

1. $x, y > 0$ 이고 $3\sqrt{2x} \times \sqrt{3x} \times \sqrt{6} = 126$, $2\sqrt{7} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{y} = 84$ 일 때, 상수 $\frac{1}{x} \times y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} 3\sqrt{2x} \times \sqrt{3x} \times \sqrt{6} &= \sqrt{9 \times 2x \times 3x \times 6} \\ &= \sqrt{18 \times 18 \times x^2} \\ &= 18x \end{aligned}$$

$$18x = 126$$

$$\therefore x = 7$$

$$\begin{aligned} 2\sqrt{7} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{y} &= \sqrt{2^2 \times 7 \times 2 \times 3 \times 3 \times y} \\ &= \sqrt{6^2 \times 14 \times y} \\ &= 6\sqrt{14y} \end{aligned}$$

$$6\sqrt{14y} = 84$$

$$\sqrt{14y} = 14, y = 14$$

$$\therefore \frac{1}{x} \times y = \frac{1}{7} \times 14 = 2$$

2. $\sqrt{57+x} = 4\sqrt{5}$ 일 때, 양수 x 값은?

① 32

② 23

③ 11

④ 9

⑤ 3

해설

$$4\sqrt{5} = \sqrt{80}$$

$\sqrt{80} = \sqrt{57+x}$ 이므로 $x = 23$ 이다.

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}} = \sqrt{5}$

② $-\sqrt{22} \div \sqrt{2} = -\sqrt{11}$

③ $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{14}} = \sqrt{7}$

④ $\sqrt{\frac{11}{3}} \div \sqrt{\frac{11}{12}} = \sqrt{4} = 2$

⑤ $\sqrt{168} \div \sqrt{6} = \sqrt{27}$

해설

⑤ $\sqrt{168} \div \sqrt{6} = \sqrt{28}$

4. 다음 네 개의 수를 큰 순서부터 나열한 것은?

㉠ $\sqrt{1.25}$

㉡ $\frac{\sqrt{5}}{3}$

㉢ $\sqrt{\frac{5}{25}}$

㉣ $\sqrt{\frac{5}{49}}$

① ㉠ > ㉡ > ㉢ > ㉣

② ㉠ > ㉢ > ㉡ > ㉣

③ ㉠ > ㉣ > ㉡ > ㉢

④ ㉢ > ㉣ > ㉠ > ㉡

⑤ ㉡ > ㉠ > ㉣ > ㉢

해설

$$\text{㉠ } \sqrt{1.25} = \sqrt{\frac{125}{100}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{㉡ } \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\text{㉢ } \sqrt{\frac{5}{25}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{㉣ } \sqrt{\frac{5}{49}} = \frac{\sqrt{5}}{7}$$

$$\therefore \text{㉠} > \text{㉡} > \text{㉢} > \text{㉣}$$

5. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{30} = b$ 일 때, $\sqrt{300}$ 의 값을 x , $\sqrt{0.3}$ 의 값을 y 라고 한다.
 x 와 y 를 a, b 를 이용하여 나타내면?

① $x = 100a$, $y = 10b$

② $x = 10a$, $y = \frac{b}{10}$

③ $x = 100b$, $y = \frac{a}{100}$

④ $x = 10a$, $y = \frac{b}{100}$

⑤ $x = 10ab$, $y = \frac{10}{b}$

해설

$$\sqrt{300} = \sqrt{3 \times 100} = 10\sqrt{3} = 10a$$

$$\therefore x = 10a$$

$$\sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{30}{100}} = \frac{\sqrt{30}}{10} = \frac{b}{10}$$

$$\therefore y = \frac{b}{10}$$

6. $ab = 2$ 일 때, $a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}}$ 의 값은? (단, $a > 0$, $b > 0$)

① 2

② 4

③ 5

④ 12

⑤ 24

해설

$$a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}}$$

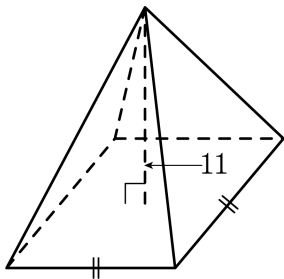
$$= a \frac{\sqrt{8b} \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} + b \frac{\sqrt{32a} \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}}$$

$$= \sqrt{8ab} + \sqrt{32ab}$$

$ab = 2$ 를 대입하면

$$\sqrt{8ab} + \sqrt{32ab} = \sqrt{16} + \sqrt{64} = 4 + 8 = 12$$

7. 다음 그림에서 각뿔의 부피가 330 cm^3 일 때, 밑면의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $3\sqrt{10}$ cm

해설

밑면의 한 변의 길이 : $x\text{ cm}$

$$\frac{1}{3} \times x^2 \times 11 = 330, x^2 = 90$$

$$\therefore x = \sqrt{90} = 3\sqrt{10} (\text{cm})$$

8. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는 n 을 모두 고르면?

① 8

② 15

③ 35

④ 50

⑤ 99

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots +$$

$$(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

① $n = 8$ 일 때, $S(n) = 3 - 1 = 2$

② $n = 15$ 일 때, $S(n) = 4 - 1 = 3$

③ $n = 35$ 일 때, $S(n) = 6 - 1 = 5$

④ $n = 50$ 일 때, $S(n) = \sqrt{51} - 1$

⑤ $n = 99$ 일 때, $S(n) = 10 - 1 = 9$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

9. 다음 식을 만족하는 유리수 k 의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{\sqrt{8}} + \frac{6}{\sqrt{18}} - \sqrt{32} = k\sqrt{2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -\frac{11}{4}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{2}}{4} + \sqrt{2} - 4\sqrt{2} &= \frac{5\sqrt{2} - 16\sqrt{2}}{4} \\ &= -\frac{11\sqrt{2}}{4}\end{aligned}$$

$$-\frac{11\sqrt{2}}{4} = k\sqrt{2} \text{ 이므로}$$

$$k = -\frac{11}{4} \text{ 이다.}$$

10. 함수 $f(x)$ 는 각 항의 계수가 유리수인 이차함수이다. 이러한 함수 $f(x)$ 에 대하여 다음의 식이 성립할 때, 함수 $f(x)$ 의 상수항을 구하여라.

$$\begin{cases} f(\sqrt{2}) = 7 + \sqrt{2} \\ f(\sqrt{3}) = 2 + \sqrt{3} \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$f(x)$ 는 이차함수이므로 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 로 놓으면

$$f(\sqrt{2}) = 2a + b\sqrt{2} + c = 7 + \sqrt{2} \cdots \textcircled{1}$$

$$f(\sqrt{3}) = 3a + b\sqrt{3} + c = 2 + \sqrt{3} \cdots \textcircled{2}$$

①에 의하여 $2a + c = 7$

②에 의하여 $3a + c = 2$

연립방정식을 풀면 $\therefore a = -5, c = 17$

11. $f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ 일 때, $\frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \cdots + \frac{1}{f(9)}$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{2}$

② -2

③ $\sqrt{10} - 2$

④ $\sqrt{10} - \sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{10} + \sqrt{5} - 2$

해설

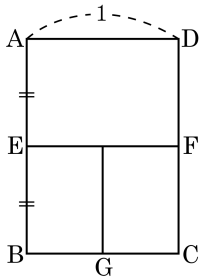
$f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ 에서

$$\frac{1}{f(a)} = \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}} = \sqrt{a+1} - \sqrt{a}$$

따라서, $\frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \cdots + \frac{1}{f(9)} = \sqrt{5} - 2 + \sqrt{6} - \sqrt{5} + \cdots +$

$$\sqrt{10} - \sqrt{9} = \sqrt{10} - 2$$

12. 복사 용지로 많이 사용되고 있는 A4 용지는 A3 용지를 반으로 잘라서 만든 것이고, A5 용지는 A4 용지를 반으로 잘라서 만든 것이다. 따라서, A3 용지와 A4 용지, A5 용지는 서로 닮음이다. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 가 A3 용지라 하고, A3 용지의 가로, 세로의 길이를 1 이라고 할 때, A3 용지의 가로, 세로의 길이와 A5 용지의 가로, 세로의 길이의 합은?



① $\frac{(1 + \sqrt{2})}{2}$

② $\frac{(2 + \sqrt{2})}{2}$

③ $\frac{3(1 + \sqrt{2})}{2}$

④ $\frac{3(1 - \sqrt{2})}{2}$

⑤ 2

해설

$\square ABCD$ 와 $\square DAEF$ 는 서로 닮음인 도형이므로

$$\overline{AB} = x, \overline{DF} = \frac{1}{2}x \text{ 라 하면}$$

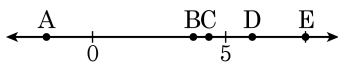
$$1 : x = \frac{1}{2}x : 1, \frac{1}{2}x^2 = 1, x^2 = 2$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2} (\because x > 0)$$

$\therefore$ (A3 , A5 용지의 가로, 세로의 길이의 합)

$$= (1 + \sqrt{2}) + \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{3(1 + \sqrt{2})}{2}$$

13. 다음 중 세 수 p , q , r 를 수직선에 나타내려고 한다. 바르게 연결된 것은?



$$p = \sqrt{3} + \sqrt{5}, q = \sqrt{3} - 2, r = \sqrt{5} + 2$$

① $A = p, B = q, C = r$

② $A = q, B = p, C = r$

③ $A = q, B = p, D = r$

④ $B = p, C = q, D = r$

⑤ $B = r, C = p, D = q$

해설

i) p, q, r 의 대소 관계를 먼저 구한다.

(1) $p - q = \sqrt{3} + \sqrt{5} - (\sqrt{3} - 2) = \sqrt{5} + 2 > 0 \therefore p > q$

(2) $q - r = \sqrt{3} - 2 - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - \sqrt{5} - 4 < 0 \therefore r > q$

(3) $p - r = \sqrt{3} + \sqrt{5} - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - 2 < 0 \therefore r > p$

$\therefore r > p > q$

ii) $q = \sqrt{3} - 2 < 0$ 이므로 수직선 0 보다 왼쪽의 점인 A 에 위치한다.

$r = \sqrt{5} + 2$ 에서 $\sqrt{5}$ 의 범위는 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $4 < r < 5$ 이다.

따라서 r 은 C, p 는 B 에 위치한다.

14. 다음 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{55}$ 의 값을 구하면?

수	0	1	2	3	4	5
2.0	1.41	1.41	1.42	1.42	1.42	1.43
2.1	1.44	1.45	1.45	1.45	1.46	1.46
2.2	1.48	1.48	1.49	1.49	1.49	1.50
2.3	1.51	1.52	1.52	1.52	1.53	1.53
2.4	1.54	1.55	1.55	1.55	1.56	1.56

① 5.93

② 7.56

③ 7.50

④ 7.40

⑤ 6.19

해설

$$\sqrt{55} = \sqrt{2.2 \times 25} = 5\sqrt{2.2} = 5 \times 1.48 = 7.40$$

15. 양수 x 의 소수 부분을 y 라 할 때, $x^2 + y^2 = 48$ 이다. xy 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $xy = 6$

해설

y 는 소수이므로 $y^2 < 1$,

$6^2 < 48 < 7^2$ 이므로 $6 < x < 7$

$\therefore x = 6 + y$

$x^2 + y^2 = (6 + y)^2 + y^2 = 48$

$y^2 + 6y - 6 = 0$

$y > 0$ 이므로 $y = \sqrt{15} - 3$

$x = 6 + y = 6 + \sqrt{15} - 3 = \sqrt{15} + 3$

따라서 $xy = (\sqrt{15} + 3)(\sqrt{15} - 3) = 6$ 이다.

16. $5 + \sqrt{11}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $11 - \sqrt{11}$

해설

$\sqrt{11} = 3.\times\times\times$ 이므로

$5 + \sqrt{11} = 8.\times\times\times$ 이 된다.

$$a = 8, b = (5 + \sqrt{11}) - 8 = -3 + \sqrt{11}$$

$$\therefore a - b = 8 - (-3 + \sqrt{11}) = 11 - \sqrt{11}$$

17. $7 + \sqrt{13}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, a, b 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : $\sqrt{13} - 3$

해설

$$3 < \sqrt{13} < 4, 3 + 7 < \sqrt{13} + 7 < 4 + 7$$

$$\therefore a = 10, b = \sqrt{13} + 7 - 10 = \sqrt{13} - 3$$

18. $\sqrt{a}$ 의 정수 부분이 3 일 때, 자연수 a 의 값은 모두 몇 개인가?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

$$\sqrt{a} = 3.\times\times$$

$$3 \leq \sqrt{a} < 4 \rightarrow 9 \leq a < 16$$

$$\therefore 16 - 9 = 7 \text{ (개)}$$