

1. $x \neq 0$ 일 때, $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{1}{2x}$

② $\frac{1}{6x}$

③ $\frac{5}{6x}$

④ $\frac{11}{6x}$

⑤ $\frac{1}{6x^3}$

해설

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{6}{6x} + \frac{3}{6x} + \frac{2}{6x} = \frac{11}{6x}$$

2. $\frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - 1}}}$ 의 값은?

① 0

② 1

③ $\sqrt{2} - 1$

④ $\sqrt{2} + 1$

⑤ 2

해설

$$\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \sqrt{2} - (\sqrt{2} + 1) = -1$$

$$\frac{1}{\sqrt{2} - (-1)} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \sqrt{2} - 1$$

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{2^2 \times (-3)^2} = 6$

② $\frac{\sqrt{96}}{2\sqrt{3}} = 2\sqrt{2}$

③ $\sqrt{12} + \sqrt{27} = 5\sqrt{3}$

④ $(3 + \sqrt{2})(2 - 3\sqrt{2}) = -7\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{8} + \sqrt{20} - \sqrt{18} - \sqrt{45} = \sqrt{2} + \sqrt{5}$

해설

① $\sqrt{2^2 \times (-3)^2} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{(-3)^2}$
 $= 2 \times \{ -(-3) \} = 6$

② $\frac{\sqrt{96}}{2\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} = 2\sqrt{\frac{6}{3}} = 2\sqrt{2}$

③ $\sqrt{12} + \sqrt{27} = \sqrt{2^2 \times 3} + \sqrt{3^2 \times 3} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$
 $= 5\sqrt{3}$

④ $(3 + \sqrt{2})(2 - 3\sqrt{2}) = 3 \times 2 - 9\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3 \times 2$
 $= -7\sqrt{2}$

⑤ (좌변) $= (\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2}) + (\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5}) = 0$

4. $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 5x + 4} \times \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 - 4x + 3} \div \frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 + 3x - 4}$ 을 간단히 하면 ?

① $\frac{4}{x-3}$

② $\frac{1}{x+4}$

③ $\frac{2}{x+2}$

④ 1

⑤ 0

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+4)} \times \frac{(x+1)(2x+1)}{(x-1)(x-3)} \\
 &\quad \div \frac{(x-2)(2x+1)}{(x-1)(x+4)} \\
 &= \frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+4)} \times \frac{(x+1)(2x+1)}{(x-1)(x-3)} \\
 &\quad \times \frac{(x-1)(x+4)}{(x-2)(2x+1)} = 1
 \end{aligned}$$

5. $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} \neq 0$ 일 때, $\frac{x^2 - 8xy + y^2}{x^2 - y^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = a \neq 0 \text{ 라 하면}$$

$$x = 2a, y = 3a$$

$$\begin{aligned} \frac{x^2 - 8xy + y^2}{x^2 - y^2} &= \frac{4a^2 - 48a^2 + 9a^2}{4a^2 - 9a^2} \\ &= \frac{-35a^2}{-5a^2} = 7 \end{aligned}$$

6. $\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 을 간단히 하여라.

① $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

② $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

④ $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$

해설

$$\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$$

$$= \frac{(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}$$

$$= \frac{2(1 + \sqrt{3})}{(1 + 2 + 2\sqrt{2}) - 3} = \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$

7. 좌표평면에서 무리함수 $y = -\sqrt{-x+2} + 1$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면을 모두 구하면?

① 제 1사분면

② 제 2사분면

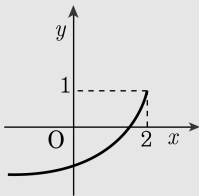
③ 제 3사분면

④ 제 1사분면, 제 2사분면

⑤ 제 3사분면, 제 4사분면

해설

무리함수의 그래프를 그려보면 아래와 같다.



따라서, 무리함수의 그래프가 지나지 않는 것은 제 2사분면이다.

8. $2x - y + z = 0$, $x - 2y + 3z = 0$ 일 때, $\frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}$ 의 값을 구하면 $\frac{n}{m}$ 이다. 이때, $m + n$ 의 값을 구하여라. (단, m, n 은 서로소)

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$2x - y + z = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x - 2y + 3z = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \times 2 - \textcircled{㉡} : 3x = z$$

$$\therefore x = \frac{z}{3}, y = \frac{5z}{3}$$

여기서 $x = k$ 라 하면 $y = 5k, z = 3k$

$$\text{따라서 } \frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{k^2 - 5k^2 + 25k^2}{k^2 + 25k^2 + 9k^2} = \frac{3}{5} \therefore m = 5, n = 3$$

$$\therefore m + n = 8$$

9. A, B 두 마을의 인구의 비는 4 : 3, 남자의 비는 2 : 1, 여자의 비는 1 : 2 이고 A 마을의 총 인구가 6000 명일 때, A 마을의 여자의 수를 구하시오.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 1000 명

해설

A 마을의 남자는 x 명, 여자는 y 명이라 하면

B 마을의 남자는 $\frac{x}{2}$ 명, 여자는 $2y$ 명

$6000 : (B 마을의 총 인구) = 4 : 3$ 에서

B 마을의 총 인구는 4500 명이다.

$$x + y = 6000, \quad x + 4y = 9000 \quad \therefore y = 1000(\text{명})$$

10. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지나고, 점근선의 방정식이 $x = 2$, $y = 1$ 일 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

점근선이 $x = 2$, $y = 1$ 이므로

$$y = \frac{k}{x-2} + 1 \cdots \textcircled{1}$$

①이 $(1, 0)$ 을 지나므로

$$0 = -k + 1 \therefore k = 1$$

$$y = \frac{1+x-2}{x-2} = \frac{x-1}{x-2}$$

$$\therefore a = 1, b = -1, c = -2$$

따라서 $abc = 2$

11. 분수함수 $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ 가 있다. 이 함수의 그래프가 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이기 위한 필요충분조건은?

① $a - d = 0$

② $a + d = 0$

③ $ad = 1$

④ $ad = -1$

⑤ $ad - bc = 0$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{ax+b}{cx+d} = \frac{\frac{a}{c}(cx+b) - \frac{ab}{c} + b}{cx+d} \\ &= \frac{\frac{b}{c}(c-a)}{cx+d} + \frac{a}{c} = \frac{b(c-a)}{c(cx+d)} + \frac{a}{c} \end{aligned}$$

주어진 분수함수의 점근선은

$$x = -\frac{d}{c}, y = \frac{a}{c} \text{ 이므로}$$

그래프는 점 $\left(-\frac{d}{c}, \frac{a}{c}\right)$ 에 대하여 대칭이다. 이때, 이 분수함수의

그래프가 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 점 $\left(-\frac{d}{c}, \frac{a}{c}\right)$ 은 직선

$y = x$ 위에 있다.

$$\therefore \frac{a}{c} = -\frac{d}{c}, a = -d$$

$$\therefore a + d = 0$$

12. 다음 중 함수 $y = \frac{5}{x+3} - 5$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제1사분면

② 제2사분면

③ 제3사분면

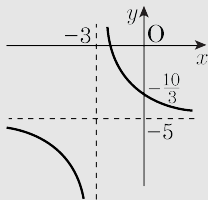
④ 제4사분면

⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$$y = \frac{5}{x+3} - 5$$

$$x = 0 \text{ 일 때 } y = \frac{5}{0+3} - 5 = -\frac{10}{3}$$



따라서 제1사분면을 지나지 않는다.

13. 분수함수 $y = \frac{x-1}{x-2}$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ 제 1, 3 사분면만을 지난다.

㉡ 두 점근선의 교점은 (2, 1)이다.

㉢ 두 직선 $y = -x + 3$, $y = x - 1$ 에 대해 대칭인 곡선이다.

① ㉡

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 다음 그림의 개형을 가지므로 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.

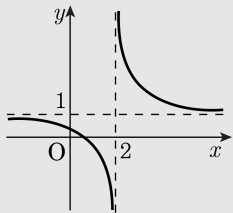
㉡ 점근선이 $x = 2$, $y = 1$ 이므로 교점은 (2, 1)

㉢ 주어진 분수함수가 $y = \frac{1}{x}$ 을 x 축으로

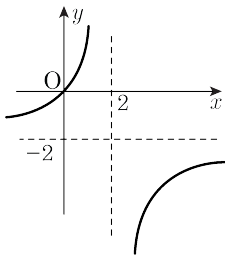
2,

y 축으로 1만큼 평행이동 시킨 것이므로 대칭되는 직선은 기울기가 ± 1 이고 (2, 1)을 지나는 직선이다.

$\Rightarrow y = x - 1, y = -x + 3$



14. 다음 그림과 같이 주어진 분수함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 점근선이 $x=2, y=-2$ 일 때, 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?



① -6

② -4

③ -3

④ 2

⑤ 7

해설

점근선이 $x=2, y=-2$ 이므로 $y = -2 + \frac{k}{x-2}, (k \neq 0)$

점 $(0, 0)$ 을 지나므로

$$0 = -2 + \frac{k}{-2}, \quad k = -4$$

$$\text{따라서 } y = -2 + \frac{-4}{x-2} = \frac{-2x}{x-2}$$

$$\therefore a = -2, b = 0, c = -2$$

$$\therefore a + b + c = -4$$

15. 두 집합 $A = \{(x, y) \mid y = \sqrt{x+1}\}$, $B = \{(x, y) \mid y = x+k\}$ 에서 $n(A \cap B) = 2$ 일 때, 상수 k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $k < 1$ ② $k > \frac{5}{4}$ ③ $1 < k < 5$
 ④ $1 \leq k < \frac{5}{4}$ ⑤ $1 \leq k \leq \frac{5}{4}$

해설

$n(A \cap B) = 2$ 는 $y = \sqrt{x+1}$ 과

$y = x+k$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나는 것을 의미한다.

(i) 두 그래프가 접할 때,

$$\sqrt{x+1} = x+k$$

$$x+1 = x^2 + 2kx + k^2 \quad (x \geq -1)$$

$$x^2 + (2k-1)x + k^2 - 1 = 0 \quad (x \geq -1)$$

이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$D = (2k-1)^2 - 4(k^2 - 1) = 0$$

$$-4k + 5 = 0$$

$$\therefore k = \frac{5}{4}$$

(ii) 직선 $y = x+k$ 가 점 $(-1, 0)$ 을 지날 때

$$0 = -1 + k \quad \therefore k = 1$$

(i), (ii) 에 의하여

$$\therefore 1 \leq k < \frac{5}{4}$$

