

1. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, $a > 0$)

- ① 모든 수의 제곱근은 항상 2 개이다.
- ② a^2 의 제곱근은 a 이다.
- ③ $\sqrt{a}$ 는 제곱근 a 와 같다.
- ④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.
- ⑤ 모든 자연수의 제곱근은 항상 2 개이다.

해설

- ① 0 의 제곱근은 한 개이고 음수의 제곱근은 없다.
- ② a^2 의 제곱근은 $\pm a$
- ④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\pm \sqrt{a}$

2. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{36}$

㉡ 25

㉢ $\sqrt{(-3)^2}$

㉣ 1.6

㉤ $\frac{49}{9}$

㉥ $\frac{81}{6}$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉣

③ ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉤

⑤ ㉡, ㉣, ㉥

해설

㉠ $\sqrt{36} = 6$ 이므로 6 의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.

㉢ $\sqrt{(-3)^2} = 3$ 이므로 3 의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$ 이다.

㉣ (1.6 의 제곱근) $= \pm\sqrt{1.6}$ (1.6 은 제곱수가 아니다.)

㉥ $\left(\frac{81}{6}\right)$ 의 제곱근 $= \pm\frac{9}{\sqrt{6}}$

3. 다음 중 가장 큰 수는?

① $\sqrt{2^2}$ 의 음의 제곱근

② $\sqrt{(-3)^2}$

③ $-(\sqrt{5})^2$

④ $-(-\sqrt{6})^2$

⑤ $-\sqrt{49}$

해설

① $\sqrt{2^2} = 2$ 이므로 $\sqrt{2^2}$ 의 음의 제곱근 $= -\sqrt{2}$

② $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$

③ -5

④ -6

⑤ $-\sqrt{49} = -7$

4. $\sqrt{43-a}=4$ 를 만족하는 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=27$

해설

$$\sqrt{43-a}=\sqrt{16}, 43-a=16, a=27$$

5. $\sqrt{\frac{180}{a}}$ 가 자연수가 되게 하는 정수 a 는 모두 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$\sqrt{\frac{180}{a}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3^2 \times 5}{a}}$$

$a = 5, 5 \times 2^2, 5 \times 3^2, 5 \times 2^2 \times 3^2$ 이므로 4 개이다.

6. 자연수 x 에 대하여
 $\sqrt{x}$ 미만의 자연수의 개수를 $f(x)$ 라 할 때,
 $f(220) - f(144)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\sqrt{196}(=14) < \sqrt{220} < \sqrt{225}(=15)$ 이므로
 $f(220) = (\sqrt{220} \text{ 미만의 자연수의 개수}) = 14$
 $\sqrt{144} = \sqrt{(12)^2} = 12$ 이므로
 $f(144) = (\sqrt{144} \text{ 미만의 자연수의 개수}) = 11$
 $\therefore f(220) - f(144) = 14 - 11 = 3$

7. 다음 식을 만족하는 x 의 값 중에서 유리수가 아닌 것을 고르면?

① $\frac{\sqrt{x}}{3} = \frac{1}{6}$

② $\sqrt{2x} = 4$

③ $\frac{x^2}{6} = \frac{1}{3}$

④ $2x + 1 = 1$

⑤ $2x - 1 = 0.\dot{7}$

해설

③ $\frac{x^2}{6} = \frac{1}{3}$ 이면 $x^2 = 2$

$\therefore x = \pm\sqrt{2}$ 이다.

8. $\sqrt{2}$ 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 무리수이다.
- ㉡ 2의 양의 제곱근이다.
- ㉢ 소수로 나타내면 순환하는 무한소수이다.
- ㉣ 기약분수로 나타낼 수 없다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉢ 순환하는 무한소수는 유리수이다.
무리수를 소수로 나타내면 순환하지 않는 무한소수로 나타내어진다.

9. 다음 중 두 실수의 대소 관계로 옳은 것은?

보기

㉠ $3 < \sqrt{3} + 1$

㉡ $\sqrt{3} + 1 < \sqrt{2} + 1$

㉢ $\sqrt{15} + 1 < 4$

㉣ $4 - \sqrt{7} < \sqrt{17} - \sqrt{7}$

㉤ $\sqrt{11} - \sqrt{7} > -\sqrt{7}$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉢

④ ㉢, ㉤

⑤ ㉣, ㉤

해설

㉠ $3 - (\sqrt{3} + 1) = 2 - \sqrt{3} = \sqrt{4} - \sqrt{3} > 0$

$\therefore 3 > \sqrt{3} + 1$

㉡ $\sqrt{3} + 1 - (\sqrt{2} + 1) = \sqrt{3} - \sqrt{2} > 0$

$\therefore \sqrt{3} + 1 > \sqrt{2} + 1$

㉢ $\sqrt{15} + 1 - 4 = \sqrt{15} - 3 = \sqrt{15} - \sqrt{9} > 0$

$\therefore \sqrt{15} + 1 > 4$

㉣ $4 - \sqrt{7} - (\sqrt{17} - \sqrt{7}) = 4 - \sqrt{17}$
 $= \sqrt{16} - \sqrt{17} < 0$

$\therefore 4 - \sqrt{7} < \sqrt{17} - \sqrt{7}$

㉤ $\sqrt{11} - \sqrt{7} - (-\sqrt{7}) = \sqrt{11} > 0$

$\therefore \sqrt{11} - \sqrt{7} > -\sqrt{7}$

따라서 옳은 것은 ㉣, ㉤이다.

10. $\sqrt{99}\sqrt{715} = A\sqrt{65}$, $6\sqrt{5} = \sqrt{B}$ 일 때, $B - A$ 의 값을 구하면?

- ① 144 ② 145 ③ 146 ④ 147 ⑤ 148

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{99}\sqrt{715} &= \sqrt{3^2 \times 11} \sqrt{5 \times 11 \times 13} \\ &= \sqrt{3^2 \times 5 \times 11^2 \times 13} = 33\sqrt{65}\end{aligned}$$

$$\therefore A = 33$$

$$6\sqrt{5} = \sqrt{6^2 \times 5} = \sqrt{180}$$

$$\therefore B = 180$$

$$\therefore B - A = 180 - 33 = 147$$

11. $\sqrt{5} \times 3\sqrt{a} = 15$, $\sqrt{3} \times \sqrt{b} = 6$, $\sqrt{2.43} = c\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a, b, c 의 곱 abc 의 값은?

① 60

② 54

③ $\frac{54}{5}$

④ $3\sqrt{6}$

⑤ 1

해설

$$3\sqrt{a} = \frac{15}{\sqrt{5}}, \sqrt{a} = \frac{15}{3\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\therefore a = 5$$

$$\sqrt{b} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$$

$$\therefore b = 12$$

$$\sqrt{\frac{243}{100}} = \frac{9\sqrt{3}}{10} = c\sqrt{3}$$

$$\therefore c = \frac{9}{10}$$

$$\therefore abc = 5 \times 12 \times \frac{9}{10} = 54$$

12. $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt{3}$ 일 때, $\frac{3\sqrt{18}}{\sqrt{3}} + \sqrt{24}$ 를 a , b 로 나타내면?

① $6ab$

② $5ab$

③ $2a + 2b$

④ $3a + 2b$

⑤ $3a + 3b$

해설

$$\frac{3\sqrt{18}}{\sqrt{3}} + \sqrt{24} = 3\sqrt{6} + 2\sqrt{6} = 5\sqrt{6}$$

$$a = \sqrt{2}, b = \sqrt{3} \text{ 에서 } ab = \sqrt{6} \text{ 이므로}$$

$$\therefore 5\sqrt{6} = 5ab$$

13. $\frac{k}{\sqrt{3}}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \frac{\sqrt{8} - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 6 ② 4 ③ -4 ④ -6 ⑤ -10

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + \frac{\sqrt{16} - 2\sqrt{6} + 6\sqrt{6}}{2} \\&= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + 2 + 2\sqrt{6} \\&= -\frac{k}{3}\sqrt{6} + 2\sqrt{6} + k + 2 \\&= \left(-\frac{k}{3} + 2\right)\sqrt{6} + k + 2\end{aligned}$$

값이 유리수가 되려면

$$-\frac{k}{3} + 2 = 0$$

$$\therefore k = 6$$

14. 부등식 $3 \leq (\sqrt{2} + 1)x \leq 7$ 을 만족하는 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$3 \leq (\sqrt{2} + 1)x \leq 7$ 에서 $\sqrt{2} + 1 > 0$ 이므로

$$\frac{3}{\sqrt{2} + 1} \leq x \leq \frac{7}{\sqrt{2} + 1} \quad \therefore 3\sqrt{2} - 3 \leq x \leq 7\sqrt{2} - 7$$

$$4 < 3\sqrt{2} = \sqrt{18} < 5 \quad \text{에서} \quad 1 < 3\sqrt{2} - 3 < 2$$

$$9 < 7\sqrt{2} = \sqrt{98} < 10 \quad \text{에서} \quad 2 < 7\sqrt{2} - 7 < 3$$

1. $\times \times \times \leq x \leq 2. \times \times \times$ 이므로

따라서 자연수 $x = 2$ 이다.

15. a 가 두 자리 자연수일 때, $\frac{\sqrt{a}+8}{\sqrt{a}-2}$ 의 정수부분이 3이 되도록 하는 a 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 21 개

해설

$3 \leq \frac{\sqrt{a}+8}{\sqrt{a}-2} < 4$ 에서 양변에 $\sqrt{a}-2$ ($\because \sqrt{a}-2 > 0$)를 곱하면

$$3(\sqrt{a}-2) \leq \sqrt{a}+8 < 4(\sqrt{a}-2)$$

$$3\sqrt{a}-6 \leq \sqrt{a}+8 \text{ 에서 } \sqrt{a} \leq 7 \text{ 이므로 } a \leq 49$$

$$\sqrt{a}+8 < 4\sqrt{a}-8 \text{ 에서 } -3\sqrt{a} < -16, \sqrt{a} > \frac{16}{3} \text{ 이므로 } a > \frac{256}{9}$$

즉, $\frac{256}{9} < a \leq 49$ 에서 a 는 두 자리 자연수 이므로 $29, 30, \dots, 49$ 이다.

따라서 a 의 개수는 21개이다.