

1. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?(단,  $a > 0$ )

① 모든 수의 제곱근은 항상 2 개이다.

②  $a^2$  의 제곱근은  $a$  이다.

③  $\sqrt{a}$  는 제곱근  $a$  와 같다.

④  $\sqrt{a^2}$  의 제곱근은  $\sqrt{a}$  이다.

⑤ 모든 자연수의 제곱근은 항상 2 개이다.

### 해설

① 0 의 제곱근은 한 개이고 음수의 제곱근은 없다.

②  $a^2$  의 제곱근은  $\pm a$

④  $\sqrt{a^2}$  의 제곱근은  $\pm \sqrt{a}$

2. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠  $\sqrt{36}$

㉡ 25

㉢  $\sqrt{(-3)^2}$

㉤ 1.6

㉥  $\frac{49}{9}$

㉦  $\frac{81}{6}$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉤

③ ㉢, ㉥

④ ㉠, ㉢, ㉥

⑤ ㉡, ㉤, ㉦

해설

㉠  $\sqrt{36} = 6$  이므로 6 의 제곱근은  $\pm\sqrt{6}$  이다.

㉢  $\sqrt{(-3)^2} = 3$  이므로 3 의 제곱근은  $\pm\sqrt{3}$  이다.

㉤ (1.6 의 제곱근) =  $\pm\sqrt{1.6}$  (1.6 은 제곱수가 아니다.)

㉦  $\left(\frac{81}{6}\right)$  의 제곱근 =  $\pm\frac{9}{\sqrt{6}}$

3. 다음 중 가장 큰 수는?

①  $\sqrt{2^2}$ 의 음의 제곱근

②  $\sqrt{(-3)^2}$

③  $-(\sqrt{5})^2$

④  $-(-\sqrt{6})^2$

⑤  $-\sqrt{49}$

해설

①  $\sqrt{2^2} = 2$  이므로  $\sqrt{2^2}$ 의 음의 제곱근 =  $-\sqrt{2}$

②  $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$

③  $-5$

④  $-6$

⑤  $-\sqrt{49} = -7$

4.  $\sqrt{43 - a} = 4$  를 만족하는  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 27$

해설

$$\sqrt{43 - a} = \sqrt{16}, 43 - a = 16, a = 27$$

5.  $\sqrt{\frac{180}{a}}$  가 자연수가 되게 하는 정수  $a$  는 모두 몇 개인가?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$$\sqrt{\frac{180}{a}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3^2 \times 5}{a}}$$

$a = 5, 5 \times 2^2, 5 \times 3^2, 5 \times 2^2 \times 3^2$  이므로 4 개이다.

6. 자연수  $x$ 에 대하여  
 $\sqrt{x}$  미만의 자연수의 개수를  $f(x)$ 라 할 때,  
 $f(220) - f(144)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{196}(=14) < \sqrt{220} < \sqrt{225}(=15) \text{ 이므로} \\ f(220) &= (\sqrt{220} \text{ 미만의 자연수의 개수}) = 14 \\ \sqrt{144} &= \sqrt{(12)^2} = 12 \text{ 이므로} \\ f(144) &= (\sqrt{144} \text{ 미만의 자연수의 개수}) = 11 \\ \therefore f(220) - f(144) &= 14 - 11 = 3 \end{aligned}$$

7. 다음 식을 만족하는  $x$ 의 값 중에서 유리수가 아닌 것을 고르면?

①  $\frac{\sqrt{x}}{3} = \frac{1}{6}$

②  $\sqrt{2x} = 4$

③  $\frac{x^2}{6} = \frac{1}{3}$

④  $2x + 1 = 1$

⑤  $2x - 1 = 0.\dot{7}$

해설

③  $\frac{x^2}{6} = \frac{1}{3}$  이면  $x^2 = 2$

$\therefore x = \pm\sqrt{2}$  이다.

8.  $\sqrt{2}$  에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 무리수이다.
- ㉡ 2의 양의 제곱근이다.
- ㉢ 소수로 나타내면 순환하는 무한소수이다.
- ㉣ 기약분수로 나타낼 수 없다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉢ 순환하는 무한소수는 유리수이다.  
무리수를 소수로 나타내면 순환하지 않는 무한소수로 나타내어진다.

9. 다음 중 두 실수의 대소 관계로 옳은 것은?

보기

㉠  $3 < \sqrt{3} + 1$

㉡  $\sqrt{3} + 1 < \sqrt{2} + 1$

㉢  $\sqrt{15} + 1 < 4$

㉣  $4 - \sqrt{7} < \sqrt{17} - \sqrt{7}$

㉤  $\sqrt{11} - \sqrt{7} > -\sqrt{7}$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉢

④ ㉢, ㉤

⑤ ㉣, ㉤

해설

㉠  $3 - (\sqrt{3} + 1) = 2 - \sqrt{3} = \sqrt{4} - \sqrt{3} > 0$

$\therefore 3 > \sqrt{3} + 1$

㉡  $\sqrt{3} + 1 - (\sqrt{2} + 1) = \sqrt{3} - \sqrt{2} > 0$

$\therefore \sqrt{3} + 1 > \sqrt{2} + 1$

㉢  $\sqrt{15} + 1 - 4 = \sqrt{15} - 3 = \sqrt{15} - \sqrt{9} > 0$

$\therefore \sqrt{15} + 1 > 4$

㉣  $4 - \sqrt{7} - (\sqrt{17} - \sqrt{7}) = 4 - \sqrt{17}$   
 $= \sqrt{16} - \sqrt{17} < 0$

$\therefore 4 - \sqrt{7} < \sqrt{17} - \sqrt{7}$

㉤  $\sqrt{11} - \sqrt{7} - (-\sqrt{7}) = \sqrt{11} > 0$

$\therefore \sqrt{11} - \sqrt{7} > -\sqrt{7}$

따라서 옳은 것은 ㉣, ㉤이다.

10.  $\sqrt{99} \sqrt{715} = A \sqrt{65}$ ,  $6 \sqrt{5} = \sqrt{B}$  일 때,  $B - A$  의 값을 구하면?

① 144

② 145

③ 146

④ 147

⑤ 148

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{99} \sqrt{715} &= \sqrt{3^2 \times 11} \sqrt{5 \times 11 \times 13} \\ &= \sqrt{3^2 \times 5 \times 11^2 \times 13} = 33 \sqrt{65}\end{aligned}$$

$$\therefore A = 33$$

$$6 \sqrt{5} = \sqrt{6^2 \times 5} = \sqrt{180}$$

$$\therefore B = 180$$

$$\therefore B - A = 180 - 33 = 147$$

11.  $\sqrt{5} \times 3\sqrt{a} = 15$ ,  $\sqrt{3} \times \sqrt{b} = 6$ ,  $\sqrt{2.43} = c\sqrt{3}$  일 때, 유리수  $a, b, c$  의 곱  $abc$  의 값은?

① 60

② 54

③  $\frac{54}{5}$

④  $3\sqrt{6}$

⑤ 1

해설

$$3\sqrt{a} = \frac{15}{\sqrt{5}}, \sqrt{a} = \frac{15}{3\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\therefore a = 5$$

$$\sqrt{b} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$$

$$\therefore b = 12$$

$$\sqrt{\frac{243}{100}} = \frac{9\sqrt{3}}{10} = c\sqrt{3}$$

$$\therefore c = \frac{9}{10}$$

$$\therefore abc = 5 \times 12 \times \frac{9}{10} = 54$$

12.  $a = \sqrt{2}$ ,  $b = \sqrt{3}$  일 때,  $\frac{3\sqrt{18}}{\sqrt{3}} + \sqrt{24}$  를  $a$ ,  $b$  로 나타내면?

①  $6ab$

②  $5ab$

③  $2a + 2b$

④  $3a + 2b$

⑤  $3a + 3b$

해설

$$\frac{3\sqrt{18}}{\sqrt{3}} + \sqrt{24} = 3\sqrt{6} + 2\sqrt{6} = 5\sqrt{6}$$

$a = \sqrt{2}$ ,  $b = \sqrt{3}$  에서  $ab = \sqrt{6}$  이므로

$\therefore 5\sqrt{6} = 5ab$

13.  $\frac{k}{\sqrt{3}}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \frac{\sqrt{8} - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$  의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수  $k$  의 값은?

① 6

② 4

③ -4

④ -6

⑤ -10

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + \frac{\sqrt{16} - 2\sqrt{6} + 6\sqrt{6}}{2} \\ &= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + 2 + 2\sqrt{6} \\ &= -\frac{k}{3}\sqrt{6} + 2\sqrt{6} + k + 2 \\ &= \left(-\frac{k}{3} + 2\right)\sqrt{6} + k + 2\end{aligned}$$

값이 유리수가 되려면

$$-\frac{k}{3} + 2 = 0$$

$$\therefore k = 6$$

14. 부등식  $3 \leq (\sqrt{2} + 1)x \leq 7$  을 만족하는 자연수  $x$  를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$3 \leq (\sqrt{2} + 1)x \leq 7$  에서  $\sqrt{2} + 1 > 0$  이므로

$$\frac{3}{\sqrt{2} + 1} \leq x \leq \frac{7}{\sqrt{2} + 1} \therefore 3\sqrt{2} - 3 \leq x \leq 7\sqrt{2} - 7$$

$4 < 3\sqrt{2} = \sqrt{18} < 5$  에서  $1 < 3\sqrt{2} - 3 < 2$

$9 < 7\sqrt{2} = \sqrt{98} < 10$  에서  $2 < 7\sqrt{2} - 7 < 3$

$1. \times \times \times \leq x \leq 2. \times \times \times$  이므로

따라서 자연수  $x = 2$  이다.

15.  $a$  가 두 자리 자연수일 때,  $\frac{\sqrt{a}+8}{\sqrt{a}-2}$  의 정수부분이 3 이 되도록 하는  $a$  의 개수를 구하여라.

▶ 답:            개

▶ 정답: 21 개

해설

$$3 \leq \frac{\sqrt{a}+8}{\sqrt{a}-2} < 4 \text{ 에서 양변에 } \sqrt{a}-2 (\because \sqrt{a}-2 > 0) \text{ 를 곱하면}$$

$$3(\sqrt{a}-2) \leq \sqrt{a}+8 < 4(\sqrt{a}-2)$$

$$3\sqrt{a}-6 \leq \sqrt{a}+8 \text{ 에서 } \sqrt{a} \leq 7 \text{ 이므로 } a \leq 49$$

$$\sqrt{a}+8 < 4\sqrt{a}-8 \text{ 에서 } -3\sqrt{a} < -16, \sqrt{a} > \frac{16}{3} \text{ 이므로 } a > \frac{256}{9}$$

즉,  $\frac{256}{9} < a \leq 49$  에서  $a$  는 두 자리 자연수 이므로 29, 30,  $\dots$ , 49

이다.

따라서  $a$  의 개수는 21 개이다.