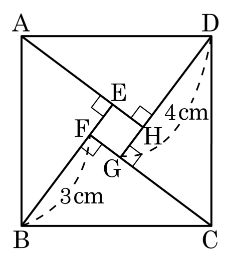
1. 다음 그림에서 $\overline{BF} = 3\,\text{cm}$, $\overline{DG} = 4\,\text{cm}$ 이고, 삼각형 4 개는 모두 합동인 삼각형이다. (가) 와 (나) 에 알맞은 것을 차례대로 쓴 것은?



□EFGH 의 모양은 $\boxed{\text{(가)}}$ 이고,
$\overline{BC}$ 의 길이는 $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

① (가) : 직사각형, (나) : 5 cm

② (가) : 직사각형, (나) : 6 cm

③ (가) : 정사각형, (나) : 5 cm

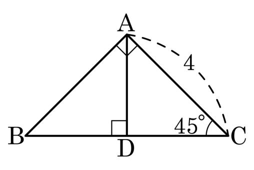
④ (가) : 정사각형, (나) : 8 cm

⑤ (가) : 정사각형, (나) : 9 cm

해설

□EFGH 의 모양은 정사각형이고, $\overline{BC}$ 의 길이는 5 cm 이다.

2. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 를 구하면?



① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$
④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$1 : \sqrt{2} = \overline{DC} : 4$, $\overline{DC} = 2\sqrt{2}$ 이다.
따라서 $\overline{AD} = 2\sqrt{2}$ 이고 $\overline{BD} = 2\sqrt{2}$ 이므로
$\overline{BC} = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ 이다.

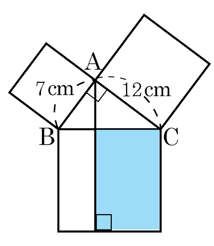
3. 어떤 정육면체의 대각선의 길이가 9 일 때, 이 정육면체의 한 모서리의 길이는?

① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $6\sqrt{3}$ ④ 6 ⑤ $2\sqrt{6}$

해설

한 모서리의 길이가 a 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\sqrt{a^2+a^2+a^2} = \sqrt{3}a$
이므로 $\sqrt{3}a = 9$ 에서 $a = 3\sqrt{3}$ 이다.

4. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 3개의 정사각형을 만들었을 때, 색칠된 부분의 넓이는?

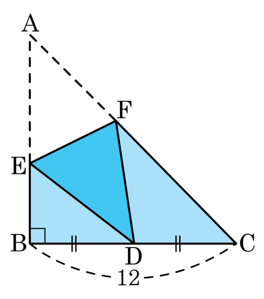


① $49\,\text{cm}^2$　② $120\,\text{cm}^2$　③ $144\,\text{cm}^2$　④ $150\,\text{cm}^2$　⑤ $84\,\text{cm}^2$

해설

색칠한 부분의 넓이는 $\overline{\text{AC}}$ 를 포함한 정사각형의 넓이와 같으므로 $12^2 = 144\,(\text{cm}^2)$ 이다.

5. 다음 그림은 $\overline{AB}=\overline{BC}=12$인 직각이등변 삼각형의 종이를 $\overline{EF}$ 를 접는 선으로 하여 점 A 가 $\overline{BC}$ 의 중점 D 에 겹치게 접은 것이다. $\overline{BE}$ 의 길이를 x 로 놓을 때, $\overline{ED}$ 의 길이를 x 에 관한 식으로 나타내면?

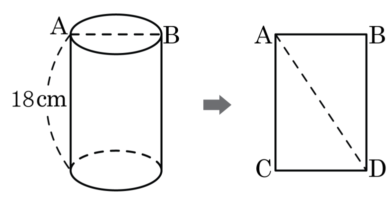


① x　② $12-x$　③ $x-12$
④ $2x$　⑤ $2x-6$

해설

$\overline{BE}=x$ 이면 $\overline{AE}=12-x$이다.
$\overline{AE}=\overline{ED}$이다.
따라서 $\overline{ED}=12-x$이다.

6. 다음 그림과 같은 밑면의 넓이가 $36\pi\,\mathrm{cm}^2$ 인 원통 모양의 치즈를 지름 $\overline{\mathrm{AB}}$ 에서 똑바로 잘라내니 단면이 직사각형 모양이 되었다. 단면적의 대각선의 길이를 구하여라.



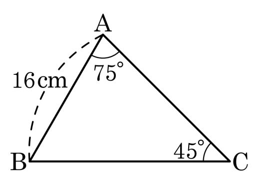
▶ 답： ______ cm

▷ 정답： $6\sqrt{13}$ cm

해설

밑면의 넓이가 $36\pi\mathrm{cm}^2$ 이므로 반지름이 6cm 이다. 따라서 $\overline{\mathrm{AB}} = 12\,\mathrm{cm}$
높이가 18cm 이므로 $\triangle\mathrm{ACD}$ 에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{\mathrm{AD}} = \sqrt{18^2 + 12^2} = 6\sqrt{13}(\mathrm{cm})$

7. 다음 그림과 같이 $\angle A = 75°$, $\angle C = 45°$인 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = 16\,\text{cm}$일 때, $\overline{AC}$의 길이는?



① $8\,\text{cm}$　　② $10\,\text{cm}$

③ $8\sqrt{3}\,\text{cm}$　　④ $10\sqrt{3}\,\text{cm}$

⑤ $8\sqrt{6}\,\text{cm}$

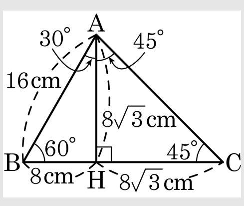
해설

점 A 에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H 라 하면, $\overline{AB} : \overline{AH} = 2 : \sqrt{3}$ 이므로

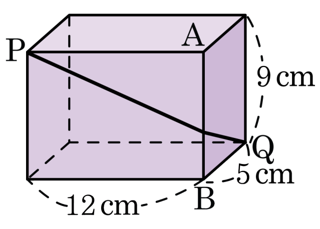
$\overline{AH} = 8\sqrt{3}\,\text{cm}$

$\overline{AH} : \overline{AC} = 1 : \sqrt{2}$

$\therefore \overline{AC} = 8\sqrt{6}\,\text{cm}$

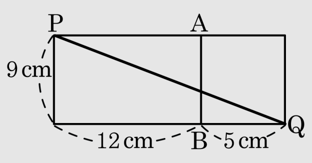


8. 다음 그림과 같은 직육면체의 점 P 에서 모서리 AB 를 지나 점 Q 에 이르는 가장 짧은 거리는?



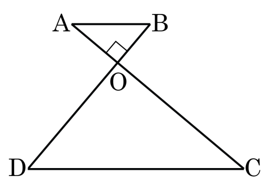
① 11 cm ② $\sqrt{83}$ cm ③ $\sqrt{161}$ cm
④ $\sqrt{321}$ cm ⑤ $\sqrt{370}$ cm

해설



$\therefore \sqrt{9^2 + 17^2} = \sqrt{370}(\text{cm})$

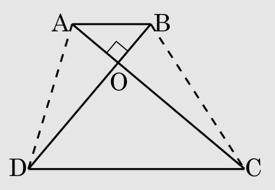
9. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고 $\overline{AB} = 4$, $\overline{CD} = 11$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



① 127　　② 130　　③ 137

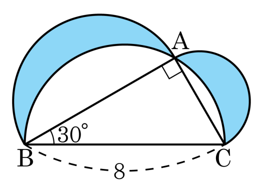
④ 140　　⑤ 157

해설



$\triangle$OAD 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 \cdots$ ①
$\triangle$ODC 에서 $\overline{OD}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{CD}^2 \cdots$ ②
$\triangle$OBC 에서 $\overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{BC}^2 \cdots$ ③
$\triangle$OAB 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 = \overline{AB}^2 \cdots$ ④
①과 ③을 변변 더하면
$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 \cdots$ ⑤
②와 ④를 변변 더하면
$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 \cdots$ ⑥
⑤와 ⑥에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로
$\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 4^2 + 11^2 = 16 + 121 = 137$

10. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 지름으로 하는 반원을 각각 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{3}$

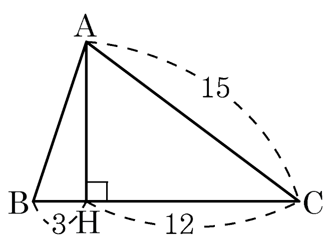
해설

색칠된 부분의 넓이는 $\triangle ABC$ 의 넓이와 같다.

$\overline{AC} = \frac{\overline{BC}}{2} = 4,\ \overline{AB} = 4\sqrt{3}$

$\therefore\ \triangle ABC = 4 \times 4\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 8\sqrt{3}$

11. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이는?

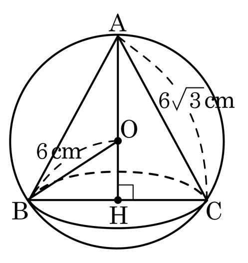


① $7\sqrt{2}$ ② 13 ③ $6\sqrt{2}$ ④ $3\sqrt{10}$ ⑤ 5

해설

$\triangle$AHC 에서 $\overline{\mathrm{AH}} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$
$\triangle$ABH 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

12. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 $6\,\mathrm{cm}$ 인 구에 모선의 길이가 $6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 인 원뿔이 내접할 때, 이 원뿔의 부피는?



① $81\pi\,\mathrm{cm}^3$　② $84\pi\,\mathrm{cm}^3$
③ $87\pi\,\mathrm{cm}^3$　④ $90\pi\,\mathrm{cm}^3$
⑤ $93\pi\,\mathrm{cm}^3$

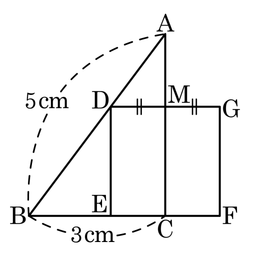
해설

$\triangle$OBH 에서 $\overline{\mathrm{BH}}^2 = 6^2 - \overline{\mathrm{OH}}^2 \cdots$ ㉠
$\triangle$ABH 에서 $\overline{\mathrm{BH}}^2 = (6\sqrt{3})^2 - (6 + \overline{\mathrm{OH}})^2 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $6^2 - \overline{\mathrm{OH}}^2 = (6\sqrt{3})^2 - (6 + \overline{\mathrm{OH}})^2$
$12\overline{\mathrm{OH}} = 36 \;\therefore \overline{\mathrm{OH}} = 3\,(\mathrm{cm})$

㉠에서 $\overline{\mathrm{BH}}^2 = 6^2 - 3^2 = 27$
$\therefore\; \overline{\mathrm{BH}} = 3\sqrt{3}\;(\mathrm{cm})$
따라서 원뿔의 부피는
$\frac{1}{3} \times \pi \times (3\sqrt{3})^2 \times (6 + 3) = 81\pi\;\left(\mathrm{cm}^3\right)$ 이다.

13. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = 5cm$, $\overline{BC} = 3cm$, $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형이고, □DEFG 는 정사각형이다. $\overline{DM} = \overline{MG}$ 일 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 2.4 cm

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4(cm)$
이 때, 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면
$\overline{DM} = \overline{GM} = \frac{x}{2}$ 이므로
$\overline{BE} = 3 - \frac{x}{2}$, $\overline{AM} = 4 - x$ 이다.
또한, $\triangle ADM \backsim \triangle DBE$ ($\because$ AA 닮음) 이므로
$\overline{DM} : \overline{BE} = \overline{AM} : \overline{DE}$
$\frac{x}{2} : \left(3 - \frac{x}{2}\right) = (4 - x) : x$
$\frac{x^2}{2} = \left(3 - \frac{x}{2}\right)(4 - x)$
$x^2 = 24 - 10x + x^2$
$10x = 24$
$\therefore\ x = 2.4(cm)$

14. $\overline{\mathrm{BC}} = 5,\ \overline{\mathrm{CD}} = 6,\ \overline{\mathrm{DB}} = 7$ 이고, $\angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{CAD} = \angle\mathrm{DAB} = 90°$ 인 사면체 A – BCD 의 부피를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{95}$

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = a,\ \overline{\mathrm{AC}} = b,\ \overline{\mathrm{AD}} = c$ 라 하면
$\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $a^2 + b^2 = 5^2$
$\triangle\mathrm{ACD}$ 에서 $b^2 + c^2 = 6^2$
$\triangle\mathrm{ADB}$ 에서 $c^2 + a^2 = 7^2$
위의 세 식을 더하면 $a^2 + b^2 + c^2 = 55$
따라서 식을 연립하여 풀면
$a = \sqrt{19},\ b = \sqrt{6},\ c = \sqrt{30}$ 이므로,
따라서 A – BCD 의 부피는

$$\frac{1}{3} \times \triangle\mathrm{ACD} \times \overline{\mathrm{AB}}$$
$$= \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times \sqrt{6} \times \sqrt{30}\right) \times \sqrt{19}$$
$$= \sqrt{95}$$ 이다.

15. 밑면은 넓이가 12 인 정사각형이고, 옆면은 4 개의 정삼각형인 사각뿔 P – ABCD 가 있다. 점 P 에서 밑면에 내린 수선의 발을 Q, 점 Q 에서 옆면 ABP 에 내린 수선의 발을 R 이라 할 때, 선분 QR 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

정사각뿔의 한 모서리의 길이는 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

점 Q 는 밑면의 대각선의 교점이다.

$\overline{AB}$ 의 중점을 M 이라 할 때,

$\overline{MQ} = \dfrac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$, $\overline{PM} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{3} = 3$,

$\overline{PQ} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{6}$

점 R 은 $\overline{PM}$ 위에 있으므로 $\overline{PM} \perp \overline{QR}$ 이다.

$$\triangle PMQ = \frac{1}{2} \times \overline{MQ} \times \overline{PQ} = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{6}$$
$$= \frac{3}{2}\sqrt{2} = \frac{1}{2} \times 3 \times \overline{QR}$$

따라서 $\overline{QR} = \sqrt{2}$ 이다.