

1. 두 점 $A(a, b)$, $B(-3, 4)$ 를 3 : 1로 외분하는 점을 $P(2, -1)$ 이라고 할 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$P\left(\frac{3 \cdot (-3) - 1 \cdot a}{3 - 1}, \frac{3 \cdot 4 - 1 \cdot b}{3 - 1}\right) = P(2, -1) \text{ 이므로,}$$

$$\frac{3 \cdot (-3) - 1 \cdot a}{3 - 1} = 2, -9 - a = 4, a = -13$$

$$\frac{3 \cdot 4 - 1 \cdot b}{3 - 1} = -1, 12 - b = -2, b = 14$$

$$\therefore a + b = 1$$

2. 세 점 A (1, 5), B (-4, -7), C (5, 2)가 좌표평면 위에 있다. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 할 때, 점 D의 좌표를 구하면?

- ① (0, 0) ② $\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$ ③ $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$
 ④ $\left(-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$ ⑤ $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{6}\right)$

해설

$$\overline{AB} = 13, \overline{AC} = 5$$

$$\text{따라서 } \overline{AB} : \overline{AC} = 13 : 5$$

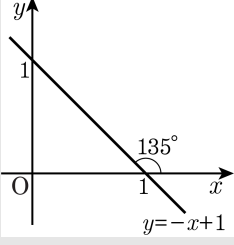
D는 B, C를 13 : 5로 내분한 점

$$\therefore \left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

3. 직선 $y = -x + 1$ 의 기울기와 y 절편, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 구하여라.
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : 기울기 -1
- ▷ 정답 : y 절편 1
- ▷ 정답 : x 축의 양의 방향 135°

해설

기울기 -1 , y 절편 1 ,
 x 축의 양의 방향과
이루는 각 135°

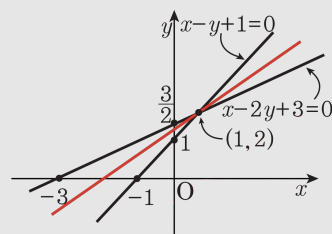


4. 두 직선 $x - y + 1 = 0$, $x - 2y + 3 = 0$ 의 교점을 지나고, 두 직선과 x 축이 이루는 삼각형의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식을 구하면?

- ① $2x - 3y + 4 = 0$ ② $2x + 3y + 4 = 0$
 ③ $2x - 3y - 4 = 0$ ④ $x - 3y + 4 = 0$
 ⑤ $-x - 3y + 4 = 0$

해설

두 직선 $x - y + 1 = 0 \cdots \textcircled{1}$
 $x - 2y + 3 = 0 \cdots \textcircled{2}$ 의 교점을 지나는 직선을 l 이라고 하면,
 직선 l 은 $l : (x - y + 1) \cdot m + (x - 2y + 3) = 0 \cdots \textcircled{3}$ 의 꼴로 나타낼 수 있다.
 한편, 직선 ①의 x 절편은 -1 ,
 직선 ②의 x 절편은 -3 이므로
 l 이 삼각형의 넓이를 이등분하려면, 점 $(-2, 0)$ 을 지나야 한다.
 점 $(-2, 0)$ 을 ③에 대입하면 $-m + 1 = 0$
 $\therefore m = 1$
 따라서, l 의 방정식은 $2x - 3y + 4 = 0$



5. 두 직선 $2x - y - 3 = 0$, $x + y - 3 = 0$ 의 교점을 지나고 $(0, 0)$ 을 지나는 직선의 방정식을 $ax + by = 0$ 이라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(2x - y - 3) + k(x + y - 3) = 0$ 으로 나타낼 수 있다.

이 때, $(0, 0)$ 을 지나므로

$$(-3) + k(-3) = 0 \quad \therefore k = -1$$

$(2x - y - 3) + (-1)(x + y - 3) = 0$ 을 정리하면

$$\therefore x - 2y = 0$$

$$a = 1, b = -2 \quad \therefore a - b = 1 - (-2) = 3$$

6. 원점에서 직선 $ax + by + 4 = 0$ 까지의 거리가 $\sqrt{2}$ 일 때 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?

① 4

② 8

③ $3\sqrt{2}$

④ 4

⑤ $2\sqrt{3}$

해설

원점 $(0, 0)$ 에서 직선 $ax + by + 4 = 0$ 까지의
거리가 $\sqrt{2}$ 이므로

$$\frac{|a \times 0 + b \times 0 + 4|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{4}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sqrt{2}$$

$$4 = \sqrt{2} \sqrt{a^2 + b^2} \rightarrow 2(a^2 + b^2) = 16$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 8$$

7. 세 점 A(-1, 0), B(2, -3), C(5, 3)에 대하여 등식 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = 2\overline{CP}^2$ 을 만족하는 점 P의 자취의 방정식은 $ax + y + b = 0$ 이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

점 P의 좌표를 (x, y) 라 하면
주어진 조건에서,
 $(x+1)^2 + y^2 + (x-2)^2 + (y+3)^2$
 $= 2[(x-5)^2 + (y-3)^2]$
 $2x^2 - 2x + 2y^2 + 6y + 14$
 $= 2(x^2 - 10x + y^2 - 6y + 34)$
 $18x + 18y - 54 = 0$
 $\Rightarrow x + y - 3 = 0$
 $\therefore a + b = 1 + (-3) = -2$

8. x 축에 접하고 두 점 $(3, 1)$, $(-4, 8)$ 을 지나는 원 중, 반지름의 크기가 큰 원의 방정식을 구하면?

- ① $(x - 3)^2 + (y - 12)^2 = 169$
- ② $x^2 + (y - 5)^2 = 169$
- ③ $x^2 + (y - 5)^2 = 25$
- ④ $(x - 8)^2 + (y - 13)^2 = 169$
- ⑤ $(x - 8)^2 + (y - 13)^2 = 25$

해설

구하는 원의 중심을 (a, b) 라고 하면
 x 축에 접하는 원의 방정식은
 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = b^2$
이 원이 두 점 $(3, 1)$, $(-4, 8)$ 을 지나므로
 $(3 - a)^2 + (1 - b)^2 = b^2 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $(-4 - a)^2 + (8 - b)^2 = b^2 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$ 에서
 $b = a + 5 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉢}$ 을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면
 $a^2 - 8a = a(a - 8) = 0$
 $\therefore a = 0$ 또는 $a = 8$
 $\textcircled{㉢}$ 에서 $a = 0$ 일 때 $b = 5$, $a = 8$ 일 때 $b = 13$
따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2 + (y - 5)^2 = 5^2$
또는 $(x - 8)^2 + (y - 13)^2 = 13^2$

10. 직선 $3x + y - 5 = 0$ 을 x 축 방향으로 1만큼, y 축 방향으로 n 만큼 평행이동하면 직선 $3x + y - 1 = 0$ 이 된다. 이 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

x 축 방향으로 1, y 축 방향으로 n 만큼 평행이동하므로
직선 $3x + y - 5 = 0$ 에 x 대신 $x - 1$, y 대신 $y - n$ 을 대입하면
 $3(x - 1) + (y - n) - 5 = 0$
 $3x + y - n - 8 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$
 $\textcircled{1}$ 이 $3x + y - 1 = 0$ 과 일치하므로 $-n - 8 = -1 \therefore n = -7$

11. 임의의 실수 x 에 대하여 $x^2 + 2ax + 2a + 3 \geq 0$ 이 성립하기 위한 상수 a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 + 2ax + 2a + 3 \geq 0$ 이 항상 성립할 조건은

$$D/4 = a^2 - 2a - 3 = (a + 1)(a - 3) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 3$$

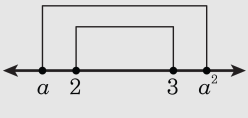
a 의 최솟값은 -1

12. 구간 $[2, 3]$ 에 속하는 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 - a(a+1)x + a^3 \leq 0$ 을 만족하는 실수 a 의 최솟값과 최댓값의 곱은?(단, $a > 1$)

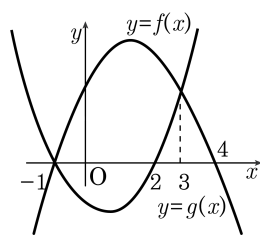
- ① 2 ② $2\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ 5

해설

$[2, 3] \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 3$
 $x^2 - a(a+1)x + a^3 \leq 0$
 $(x-a)(x-a^2) \leq 0$
 $a < x < a^2 (\because a > 1) \quad a \leq 2, a^2 \geq 3$
 $\therefore a$ 의 최댓값 : 2
 a 의 최솟값 : $\sqrt{3} \rightarrow \therefore 2\sqrt{3}$



13. 두 이차함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $f(x) - g(x) \leq 0$ 의 해를 구하면?



- ① $x \leq -1$ ② $-1 \leq x \leq 2$
 ③ $-1 \leq x \leq 3$ ④ $2 \leq x \leq 3$
 ⑤ $2 \leq x \leq 4$

해설

$f(x) - g(x) \leq 0$ 에서 $f(x) \leq g(x)$ 이 부등식을 만족하는 x 의 값의 범위는 $y = f(x)$ 의 그래프가 $y = g(x)$ 의 그래프와 같거나 아래쪽에 있는 부분이므로 $-1 \leq x \leq 3$

14. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=2 \\ cx+y=3 \end{cases}$ 의 해 (x, y) 가 제1사분면에 있을 상수 c 의 조건은?

- ① $c = -1$ ② $c > -1$ ③ $c < \frac{3}{2}$
④ $0 < c < \frac{3}{2}$ ⑤ $-1 < c < \frac{3}{2}$

해설

$$\begin{cases} x-y=2 \\ cx+y=3 \end{cases} \text{ 을 풀면 } x = \frac{5}{c+1}, y = \frac{3-2c}{c+1}$$

$x > 0, y > 0$ 인 c 의 범위를 구한다.

$$c+1 > 0, \quad 3-2c > 0$$

$$\therefore -1 < c < \frac{3}{2}$$

15. 세 점 $(0, 2)$, $(3, -3)$, $(-3, a)$ 가 한 직선 위에 있도록 하는 a 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 7$

해설

세 점이 한 직선 위에 있으려면 기울기가 일치해야 한다.

$$\Rightarrow \frac{-3-2}{3-0} = \frac{a-(-3)}{-3-3}$$

$$\Rightarrow a = 7$$

16. 점 A(0, a) 에서 원 $x^2 + (y-2)^2 = 9$ 에 그은 두 접선이 수직이 되도록 하는 a 의 값들의 합을 구하면?

① -1 ② $-\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ 4

해설

접선의 기울기를 m 이라 하면 접선의 방정식은 $y = mx + a$ 이다. 원의 중심 (0, 2) 에서 직선 $mx - y + a = 0$ 에 이르는 거리가 반지름의 길이와 같으므로 $\frac{|m \times 0 - 2 + a|}{\sqrt{m^2 + 1^2}} = 3$

$\therefore |a - 2| = 3\sqrt{m^2 + 1}$ 양변을 제곱하여 정리하면 $9m^2 - (a^2 - 4a - 5) = 0$ 이 방정식의 두 근을 m_1, m_2 라 하면 두 접선이 서로 수직이므로

$$m_1 m_2 = -\frac{1}{9}(a^2 - 4a - 5) = -1, a^2 - 4a - 14 = 0$$

$$\therefore a = 2 \pm 3\sqrt{2}$$

따라서, 구하는 a 의 값들의 합은

$$(2 + 3\sqrt{2}) + (2 - 3\sqrt{2}) = 4$$

17. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + a, y + 4)$ 에 의해 원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 이동하였더니 원점에서 원의 중심까지의 거리가 5 가 되었다. 이 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + a, y + 4)$ 는
 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로
4 만큼 평행이동하는 것이므로
원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 평행이동하면 원의 중심
(0, 0) 은 $(a, 4)$ 로 옮겨진다.
이 때, 두 점 (0, 0) 과 $(a, 4)$ 의 거리가 5 이므로
 $\sqrt{a^2 + 4^2} = 5$
위의 식의 양변을 제곱하면
 $a^2 + 16 = 25, a^2 = 9$
그런데 $a > 0$ 이므로 $a = 3$

18. 점 $(2, -1)$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 다음 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구하면?

① $(2, -1)$

② $(-1, -2)$

③ $(1, 2)$

④ $(-2, 4)$

⑤ $(-1, 3)$

해설

점 $(2, -1)$ 을 y 축에 대하여

대칭이동한 점의 좌표는 $(-2, -1)$

이 점을 다시 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하면

구하는 점의 좌표는 $(-1, -2)$

19. 다음은 점 $P(a, b)$ 의 직선 $y = x$ 에 대해 대칭인 점 Q 의 좌표 (x, y) 를 구하는 과정이다.

에 알맞은 말을 차례대로 써 넣어라.

(1) $\overline{PQ}$ 의 중점 $\left(\frac{x+a}{2}, \frac{y+b}{2}\right)$ 은 직선 $y=x$ 위에 있으므로 $\frac{y+b}{2} = \frac{x+a}{2}$
 $\therefore x-y = b-a \cdots \textcircled{1}$

(2) 직선 PQ 는 직선 $y=x$ 에 수직이므로 $\frac{y-b}{x-a} = -1$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 를 연립하여 x, y 를 구하면 $x = \frac{a+b}{2}, y = \frac{a-b}{2}$ 이다.

- ▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

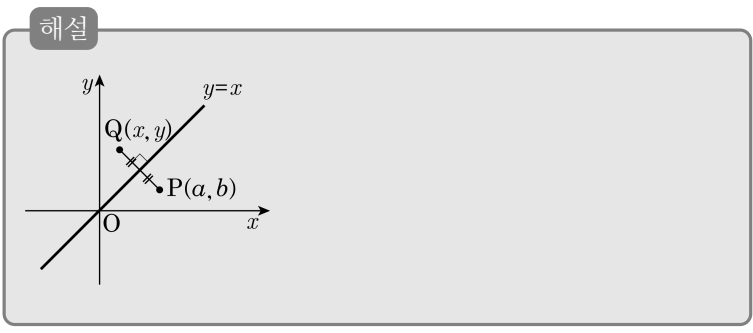
▶ 답 :

▶ 정답 : $y = x$

▶ 정답 : -1

▶ 정답 : b

▶ 정답 : a



20. 직선 l 을 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 다음 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하였더니 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 $(-1, 2)$ 에서의 접선과 일치하였다. 이때, 직선 l 의 방정식은?

- ① $y = \frac{1}{2}x - 8$
- ② $y = \frac{1}{2}x - 4$
- ③ $y = 2x + \frac{1}{2}$
- ④ $y = 2x - 4$
- ⑤ $y = 2x - 8$

해설

직선 l 의 방정식을 $y = ax + b$ ($a \neq 0$) 로 놓자.
이때, 이것을 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한
직선의 방정식은 $y = ax + b + 3$
다시 이것을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한
직선의 방정식은 $x = ay + b + 3$
즉, $x - ay - b - 3 = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$
한편, 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 $(-1, 2)$ 에서의
접선의 방정식은 $y = \frac{1}{2}(x + 1) + 2$
즉, $x - 2y + 5 = 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$ 과 $\textcircled{2}$ 이 일치하므로 계수를 비교하면
 $a = 2, -b - 3 = 5$
 $\therefore a = 2, b = -8$
따라서, 구하는 직선 l 의 방정식은 $y = 2x - 8$

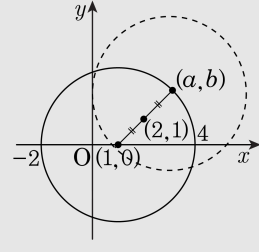
21. 원 $x^2 + y^2 - 2x - 8 = 0$ 을 점 $(2, 1)$ 에 대하여 대칭이동 한 원의 방정식은?

- ① $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 9$ ② $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 9$
 ③ $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 9$ ④ $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 9$
 ⑤ $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 9$

해설

$$x^2 + y^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x - 1)^2 + y^2 = 9$$



대칭이동한 원의 중심을 (a, b) 라 하면 $\frac{1+a}{2} = 2, \frac{0+b}{2} = 1$

$$\therefore a = 3, b = 2$$

$$\therefore (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 3^2$$

22. 직선 $y = x + 1$ 에 관해서 점 $A(-2, 3)$ 과 대칭인 점의 좌표를 (x, y) 라 할 때, $x + y$ 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = x + 1$ 에 $A(-2, 3)$ 에 대칭인 점은 A' 이므로 $\overline{AA'}$ 의 중점은 $y = x + 1$ 위의 점이다.

$$\frac{-2+a}{2} + 1 = \frac{3+b}{2} \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또 $\overline{AA'}$ 의 기울기와 $y = x + 1$ 의 기울기의 곱이 -1 이므로

$$\left(\frac{b-3}{a+2}\right) \times 1 = -1$$

$$\therefore b-3 = -a-2 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②에 의해 $a = 2, \quad b = -1$

$\therefore (2, -1)$

23. 다음 중 원 $x^2 + y^2 + 8x + 8y + 4 = 0$ 을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

- ① $x^2 + y^2 = \frac{1}{5}$
- ② $x^2 + y^2 = 3$
- ③ $x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 16$
- ④ $(x + 1)^2 + y^2 = 4$
- ⑤ $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = \frac{1}{3}$

해설

평행이동하여 겹쳐질 수 있으려면
반지름의 길이가 같아야 한다.
 $x^2 + y^2 + 8x + 8y + 16 = 0$ 에서 $(x + 4)^2 + (y + 4)^2 = 16$
따라서 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은
반지름의 길이가 4인 ③이다.

24. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 을 만족하는 x 의 범위가 $-2 < x < 1$ 일 때, 부등식 $cx^2 - ax + b < 0$ 을 만족하는 x 의 범위는?

- ① $-2 < x < 1$ ② $-1 < x < \frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{2} < x < 2$
④ $\frac{1}{2} < x < 1$ ⑤ $\frac{1}{2} < x < 2$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 이므로

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} < 0 (a < 0)$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(x-1) = x^2 + x - 2 < 0$$

$$\therefore \frac{b}{a} = 1, \frac{c}{a} = -2$$

$cx^2 - ax + b < 0$ 에서

양변을 a 로 나누면

$$\frac{c}{a}x^2 - x + \frac{b}{a} > 0 \Leftrightarrow -2x^2 - x + 1 > 0$$

$$2x^2 + x - 1 < 0, (2x-1)(x+1) < 0$$

$$\therefore -1 < x < \frac{1}{2}$$

25. x 에 대한 두 부등식 $x^2 + (a-1)x < a$, $6x^2 - x - 1 > 0$ 을 동시에 만족하는 정수가 꼭 두 개 존재할 때, 실수 a 의 값의 범위는?
- ① $-4 \leq a < -3$, $2 < a \leq 3$ ② $-3 \leq a < -2$, $3 < a \leq 4$
 ③ $-2 \leq a < -1$, $4 < a \leq 5$ ④ $-4 < a \leq -3$, $2 \leq a < 3$
 ⑤ $-3 < a \leq -2$, $3 \leq a < 4$

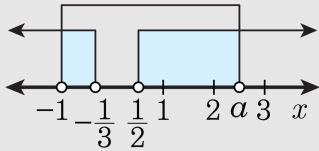
해설

$$6x^2 - x - 1 = (2x-1)(3x+1) > 0$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{1}{2} \text{ 또는 } x < -\frac{1}{3} \dots\dots\dots \textcircled{\text{A}}$$

$$x^2 + (1-a)x - a = (x+1)(x-a) < 0$$

$$(i) a > -1 \text{ 이면 } -1 < x < a \dots\dots\dots \textcircled{\text{B}}$$

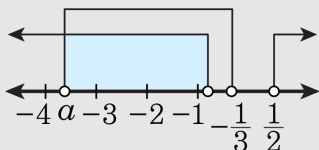


①과 ②의 공통 부분에 정수가 두 개만 존재하려면 (즉, 정수 1과 2)

$$2 < a \leq 3$$

$$(ii) a = -1 \text{ 이면 해가 없다.}$$

$$(iii) a < -1 \text{ 이면 } a < x < -1 \dots\dots\dots \textcircled{\text{C}}$$



①, ②의 공통 부분에 정수가 두 개만 존재하려면 (즉, 정수 -3과 -2)

$$\therefore -4 \leq a < -3$$

$$(i), (ii), (iii) \text{에서 } -4 \leq a < -3, 2 < a \leq 3$$

26. 이차방정식 $x^2 - 2ax + a + 2 = 0$ 의 두 근이 모두 1보다 클 때 실수 a 의 값의 범위는?

① $0 \leq a < 1$

② $1 \leq a < 2$

③ $2 \leq a < 3$

④ $3 \leq a < 4$

⑤ $4 \leq a < 5$

해설

$$f(x) = x^2 - 2ax + a + 2 = (x - a)^2 - a^2 + a + 2$$

i) $D/4 = a^2 - a - 2 \geq 0, \quad a \leq -1 \text{ or } a \geq 2$

ii) $f(1) = 1 - 2a + a + 2 > 0 \quad \therefore a < 3$

iii) 대칭축 $x = a > 1$

i), ii), iii)에서 $2 \leq a < 3$

27. y축 위의 한 점 P로부터 두 직선 $x-y+3=0$, $x-y-1=0$ 에 이르는 거리가 같을 때, 점 P의 좌표는?

① (1, -2)

② (-1, 2)

③ (0, 2)

④ (0, 1)

⑤ (0, -2)

해설

y축 위의 한 점을 P(0, y)라 하면 직선

$x-y+3=0$ 과 점 P사이의 거리는

$$d_1 = \frac{|-y+3|}{\sqrt{2}}$$

직선 $x-y-1=0$

과 점 P사이의 거리는

$$d_2 = \frac{|-y-1|}{\sqrt{2}}$$

$d_1 = d_2$ 이므로

$$\frac{|-y+3|}{\sqrt{2}} = \frac{|-y-1|}{\sqrt{2}}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$-8y = -8 \therefore y = 1$$

$$\therefore P(0, 1)$$

28. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 직선 $ax + by + c = 0$ 에 대하여 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, a, b, c 는 모두 양수이고 $b \geq a$)

보기

- ㉠ $c = b$ 이면 두 점에서 만난다.
- ㉡ $c = 2b$ 이면 만나지 않는다.
- ㉢ $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ 이면 한 점에서 만난다.

- ① ㉠
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

원의 중심이 $(0, 0)$ 이므로 원의 중심에서 직선 $ax + by + c = 0$ 에 이르는 거리를 d 라 하면

$$d = \frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

㉠ $d = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} < 1$ 그러므로 교점은 2개다.

즉, $n(A \cap B) = 2$

㉡ $d = \frac{2b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \geq \frac{2b}{\sqrt{2}b} > 1$ ($\because b \geq a$)

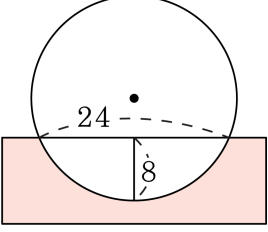
그러므로 교점은 없다.

㉢ $d = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 1$

그러므로 교점은 1 개다.

따라서 ㉠, ㉡, ㉢ 모두 참이다.

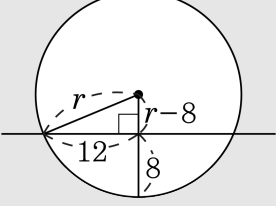
29. 구 모양의 공을 띄워 놓은 호수가 얼었다. 얼음을 깨지 않고 공을 들어내었더니 다음 그림과 같이 윗면의 지름이 24이고 깊이가 8인 홈이 생겼다고 할 때, 이 공의 반지름의 길이는?



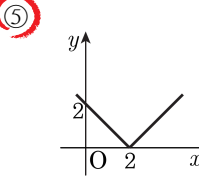
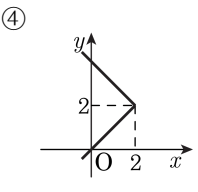
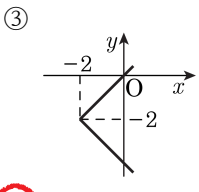
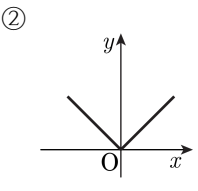
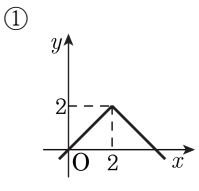
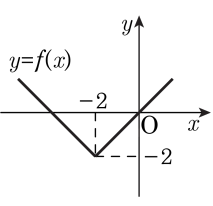
- ① $6\sqrt{3}$
- ② 13
- ③ $8\sqrt{3}$
- ④ 16
- ⑤ $12\sqrt{3}$

해설

다음 그림처럼 공의 반지름의 길이를 r 라 하면
피타고라스의 정리에 의하여
 $r^2 = 12^2 + (r - 8)^2$
 $r^2 = 144 + r^2 - 16r + 64$
 $\therefore r = 13$



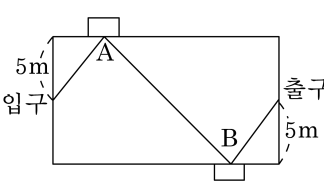
30. 다음 그림은 함수의 그래프이다. 다음 중 $y = f(-x) + 2$ 의 그래프를 나타낸 것은?



해설

$y = f(-x) + 2$ 의 그래프는 주어진 그래프를 y 축에 대칭시킨 후 y 축으로 2만큼 평행 이동 한 것이다.

31. 다음 그림과 같은 전시장에서 관광객이 전시물을 보기 위한 이동 거리를 최소로 하려한다. 전시물 A, B가 있을 때, 전시물 A의 위치는 왼쪽에서 몇 m 떨어져 있어야 하는지 구하여라.(단, 이 전시장은 가로 20m, 세로 10m인 직사각형 모양이다.)

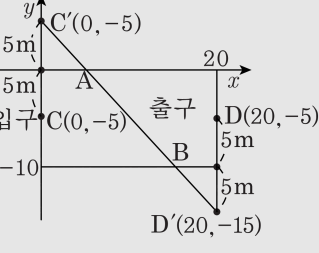


▶ 답 : m

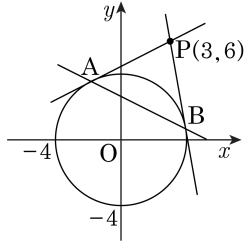
▷ 정답 : 5m

해설

전시장의 입구를 점 $C(0, -5)$, 출구를 점 $D(20, -5)$ 라 하자. 점 $C(0, -5)$ 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점은 $C'(0, 5)$ 점 $D(20, -5)$ 를 직선 $y = -10$ 에 대해 대칭이동한 점은 $D'(20, -15)$ 이다. 이 때, 직선 $C'D'$ 의 방정식은 $y = -x + 5$ 이다. 점 A의 좌표는 직선 $C'D'$ 이 x 축과 만나는 점이므로 $(5, 0)$ 이다. 따라서, 왼쪽에서 5m 떨어진 곳에 전시물 A가 위치해야 한다.



32. 다음 그림과 같이 원 $x^2 + y^2 = 16$ 의 외부에 있는 점 P(3, 6) 에서 원에 그은 두 접선의 접점을 A, B 라 할 때, 직선 AB 의 방정식은?



- ① $3x + 6y - 16 = 0$
 ② $3x - 6y + 16 = 0$
- ③ $3x + 6y - 14 = 0$
 ④ $3x - 6y + 14 = 0$
- ⑤ $x + 2y - 5 = 0$

해설

다음 그림에서 $\overline{PO} = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ 이고, $\triangle PAO$ 가 직각삼각형 이므로,

$$\overline{PA} = \sqrt{\overline{OP}^2 - \overline{OA}^2} = \sqrt{(3\sqrt{5})^2 - 4^2} = \sqrt{29}$$

이 때, 점 P를 중심으로 하고,
 선분 PA 를 반지름으로 하는 원의
 방정식은

$(x - 3)^2 + (y - 6)^2 = 29$ 이므로,
 선분 AB 는 원 $x^2 + y^2 = 16$ 과
 새로운 원 $(x - 3)^2 + (y - 6)^2 = 29$ 의 공통현이다.

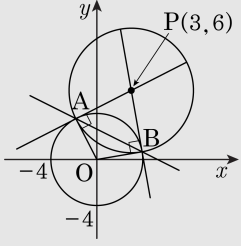
따라서 직선 AB 의 방정식은

$$(x^2 + y^2 - 16) - \{(x - 3)^2 + (y - 6)^2 - 29\} = 0$$

$$x^2 + y^2 - 16 - x^2 + 6x - 9 - y^2 + 12y - 36 + 29 = 0$$

$$6x + 12y - 32 = 0$$

$$\therefore 3x + 6y - 16 = 0$$



33. 정점 A(3, 2) 과 직선 $y = x + 1$ 위를 움직이는 동점 P, x 축 위를 움직이는 동점 Q에 대하여 $AP + PQ + QA$ 가 최소가 되는 거리는?

- ① $\sqrt{10}$ ② $2\sqrt{10}$ ③ $3\sqrt{10}$ ④ $4\sqrt{10}$ ⑤ $5\sqrt{10}$

해설

점 (x, y) 를 직선 $y = x + k$ 에 대하여
대칭이동하면 $(y - k, x + k)$
점 A의 $y = x + 1$ 에 대한 대칭점을 A' ,
점 A의 x 축에 대한 대칭점을 A'' 이라 하면
 $A'(1, 4), A''(3, -2)$
 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QA} =$
 $\overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QA''} \geq \overline{A'A''}$ 이므로
한편, $\overline{A'A''} = \sqrt{(3-1)^2 + (-2-4)^2} = 2\sqrt{10}$
따라서, 최솟값은 $2\sqrt{10}$