1. 다음 중 $(x-y)^2(x+y)^2$을 전개한 식은?

① x^4-y^4　② x^2-y^2

③ $x^4-2x^2y^2+y^4$　④ $x^4-x^2y^2+y^4$

⑤ $x^4-4x^2y^2+y^4$

해설

$$\begin{aligned}(x-y)^2(x+y)^2 &= \{(x-y)(x+y)\}^2\\ &= (x^2-y^2)^2\\ &= x^4-2x^2y^2+y^4\end{aligned}$$

2. $(x-2y-3z)^2$을 전개하여 x에 대한 내림차순으로 정리하면?

① $x^2+4y^2+9z^2-4xy+12yz-6zx$

② $x^2-4xy+4y^2-9z^2+12yz-6zx$

③ $x^2-(4y+6z)x+4y^2+12yz+9z^2$

④ $4y^2+12yz+9z^2+(-4y-6z)x+x^2$

⑤ $9z^2+4y^2+x^2$

해설

$(x-2y-3z)^2=x^2-(4y+6z)x+4y^2+12yz+9z^2$

3. 다항식 $(5x^2+3x+1)^2$ 을 전개하였을 때, x^2 의 계수는?

① 10 ② 13 ③ 16 ④ 19 ⑤ 25

해설

$(5x^2+3x+1)(5x^2+3x+1)$ 에서
i) (일차항)×(일차항) 의 경우 $9x^2$
ii) (이차항)×(상수항) 의 경우 $2\times 5x^2$
즉, $5x^2+5x^2+9x^2=19x^2$
$\therefore$ 19

4. $x+y=4,\ xy=3$ 일 때, x^2-xy+y^2 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$x^2-xy+y^2=(x+y)^2-3xy=7$

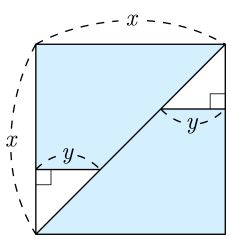
5. $x+y+z=3,\ xy+yz+zx=-1$ 일 때 $x^2+y^2+z^2$ 의 값을 구하면?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} x^2+y^2+z^2 &= (x+y+z)^2-2(xy+yz+xz) \\ &= 9+2=11 \end{aligned}$$

6. 다음 그림은 한변의 길이가 x인 정사각형을 대각선을 따라 자른 후 직각이등변삼각형 2개를 떼어낸 도형이다. 이때, 색칠한 부분의 넓이를 x, y에 관한 식으로 나타내어라.



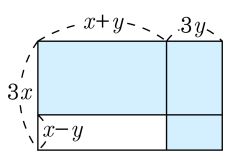
① $xy - y^2$ ② $x^2 - y^2$ ③ $x^2 - y$

④ $\frac{xy - y^2}{2}$ ⑤ $\frac{x - y}{2}$

해설

$x^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times y \times y = x^2 - y^2$

7. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, y^2 항의 계수는?

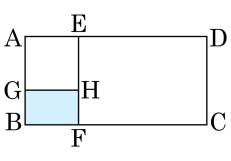


① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(x+4y)(3x)-(x+y)(x-y)$
$=3x^2+12xy-x^2+y^2$
$=2x^2+12xy+y^2$

8. 다음 그림의 사각형 AGHE, 사각형 EFCD는 정사각형이고, $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b$ 일때, 사각형 GBFH의 넓이는?



① $a^2 - 2ab - b^2$
② $a^2 + 3b^2 - 2ab$
③ $-a^2 + 3ab - 2b^2$
④ $-a^2 + 3ab - b^2$
⑤ $-a^2 + 2ab - b^2$

해설

$\square GBFH = \square ABCD - \square AGHE - \square EFCD$
$= ab - (a-b)^2 - b^2 = ab - (a^2 - 2ab + b^2) - b^2$
$= -a^2 + 3ab - 2b^2$

9. $a^2+b^2+c^2=9,\ ab+bc+ca=9,\ a+b+c$의 값은?

① $-3\sqrt{2}$　② $-2\sqrt{3}$　③ $\pm 3\sqrt{3}$

④ $\pm 3\sqrt{2}$　⑤ $\sqrt{6}$

해설

$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

$= 9+18 = 27$

$\therefore\ a+b+c = \pm 3\sqrt{3}$

10. 다음 식 중에서 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

② $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) = a^3+b^3+c^3-3abc$

③ $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

④ $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

⑤ $(a^2+a+1)(a^2-a+1) = a^4-a^2+1$

해설

⑤ $(a^2+a+1)(a^2-a+1) = (a^2+1)^2-a^2$
$= a^4+a^2+1$

11. $(1+2x-3x^2+4x^3-5x^4+6x^5+7x^6)^2$의 전개식에서 x^3의 계수는?

① 0 ② 2 ③ −2 ④ 4 ⑤ −4

해설

x^3을 만들 수 있는 것은
(3차항)×(상수항), (2차항) ×(1차항)
2쌍씩이다.

$4\times1\times2+(-3)\times2\times2 = 8+(-12) = -4$

12. $a = 2004$, $b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

해설

준 식은 $(a-b)^3$ 이다.

$a - b = 2004 - 2001 = 3$

$\therefore\ (a-b)^3 = 3^3 = 27$

13. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 겉넓이는 52이고, 모서리의 길이의 합은 36이다. 이 상자의 대각선의 길이는?

① 5 ② $\sqrt{29}$ ③ $\sqrt{33}$ ④ 6 ⑤ $\sqrt{42}$

해설

세 모서리의 길이를 a, b, c라 하면

$2(ab+bc+ca)=52$

$4(a+b+c)=36 \rightarrow a+b+c=9$

(직육면체 대각선의 길이)

$=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

$=\sqrt{(a+b+c+)^2-2(ab+bc+ca)}$

$=\sqrt{81-52}=\sqrt{29}$

14. $P=(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$의 값을 구하면?

① $2^{32}-1$ ② $2^{32}+1$ ③ $2^{31}-1$

④ $2^{31}+1$ ⑤ $2^{17}-1$

해설

주어진 식에 $(2-1)=1$을 곱해도 값은 변하지 않으므로

$$\begin{aligned}P&=(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)\\&=(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)\\&=(2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)\\&=\quad\vdots\\&=(2^{16}-1)(2^{16}+1)\\&=2^{32}-1\end{aligned}$$

15. 다음 식의 분모를 0으로 만들지 않는 모든 실수 x에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$의 값은?

$$\frac{1}{(x-1)(x-2)\cdots(x-10)} = \frac{a_1}{x-1} + \frac{a_2}{x-2} + \cdots + \frac{a_{10}}{x-10}$$

① 0 ② -1 ③ 1 ④ -10 ⑤ 10

해설

우변을 통분하여 x에 대한 내림차순으로 정리하면,

$$(\text{우변}) = \frac{(a_1 + a_2 + \cdots + a_{10})x^9 + \cdots}{(x-1)(x-2)\cdots(x-10)}$$

양변의 계수를 비교하면

$a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 0$

16. $99 \times 101 \times (100^2 + 100 + 1) \times (100^2 - 100 + 1)$을 계산하면?

① $100^6 - 1$ ② $100^6 + 1$ ③ $100^9 - 1$

④ $100^9 + 1$ ⑤ 1

해설

$100 = a$로 치환 하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a-1)(a+1)(a^2+a+1)(a^2-a+1) \\ &= \left(a^3-1\right)\left(a^3+1\right) \\ &= a^6 - 1 \\ &= 100^6 - 1\end{aligned}$$

17. $\dfrac{2005^3+1}{2005\times 2004+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2006

해설

$2005 = x$ 로 놓으면

$$(\text{준 식}) = \frac{x^3+1^3}{x(x-1)+1}$$
$$= \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x^2-x+1}$$
$$= x+1$$
$$= 2006$$

18. $x^2+\dfrac{1}{x^2}=14(x>0)$일 때, $x^3+\dfrac{1}{x^3}$의 값은?

① 36 ② 44 ③ 52 ④ 68 ⑤ 82

해설

$x^2+\dfrac{1}{x^2}=(x+\dfrac{1}{x})^2-2$이므로

$x+\dfrac{1}{x}=4\ (\because x>0)$

$x^3+\dfrac{1}{x^3}=(x+\dfrac{1}{x})^3-3(x+\dfrac{1}{x})=52$

19. 두 실수 x, y에 대하여 $x^2 + y^2 = 7$, $x + y = 3$ 일 때, $x^5 + y^5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 123

해설

$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$에서 $3^2 = 7 + 2xy$, $xy = 1$
$(x+y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x+y)$에서 $x^3 + y^3 = 18$

$$\begin{aligned} x^5 + y^5 &= (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2y^2(x+y) \\ &= 7 \times 18 - 1^2 \times 3 \\ &= 123 \end{aligned}$$

20. $a+b=4$, $a^2+b^2=10$일 때, a^5+b^5의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 244

해설

$a+b=4$, $a^2+b^2=10$

$ab=\frac{1}{2}\{(a+b)^2-(a^2+b^2)\}=3$

$a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)=28$

$\therefore\ a^5+b^5=(a^3+b^3)(a^2+b^2)-a^2b^2(a+b)$

$=28\times10-9\times4$

$=244$

21. $a(a+1)=1$일 때, $\dfrac{a^4-a^2}{a^6-1}$의 값은?

① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

해설

$a(a+1)=1$에서

$a^2=-a+1$

$a^4=(-a+1)^2=a^2-2a+1$

$=(-a+1)-2a+1=-3a+2$

$a^6=a^4\times a^2=(-3a+2)(-a+1)$

$=3a^2-5a+2=3(-a+1)-5a+2$

$=-8a+5$

$\therefore \dfrac{a^4-a^2}{a^6-1}=\dfrac{-3a+2-(-a+1)}{-8a+5-1}$

$=\dfrac{-2a+1}{-8a+4}=\dfrac{-2a+1}{4(-2a+1)}$

$=\dfrac{1}{4}$

22. $x+\frac{1}{x}=3$ 일 때, $x^2+\frac{1}{x^2}$ 의 값과 $x^3+\frac{1}{x^3}$ 의 값을 차례대로 구하면? (단, $x>0$)

① 5, 6　② 7, 18　③ 8, 16
④ 9, 18　⑤ 10, 27

해설

$x+\frac{1}{x}=3$ 일 때

$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=3^2-2=7$

$x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\frac{1}{x}\right)=27-9=18$