1. $x,\ y > 0$이고 $3\sqrt{2x} \times \sqrt{3x} \times \sqrt{6} = 126,\ 2\sqrt{7} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{y} = 84$ 일 때, 상수 $\frac{1}{x} \times y$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$3\sqrt{2x} \times \sqrt{3x} \times \sqrt{6} = \sqrt{9 \times 2x \times 3x \times 6}$$
$$= \sqrt{18 \times 18 \times x^2}$$
$$= 18x$$
$$18x = 126$$
$$\therefore x = 7$$
$$2\sqrt{7} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{y} = \sqrt{2^2 \times 7 \times 2 \times 3 \times 3 \times y}$$
$$= \sqrt{6^2 \times 14 \times y}$$
$$= 6\sqrt{14y}$$
$$6\sqrt{14y} = 84$$
$$\sqrt{14y} = 14,\ y = 14$$
$$\therefore \frac{1}{x} \times y = \frac{1}{7} \times 14 = 2$$

2. $\sqrt{57+x} = 4\sqrt{5}$ 일 때, 양수 x 값은?

① 32 ② 23 ③ 11 ④ 9 ⑤ 3

해설

$4\sqrt{5} = \sqrt{80}$
$\sqrt{80} = \sqrt{57+x}$ 이므로 $x = 23$ 이다.

3. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}} = \sqrt{5}$

② $-\sqrt{22} \div \sqrt{2} = -\sqrt{11}$

③ $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{14}} = \sqrt{7}$

④ $\sqrt{\frac{11}{3}} \div \sqrt{\frac{11}{12}} = \sqrt{4} = 2$

⑤ $\sqrt{168} \div \sqrt{6} = \sqrt{27}$

해설

⑤ $\sqrt{168} \div \sqrt{6} = \sqrt{28}$

4. 다음 네 개의 수를 큰 순서부터 나열한 것은?

㉠ $\sqrt{1.25}$	㉡ $\frac{\sqrt{5}}{3}$
㉢ $\sqrt{\frac{5}{25}}$	㉣ $\sqrt{\frac{5}{49}}$

① ㉠>㉡>㉢>㉣ ② ㉠>㉢>㉡>㉣ ③ ㉠>㉣>㉡>㉢
④ ㉢>㉣>㉠>㉡ ⑤ ㉡>㉠>㉣>㉢

해설

㉠ $\sqrt{1.25}=\sqrt{\frac{125}{100}}=\sqrt{\frac{5}{4}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

㉡ $\frac{\sqrt{5}}{3}$

㉢ $\sqrt{\frac{5}{25}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

㉣ $\sqrt{\frac{5}{49}}=\frac{\sqrt{5}}{7}$

∴ ㉠>㉡>㉢>㉣

5. $\sqrt{3}=a$, $\sqrt{30}=b$ 일 때, $\sqrt{300}$ 의 값을 x , $\sqrt{0.3}$ 의 값을 y 라고 한다. x 와 y 를 a, b 를 이용하여 나타내면?

① $x=100a$, $y=10b$
② $x=10a$, $y=\dfrac{b}{10}$
③ $x=100b$, $y=\dfrac{a}{100}$
④ $x=10a$, $y=\dfrac{b}{100}$
⑤ $x=10ab$, $y=\dfrac{10}{b}$

해설

$\sqrt{300}=\sqrt{3\times100}=10\sqrt{3}=10a$
$\therefore x=10a$
$\sqrt{0.3}=\sqrt{\dfrac{30}{100}}=\dfrac{\sqrt{30}}{10}=\dfrac{b}{10}$
$\therefore y=\dfrac{b}{10}$

6. $ab = 2$ 일 때, $a\sqrt{\dfrac{8b}{a}} + b\sqrt{\dfrac{32a}{b}}$ 의 값은? (단, $a > 0,\ b > 0$)

① 2 ② 4 ③ 5 ④ 12 ⑤ 24

해설

$$a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}}$$

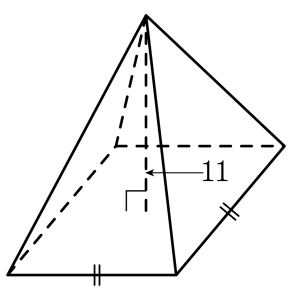
$$= a\frac{\sqrt{8b} \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} + b\frac{\sqrt{32a} \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}}$$

$$= \sqrt{8ab} + \sqrt{32ab}$$

$ab = 2$를 대입하면

$$\sqrt{8ab} + \sqrt{32ab} = \sqrt{16} + \sqrt{64} = 4 + 8 = 12$$

7. 다음 그림에서 각뿔의 부피가 $330\,\mathrm{cm}^3$ 일 때, 밑면의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $3\sqrt{10}$ cm

해설

밑면의 한 변의 길이 : $x\,\mathrm{cm}$

$\frac{1}{3} \times x^2 \times 11 = 330,\ x^2 = 90$

$\therefore\ x = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}\,(\mathrm{cm})$

8. $f(x)=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$이고, $S(x)=f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(x)$이라고 한다. 100 이하의 자연수 n에 대하여 $S(n)$의 값이 자연수가 되는 n을 모두 고르면?

① 8 ② 15 ③ 35 ④ 50 ⑤ 99

해설

$$S(n) = \left(\sqrt{2}-1\right)+\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)+\left(\sqrt{4}-\sqrt{3}\right)+\cdots+\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)=\sqrt{n+1}-1$$

① $n=8$일 때, $S(n)=3-1=2$
② $n=15$일 때, $S(n)=4-1=3$
③ $n=35$일 때, $S(n)=6-1=5$
④ $n=50$일 때, $S(n)=\sqrt{51}-1$
⑤ $n=99$일 때, $S(n)=10-1=9$
따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

9. 다음 식을 만족하는 유리수 k의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{\sqrt{8}}+\frac{6}{\sqrt{18}}-\sqrt{32}=k\sqrt{2}$$

▶ 답:

▷ 정답: $k=-\frac{11}{4}$

해설

$$\frac{\sqrt{2}}{4}+\sqrt{2}-4\sqrt{2}=\frac{5\sqrt{2}-16\sqrt{2}}{4}$$

$$=-\frac{11\sqrt{2}}{4}$$

$-\frac{11\sqrt{2}}{4}=k\sqrt{2}$ 이므로

$k=-\frac{11}{4}$ 이다.

10. 함수 $f(x)$는 각 항의 계수가 유리수인 이차함수이다. 이러한 함수 $f(x)$에 대하여 다음의 식이 성립할 때, 함수 $f(x)$의 상수항을 구하여라.

$$\begin{cases} f(\sqrt{2}) = 7 + \sqrt{2} \\ f(\sqrt{3}) = 2 + \sqrt{3} \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$f(x)$는 이차함수이므로 $f(x) = ax^2 + bx + c$로 놓으면
$f(\sqrt{2}) = 2a + b\sqrt{2} + c = 7 + \sqrt{2} \cdots ①$
$f(\sqrt{3}) = 3a + b\sqrt{3} + c = 2 + \sqrt{3} \cdots ②$
①에 의하여 $2a + c = 7$
②에 의하여 $3a + c = 2$
연립방정식을 풀면 $\therefore\ a = -5,\ c = 17$

11. $f(a)=\sqrt{a+1}+\sqrt{a}$ 일 때, $\frac{1}{f(4)}+\frac{1}{f(5)}+\cdots+\frac{1}{f(9)}$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{2}$ ② -2 ③ $\sqrt{10}-2$
④ $\sqrt{10}-\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{10}+\sqrt{5}-2$

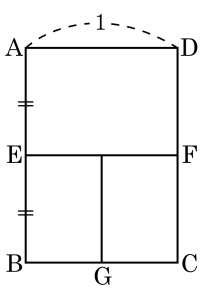
해설

$f(a)=\sqrt{a+1}+\sqrt{a}$ 에서

$\frac{1}{f(a)}=\frac{1}{\sqrt{a+1}+\sqrt{a}}=\sqrt{a+1}-\sqrt{a}$

따라서, $\frac{1}{f(4)}+\frac{1}{f(5)}+\cdots+\frac{1}{f(9)}=\sqrt{5}-2+\sqrt{6}-\sqrt{5}+\cdots+\sqrt{10}-\sqrt{9}=\sqrt{10}-2$

12. 복사 용지로 많이 사용되고 있는 A4 용지는 A3 용지를 반으로 잘라서 만든 것이고, A5 용지는 A4 용지를 반으로 잘라서 만든 것이다. 따라서, A3 용지와 A4 용지, A5 용지는 서로 닮음이다. 다음 그림에서 □ABCD 가 A3 용지라 하고, A3 용지의 가로의 길이를 1 이라고 할 때, A3 용지의 가로, 세로의 길이와 A5 용지의 가로, 세로의 길이의 합은?



① $\frac{(1+\sqrt{2})}{2}$ ② $\frac{(2+\sqrt{2})}{2}$ ③ $\frac{3(1+\sqrt{2})}{2}$

④ $\frac{3(1-\sqrt{2})}{2}$ ⑤ 2

해설

□ABCD 와 □DAEF 는 서로 닮음인 도형이므로

$\overline{AB}=x$, $\overline{DF}=\frac{1}{2}x$ 라 하면

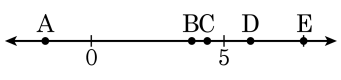
$1:x=\frac{1}{2}x:1$, $\frac{1}{2}x^2=1$, $x^2=2$

$\Rightarrow\ x=\sqrt{2}\ (\because\ x>0)$

∴ (A3 , A5 용지의 가로, 세로의 길이의 합)

$=(1+\sqrt{2})+\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{3(1+\sqrt{2})}{2}$

13. 다음 중 세 수 p, q, r 를 수직선에 나타내려고 한다. 바르게 연결된 것은?



$$p = \sqrt{3} + \sqrt{5}\ ,\ q = \sqrt{3} - 2\ ,\ r = \sqrt{5} + 2$$

① A = p, B = q, C = r
② A = q, B = p, C = r
③ A = q, B = p, D = r
④ B = p, C = q, D = r
⑤ B = r, C = p, D = q

해설

i) p, q, r 의 대소 관계를 먼저 구한다.
(1) $p - q = \sqrt{3} + \sqrt{5} - (\sqrt{3} - 2) = \sqrt{5} + 2 > 0 \therefore p > q$
(2) $q - r = \sqrt{3} - 2 - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - \sqrt{5} - 4 < 0 \therefore r > q$
(3) $p - r = \sqrt{3} + \sqrt{5} - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - 2 < 0 \therefore r > p$
$\therefore r > p > q$
ii) $q = \sqrt{3} - 2 < 0$ 이므로 수직선 0 보다 왼쪽의 점인 A 에 위치한다.
$r = \sqrt{5} + 2$ 에서 $\sqrt{5}$ 의 범위는 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $4 < r < 5$ 이다.
따라서 r 은 C , p 는 B 에 위치한다.

14. 다음 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{55}$ 의 값을 구하면?

수	0	1	2	3	4	5
2.0	1.41	1.41	1.42	1.42	1.42	1.43
2.1	1.44	1.45	1.45	1.45	1.46	1.46
2.2	1.48	1.48	1.49	1.49	1.49	1.50
2.3	1.51	1.52	1.52	1.52	1.53	1.53
2.4	1.54	1.55	1.55	1.55	1.56	1.56

① 5.93 ② 7.56 ③ 7.50 ④ 7.40 ⑤ 6.19

해설

$\sqrt{55} = \sqrt{2.2 \times 25} = 5\sqrt{2.2} = 5 \times 1.48 = 7.40$

15. 양수 x 의 소수 부분을 y 라 할 때, $x^2 + y^2 = 48$ 이다. xy 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $xy = 6$

해설

y 는 소수이므로 $y^2 < 1$,
$6^2 < 48 < 7^2$ 이므로 $6 < x < 7$
$\therefore\ x = 6 + y$
$x^2 + y^2 = (6 + y)^2 + y^2 = 48$
$y^2 + 6y - 6 = 0$
$y > 0$ 이므로 $y = \sqrt{15} - 3$
$x = 6 + y = 6 + \sqrt{15} - 3 = \sqrt{15} + 3$
따라서 $xy = (\sqrt{15} + 3)(\sqrt{15} - 3) = 6$ 이다.

16. $5+\sqrt{11}$ 의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b 라 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $11-\sqrt{11}$

해설

$\sqrt{11}=3.\times\times\times$ 이므로
$5+\sqrt{11}=8.\times\times\times$ 이 된다.
$a=8$, $b=(5+\sqrt{11})-8=-3+\sqrt{11}$
$\therefore a-b=8-(-3+\sqrt{11})=11-\sqrt{11}$

17. $7+\sqrt{13}$ 의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b 라고 할 때, a, b 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 10

▷ 정답: $\sqrt{13}-3$

해설

$3<\sqrt{13}<4$, $3+7<\sqrt{13}+7<4+7$

$\therefore\ a=10$, $b=\sqrt{13}+7-10=\sqrt{13}-3$

18. $\sqrt{a}$ 의 정수 부분이 3 일 때, 자연수 a 의 값은 모두 몇 개인가?

① 5 개　② 6 개　③ 7 개　④ 8 개　⑤ 9 개

해설

$\sqrt{a} = 3. \times \times$

$3 \le \sqrt{a} < 4 \rightarrow 9 \le a < 16$

$\therefore 16 - 9 = 7$ (개)