ 가 성립하도록 하는 집합  $X$ 의 개수는?

① 1개      ② 2개      ③ 3개      ④ 4개      ⑤ 5개

해설

두 함수가 같다는 것은 정의역의 임의의  $x$ 값에 대하여 그 함수값이 같다는 것이다.

그러므로  $f(x) = g(x)$ 를 만족시키는  $x$ 들만을 원소로 갖는 집합이 정의역이 된다.

따라서  $2x^2 - 3x + 4 = x^2 + x + 1$ ,  $x^2 - 4x + 3 = 0$

$(x - 3)(x - 1) = 0$

$\therefore x = 1, 3$

따라서 1, 3을 원소로 갖는 집합을 구하면 된다.

즉,  $\{1\}$ ,  $\{3\}$ ,  $\{1, 3\}$

29.  $f(x) = 2x - 3$  일 때,  $f(f(x)) = f(f(f(x)))$ 를 만족하는  $x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f(f(x)) = 4x - 9$ ,  $f(f(f(x))) = 8x - 21$  이므로  
 $4x - 9 = 8x - 21$   
 $\therefore x = 3$

30. 함수  $f\left(\frac{x+1}{x-2}\right) = \frac{3x+4}{x+1}$  에 대하여,  $f\left(\frac{1}{2}\right)$  의 값은?

① 3

②  $\frac{8}{3}$

③ 6

④  $\frac{13}{2}$

⑤ 7

해설

$$\frac{x+1}{x-2} = t \text{로 놓으면}$$

$$x+1 = tx-2t, (t-1)x = 2t+1$$

$$\therefore x = \frac{2t+1}{t-1}$$

$$f(t) = \frac{3 \times \frac{2t+1}{t-1} + 4}{\frac{2t+1}{t-1} + 1} = \frac{10t-1}{3t}$$

$$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{8}{3}$$

31. 세 함수  $f, g, h$  가  $(g \circ f)(x) = x$ ,  $(h \circ f)(x) = -x + 3$  일 때,  $k \circ g = h$  를 만족시키는 함수  $k(x)$  를 구하면?

- ①  $k(x) = -x + 1$       ②  $k(x) = -x + 2$       ③  $k(x) = -x + 3$   
④  $k(x) = -x + 4$       ⑤  $k(x) = -x + 5$

해설

$k \circ g = h$  이므로  $(k \circ g) \circ f = h \circ f$   
 $k \circ (g \circ f) = h \circ f$   
 $k \circ I = h \circ f (\because g \circ f = I, I \text{는 항등함수})$   
 $\therefore k = h \circ f (\because k \circ I = I \circ k = k)$   
 $\therefore k(x) = (h \circ f)(x) = -x + 3$

32. 두 함수  $f(x) = \frac{x+4}{x-2}$ ,  $g(x) = 2x-2$  에 대하여  $(g^{-1} \circ f)(4)$  의 값은?  
(단,  $g^{-1}$  는  $g$  의 역함수이다.)

- ①  $\frac{3}{2}$       ② 2      ③  $\frac{5}{2}$       ④ 3      ⑤  $\frac{7}{2}$

해설

$$(g^{-1} \circ f)(4) = g^{-1}(f(4)) = g^{-1}(4)$$

$$g^{-1}(4) = a \text{ 라 하면 } g(a) = 4$$

$$\therefore 2a - 2 = 4 \text{ 에서 } a = 3$$

$$\therefore (g^{-1} \circ f)(4) = 3$$

33. 두 함수  $f(x) = \frac{x-1}{x}, g(x) = 1-x$ 에 대하여  $g(x) = f^{-1}\left(\frac{9}{10}\right)$ 이 성립할 때, 이를 만족시키는 실수  $x$  값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

먼저  $f^{-1}(x)$ 를 구해보면

$$y = \frac{x-1}{x} = 1 - \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow x = 1 - \frac{1}{y}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{1-x} = f^{-1}(x)$$

$$\therefore f^{-1}\left(\frac{9}{10}\right) = 10$$

$$\Rightarrow g(x) = 1-x = 10 \quad x = -9$$

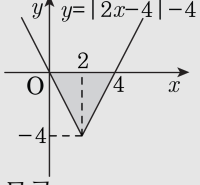
34. 함수  $y = |2x - 4| - 4$  의 그래프와  $x$  축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

절대값 기호 안을 0으로 하는  $x$ 의 값은  
 $2x - 4 = 0$  에서  $x = 2$   
( i )  $x < 2$  일 때,  $y = -(2x - 4) - 4 = -2x$   
( ii )  $x \geq 2$  일 때,  $y = (2x - 4) - 4 = 2x - 8$   
따라서 ( i ), ( ii )에 의하여  
함수  $y = |2x - 4| - 4$  의 그래프는 그림과 같으므로  
구하는 도형의 넓이는  $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$



35. 함수  $y = |2x - 4| - 4$  의 그래프와  $x$  축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = |2x - 4| - 4 = |2(x - 2)| - 4$  의 그래프는  
 $y = |2x|$  의 그래프를  
 $x$  축의 방향으로 2 만큼,  
 $y$  축의 방향으로  $-4$  만큼 평행이동한  
것이므로  
다음 그림과 같다.  
따라서 주어진 함수의 그래프와  $x$  축으로 둘러싸인 부분의 넓이  
는  $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$

