

1. 10 미만의 짝수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 틀린 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $10 \in A$

㉡ $5 \notin A$

㉢ $2 \in A$

㉣ $12 \notin A$

㉤ $8 \notin A$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉤

해설

㉠ $10 \notin A$,

㉤ $8 \in A$

2. 집합 $A = \{x|x\text{는 } 12\text{의 약수}\}$ 일 때, $A \subset B$ 를 만족하는 B 를 고르면?

① $B = \{x|x\text{는 } 10\text{의 배수}\}$

② $B = \{x|x\text{는 } 20\text{ 미만의 짝수}\}$

③ $B = \{x|x\text{는 } 3\text{의 배수}\}$

④ $B = \{x|x\text{는 } 24\text{의 약수}\}$

⑤ $B = \{x|x\text{는 } 6\text{의 약수}\}$

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

① $B = \{10, 20, 30, 40, \dots\}$

② $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}$

③ $B = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$

④ $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

⑤ $B = \{1, 2, 3, 6\}$

3. 다음 ①, ②, ③, ④와 서로 같은 집합을 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣ 중에서 차례대로 골라 쓰시오.

- | | |
|-------------------|--------------------|
| ① {1, 2, 3} | ㉠ {가, 나, 다} |
| ② {d, e, b} | ㉡ {x x는 4 미만의 자연수} |
| ③ {5, 7, 9, 1, 3} | ㉢ {b, e, d} |
| ④ {다, 나, 가} | ㉣ {1, 3, 5, 7, 9} |

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

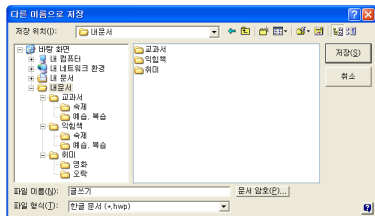
▷ 정답 : ㉠

해설

$\{x|x\text{는 } 4 \text{ 미만의 자연수}\} = \{1, 2, 3\}$

4. 컴퓨터에 여러 가지 파일을 종류별로 나누어 저장하기 위하여 몇 개의 폴더를 만들고, 한 폴더 안에도 다시 몇 개의 폴더를 만들어 파일을 세부적으로 분류한다.

다음 그림에서 숙제 집합은 내문서 집합에 포함되고, 서로 같지는 않다. 이런 두 집합 사이의 포함 관계를 무엇이라고 하는가?



① 부분집합

② 진부분집합

③ 서로 같은 집합

④ 속하는 집합

⑤ 답 없음

해설

진부분집합의 또 다른 정의는 $X \subset A$, $X \neq A$ 이므로 $X =$ (숙제), $A =$ (내문서) 라 하면 $X \subset A$, $X \neq A$ 가 성립한다. 따라서 진부분집합이다.

5. 다음을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$\{2\} \subset X \subset \{1, 2, 4, 6\}$$

▶ 답: 개

▷ 정답: 8 개

해설

$\{2\} \subset X \subset \{1, 2, 4, 6\}$ 의 의미는 $\{1, 2, 4, 6\}$ 의 부분집합 중
원소 2를 반드시 포함하는 부분집합 이므로 집합 X 를 구하면
 $\{2\}, \{1, 2\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 6\}, \{2, 4, 6\}, \{1, 2, 4, 6\}$
이므로 개수는 8개 이다.

6. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$, $B = \{1, 3, 6, 9\}$ 에 대하여 $A \cap B$ 와 $A \cup B$ 가 올바르게 짝지어진 것은?

① $A \cap B = \{1, 3\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 9\}$

② $A \cap B = \{1, 2, 3\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3\}$

③ $A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 9\}$, $A \cup B = \{1, 3, 6\}$

④ $A \cap B = \{1, 3, 6\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 9\}$

⑤ $A \cap B = \{1, 3, 6\}$, $A \cup B : \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

해설

교집합은 두 집합 A , B 에 대하여 집합 A 에도 속하고, 집합 B 에도 속하는 원소로 이루어진 집합을 말한다. 그리고 합집합은 두 집합 A , B 에 대하여 집합 A 에 속하거나 집합 B 에 속하는 원소 전체로 이루어진 집합을 말한다.

따라서 문제의 두 집합 A , B 에 대하여 $A \cap B = \{1, 3, 6\}$ 이고 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 9\}$ 이다.

7. 두 집합 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{b, c, e, f\}$ 일 때, $n(A - B)$ 는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$A - B = \{a, d\}$$

$$n(A - B) = 2$$

8. $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 4\}$ 일 때, $A^c \cap B^c$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{2\}$

해설

$$A^c = \{2, 4\}, B^c = \{1, 2, 5\}, A^c \cap B^c = \{2\}$$

9. 다음 중 치역이 실수 전체의 집합인 것은 무엇인가?

① $y = 2x$

② $y = -x^2$

③ $y = x^2 - 2$

④ $y = -x^2 + 2x$

⑤ $y = 3$

해설

② $y \leq 0$ ③ $y \geq -2$ ④ $y \leq 1$ ⑤ $y = 3$

10. 다음 중 역함수가 존재하지 않는 것은?

① $y = x - 2$

② $y = x^2$

③ $y = x^3$

④ $y = x^2 - 2x$ (단, $x \geq 1$)

⑤ $y = |x - 1|$ (단, $x \geq 1$)

해설

일대일 대응이 아닌 것은 ②번이다.

그러므로 ②번 그래프는 역함수가 존재하지 않는다.

11. 함수 $f(x) = ||x - 2| + 1|$ 에 대하여 $f(-1) - f(3)$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(-1) = ||-1 - 2| + 1| = 4$$

$$f(3) = ||3 - 2| + 1| = 2 \text{ 이므로}$$

$$\therefore f(-1) - f(3) = 2$$

12. 다음 보기에서 집합인 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 유명한 야구 선수들의 모임
- ㉡ 축구를 잘하는 사람들의 모임
- ㉢ 워드 자격증이 있는 사람들의 모임
- ㉣ 우리 학교 하키 선수들의 모임

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

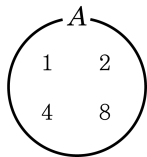
▷ 정답 : ㉣

해설

집합이란 특정한 조건에 맞는 원소들의 모임이다.

㉠, ㉡ ‘유명한’, ‘잘하는’의 기준이 명확하지 않음
따라서 집합인 것은 ㉢, ㉣이다.

13. 다음 그림의 집합 A 를 조건제시법으로 나타내면?

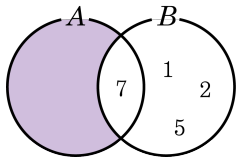


- ① $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로 조건제시법으로 나타내면 $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 이다.

14. 다음 벤 다이어그램에서 $B = \{1, 2, 5, 7\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 8, 9\}$ 일 때 색칠된 부분의 원소의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

색칠한 부분의 원소는 집합 $A \cup B$ 에서 $A \cap B$ 의 원소를 뺀 것이다.
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 8, 9\}$ 이므로 벤 다이어그램에 표시되어 있지 않은 원소를 말한다.

그러므로 색칠한 부분의 원소는 3, 8, 9 이다.
 원소의 합은 $3 + 8 + 9 = 20$ 이다.

15. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 $A \cup X = A$,
 $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족시키는 집합 X 의 개수를 구하면?

① 2 개

② 4 개

③ 8 개

④ 16 개

⑤ 32 개

해설

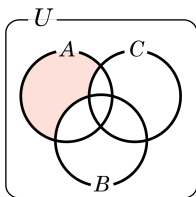
$A \cup X = A$ 이면 $X \subset A$,

$(A \cap B) \cup X = X$ 이면 $(A \cap B) \subset X$

$\therefore (A \cap B) \subset X \subset A$

$A \cap B = \{3, 4, 5\}$ 이므로 집합 X 는 3, 4, 5 를 포함하는 집합 A 의 부분집합이므로 그 개수는 $2^2 = 4$ (개)

16. 다음 벤 다이어그램에서 어두운 부분을 나타내는 집합은? (단, U 는 전체집합, X^c 는 X 의 여집합을 나타낸다.)



① $A \cap (B \cup C)^c$

② $A \cup (B \cup C)^c$

③ $A \cap (B^c \cap C)^c$

④ $A \cap (B^c \cap C^c)^c$

⑤ $A \cap (B^c \cup C^c)^c$

해설

각각 벤다이어그램을 그려서 확인하면 된다. 모두 그려서 확인하지 않고 주어진 벤다이어그램을 보고 그에 맞는 집합의 연산을 생각해 보면 색칠한 부분은 $A - (B \cup C)$ 임을 알 수 있고 $A - (B \cup C) = A \cap (B \cup C)^c$ 이다.

17. 두 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 3, 8\}$ 일 때, $(A - B) \subset X$, $X - A = \emptyset$ 을 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{5, 7\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4(\text{개})$ 이다.

18. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 10, n(B) = 13, n(A \cap B) = 5$ 일 때,
 $n(A - B) + n(B - A)$ 는?

① 10

② 11

③ 13

④ 15

⑤ 17

해설

$n(A - B) + n(B - A) = n(A \cup B) - n(A \cap B)$ 이다.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 10 + 13 - 5 = 18$ 이므로

$n(A - B) + n(B - A) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 18 - 5 = 13$ 이다.

19. $X = \{x | x \text{는 } 10 \text{이하의 자연수}\}$, $Y = \{y | y \text{는 정수}\}$ 일 때, 함수 $f : X \rightarrow Y$ 가 $f(x) = (x \text{의 양의 약수의 갯수})$ 로 정의할 때, 함수 f 의 치역의 원소의 개수는?

① 3개

② 4개

③ 5개

④ 6개

⑤ 7개

해설

$$f(1) = 1, f(2) = f(3) = f(5) = f(7) = 2,$$

$$f(4) = f(9) = 3$$

$$f(6) = f(8) = f(10) = 4$$

$$\therefore f(X) = \{1, 2, 3, 4\}$$

20. 다음은 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수이다. 일대일 대응인 것은 무엇인가?

① $y = -x^2$

② $y = -|x|$

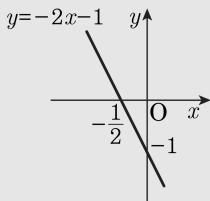
③ $y = 3$

④ $y = -2x - 1$

⑤ $y = \sqrt{2}x - 2 \ (x \geq 1)$

해설

① $-1 \neq 1$ 이지만 $f(-1) = f(1) = -1$ 이므로
일대일 함수가 아니다.



또, $f(X) \leq 0$ 이므로 (공역) $\neq$ (치역)

② $-1 \neq 1$ 이지만 $f(-1) = f(1) = -1$ 이므로
일대일 함수가 아니다.

또, $f(X) \leq 0$ 이므로 (공역) $\neq$ (치역)

③ 모든 $x \in X$ 에 대하여 $f(x) = 3$ 이므로
일대일 함수가 아니다.

또, $f(X) = 3$ 이므로 (공역) $\neq$ (치역)

④ 일대일 함수이고 (공역) = (치역) = (실수 전체의 집합) 이므로
일대일 대응이다.

⑤ $x \geq 1$ 일 때, $f(X) \geq 0$ 이므로

일대일 함수이지만 (공역) $\neq$ (치역) 이다.

21. 집합 $A = \{0, 1, 2\}$ 에 대하여 A 에서 A 에로의 함수 중 상수함수의 개수는?

① 3

② 6

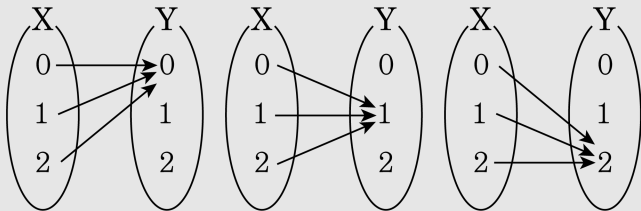
③ 9

④ 12

⑤ 15

해설

상수함수의 개수는 공역의 원소의 개수와 같다.



그러므로 구하는 상수함수의 개수는 3 개이다.

22. 집합 $A = \{1, 2, \emptyset, \{1, 2\}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\{1, 2\} \subset A$

② $\emptyset \subset A$

③ $\{\emptyset, 2\} \subset A$

④ $A \subset A$

⑤ $\{\emptyset, \{1, 2\}\} \not\subset A$

해설

$\{\emptyset, \{1, 2\}\} \subset A$ 이다.

23. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ 에 대하여 $n(X \cap B) = 2$ 이고 $X \subset A$ 인 집합 X 의 개수는?

① 8개

② 12개

③ 15개

④ 24개

⑤ 32개

해설

$X \cap B = \{1, 3\}$ 인 경우 5는 X 의 원소일 수 없다. 이 때, X 는 1, 3은 반드시 포함하고 5는 포함하지 않는 A 의 부분집합이므로 그 개수는 $2^2 = 4$ (개)이다.

$n(X \cap B) = 2$ 인 경우는 3가지이고, 위처럼 각각에 따라 4개의 집합이 되므로 구하는 집합 X 의 개수는 $3 \times 4 = 12$ (개)이다.

24. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 1, 2를 포함하지 않는 부분집합의 개수가 8개일 때, 자연수 n 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$2^{(1, 2\text{를 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-2} = 8 = 2^3 \quad \therefore n = 5$$

25. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 연산 $\star$ 을 $A \star B = (A \cup B)^c \cup (A \cap B)$ 로 정의할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $A \star \emptyset = A$

② $A \star U = A^c$

③ $A \star A^c = \emptyset$

④ $A \star B \neq B \star A$

⑤ $A \star B^c \neq A^c \star B$

해설

$$\begin{aligned} \text{① } A \star \emptyset &= (A \cup \emptyset)^c \cup (A \cap \emptyset) \\ &= A^c \cup \emptyset = A^c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{② } A \star U &= (A \cup U)^c \cup (A \cap U) \\ &= U^c \cup A \\ &= \emptyset \cup A = A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{③ } A \star A^c &= (A \cup A^c)^c \cup (A \cap A^c) \\ &= U^c \cup \emptyset = \emptyset \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{④ } A \star B &= (A \cup B)^c \cup (A \cap B) \\ &= (B \cup A)^c \cup (B \cap A) \\ &= B \star A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{⑤ } A \star B^c &= (A \cup B^c)^c \cup (A \cap B^c) \\ &= (A^c \cap B) \cup (A^c \cup B)^c \\ &= (A^c \cup B)^c \cup (A^c \cap B) = A^c \star B \end{aligned}$$

26. 함수 $f(x)$ 가 $f(x) = x^2 + 2x - 3$ 이고 임의의 실수 x 에 대하여 $g(x+1) = f(x-1)$ 이 성립할 때, $g(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

등식 $g(x+1) = f(x-1)$ 의 양변에

$x = -1$ 을 대입하면

$$\begin{aligned} g((-1) + 1) &= g(0) = f((-1) - 1) \\ &= f(-2) = (-2)^2 + 2 \times (-2) - 3 \\ &= -3 \end{aligned}$$

27. 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$ 이 정의역인 두 함수 $f(x) = ax + b$, $g(x) = -x^3 + a$ 가 서로 같은 함수일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 를 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

i) $f(1) = g(1)$ 에서 $a + b = -1 + a$

$$b = -1$$

ii) $f(0) = g(0)$ 에서 $a = b$

$$a = -1$$

$$\therefore ab = (-1)(-1) = 1$$

28. X 를 정의역으로 하는 두 함수 $f(x) = 2x^2 - 3x + 4$, $g(x) = x^2 + x + 1$ 에 대하여 $f = g$ 가 성립하도록 하는 집합 X 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

두 함수가 같다는 것은 정의역의 임의의 x 값에 대하여 그 함수값이 같다는 것이다.

그러므로 $f(x) = g(x)$ 를 만족시키는 x 들만을 원소로 갖는 집합이 정의역이 된다.

$$\text{따라서 } 2x^2 - 3x + 4 = x^2 + x + 1, \quad x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x - 3)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 1, 3$$

따라서 1, 3을 원소로 갖는 집합을 구하면 된다.

즉, $\{1\}$, $\{3\}$, $\{1, 3\}$

29. $f(x) = 2x - 3$ 일 때, $f(f(x)) = f(f(f(x)))$ 를 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f(f(x)) = 4x - 9$, $f(f(f(x))) = 8x - 21$ 이므로

$$4x - 9 = 8x - 21$$

$$\therefore x = 3$$

30. 함수 $f\left(\frac{x+1}{x-2}\right) = \frac{3x+4}{x+1}$ 에 대하여, $f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은?

① 3

② $\frac{8}{3}$

③ 6

④ $\frac{13}{2}$

⑤ 7

해설

$$\frac{x+1}{x-2} = t \text{로 놓으면}$$

$$x+1 = tx-2t, (t-1)x = 2t+1$$

$$\therefore x = \frac{2t+1}{t-1}$$

$$f(t) = \frac{3 \times \frac{2t+1}{t-1} + 4}{\frac{2t+1}{t-1} + 1} = \frac{10t-1}{3t}$$

$$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{8}{3}$$

31. 세 함수 f, g, h 가 $(g \circ f)(x) = x$, $(h \circ f)(x) = -x + 3$ 일 때, $k \circ g = h$ 를 만족시키는 함수 $k(x)$ 를 구하면?

① $k(x) = -x + 1$

② $k(x) = -x + 2$

③ $k(x) = -x + 3$

④ $k(x) = -x + 4$

⑤ $k(x) = -x + 5$

해설

$$k \circ g = h \text{ 이므로 } (k \circ g) \circ f = h \circ f$$

$$k \circ (g \circ f) = h \circ f$$

$$k \circ I = h \circ f (\because g \circ f = I, I \text{는 항등함수})$$

$$\therefore k = h \circ f (\because k \circ I = I \circ k = k)$$

$$\therefore k(x) = (h \circ f)(x) = -x + 3$$

32. 두 함수 $f(x) = \frac{x+4}{x-2}$, $g(x) = 2x-2$ 에 대하여 $(g^{-1} \circ f)(4)$ 의 값은?
(단, g^{-1} 는 g 의 역함수이다.)

① $\frac{3}{2}$

② 2

③ $\frac{5}{2}$

④ 3

⑤ $\frac{7}{2}$

해설

$$(g^{-1} \circ f)(4) = g^{-1}(f(4)) = g^{-1}(4)$$

$$g^{-1}(4) = a \text{ 라 하면 } g(a) = 4$$

$$\therefore 2a - 2 = 4 \text{ 에서 } a = 3$$

$$\therefore (g^{-1} \circ f)(4) = 3$$

33. 두 함수 $f(x) = \frac{x-1}{x}$, $g(x) = 1-x$ 에 대하여 $g(x) = f^{-1}\left(\frac{9}{10}\right)$ 이 성립할 때, 이를 만족시키는 실수 x 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

먼저 $f^{-1}(x)$ 를 구해보면

$$y = \frac{x-1}{x} = 1 - \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow x = 1 - \frac{1}{y}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{1-x} = f^{-1}(x)$$

$$\therefore f^{-1}\left(\frac{9}{10}\right) = 10$$

$$\Rightarrow g(x) = 1-x = 10 \quad x = -9$$

34. 함수 $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

절대값 기호 안을 0으로 하는 x 의 값은

$2x - 4 = 0$ 에서 $x = 2$

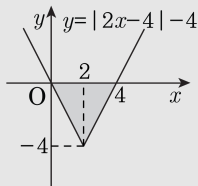
(i) $x < 2$ 일 때, $y = -(2x - 4) - 4 = -2x$

(ii) $x \geq 2$ 일 때, $y = (2x - 4) - 4 = 2x - 8$

따라서 (i), (ii)에 의하여

함수 $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프는 그림과 같으므로

구하는 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$



35. 함수 $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = |2x - 4| - 4 = |2(x - 2)| - 4$ 의 그래프는

$y = |2x|$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 2 만큼,

y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 것이므로

다음 그림과 같다.

따라서 주어진 함수의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$

