

1. 이차방정식 $3x^2 + 4x + A = 0$ 의 근이 $x = \frac{B \pm \sqrt{10}}{3}$ 일 때, A , B 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -2$

▷ 정답 : $B = -2$

해설

$$\begin{aligned} x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times A}}{2 \times 3} \\ &= \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12A}}{6} \\ &= \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 3A}}{3} \end{aligned}$$

따라서 $-2 \pm \sqrt{4 - 3A} = B \pm \sqrt{10}$ 이므로
 $A = -2$, $B = -2$ 이다.

2. 이차방정식 $(x - 1)^2 = x + 3$ 을 근의 공식을 이용하여 풀면 근은 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, 상수 $A + B$ 의 값은?

① -20 ② -16 ③ 16 ④ 20 ⑤ 26

해설

식을 정리하면 $x^2 - 3x - 2 = 0$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 8}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\therefore A = 3, B = 17$$

$$\therefore A + B = 20$$

3. 이차방정식 $2x^2 - 8x + 3 = 0$ 을 풀면 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 이다. $Ax^2 - Bx + 4 = 0$ 의 해는?

① $2, \frac{1}{2}$

② $-3, \frac{1}{3}$

③ $-2, 3$

④ $2, 3$

⑤ $-3, \frac{1}{2}$

해설

$2x^2 - 8x + 3 = 0$ 을 풀면

$x = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{2}$ 이다.

$A = 4, B = 10$ 을

$Ax^2 - Bx + 4 = 0$ 에 대입하면

$$4x^2 - 10x + 4 = 0$$

$$2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$(x - 2)(2x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

4. $(a^2 + b^2)(a^2 + b^2 + 3) - 54 = 0$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$a^2 + b^2 = X \text{ 라 하면, } X(X + 3) - 54 = 0$$

$$X^2 + 3X - 54 = (X - 6)(X + 9) = 0$$

$$X \geq 0 \text{ 이므로 } X = 6$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 6$$

5. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① $b = 0$ 이면 근이 없다.
- ② $a = -4, b = -5$ 이면 중근을 가진다.
- ③ $a > 0, b < 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.
- ④ $a < 0$ 이면 근이 없다.
- ⑤ $b > 0$ 이면 중근을 가진다.

해설

③ $a > 0, b < 0$ 이면 $a^2 - 4b > 0$ 이므로 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.

6. 다음 이차방정식 중 해가 없는 것은?

① $x^2 - 2x - 4 = 0$

② $2x^2 - 5x + 3 = 0$

③ $x^2 - 4x + 5 = 0$

④ $x^2 - 4x + 4 = 0$

⑤ $3x^2 - 10x + 5 = 0$

해설

판별식 $D < 0$ 이면 이차방정식의 해가 없다.

① $\frac{D}{4} = 1 + 4 = 5 > 0$

② $D = 25 - 24 = 1 > 0$

③ $\frac{D}{4} = 4 - 5 = -1 < 0$

④ $\frac{D}{4} = 4 - 4 = 0$

⑤ $\frac{D}{4} = 25 - 15 = 10 > 0$

7. 이차방정식 $x^2 - (k+1)x + 9 = 0$ 이 중근을 가질 때의 k 의 값이 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$x^2 - (k+1)x + 9 = 0$ 이 중근을 가지므로

$k+1 = 6$ 또는 $k+1 = -6$ 이다.

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = -7, x = 5$ 을 대입하여 연립하여 풀면

$a = 2, b = -35$ 이다.

$\therefore a - b = 37$

8. 이차방정식 $x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$\begin{aligned}\alpha + \beta &= 5, \alpha\beta = 2 \text{ 이므로} \\ \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 5^2 - 2 \times 2 = 25 - 4 = 21\end{aligned}$$

9. 이차방정식의 한 근이 $1 - \sqrt{3}$ 이고 x^2 의 계수가 2 인 이차방정식을 $2x^2 + px + q = 0$ 이라고 할 때, $p + q$ 의 값은?(단, p, q 는 유리수)

① 0 ② 8 ③ -8 ④ 10 ⑤ -10

해설

이차방정식의 한 근이 $1 - \sqrt{3}$ 이면, 다른 한 근은 $1 + \sqrt{3}$ 이므로

두 근의 합은 $-\frac{p}{2} = 2, p = -4$

두 근의 곱은 $\frac{q}{2} = -2, q = -4$

$\therefore p + q = (-4) + (-4) = -8$

10. 이차방정식 $x^2 + 5x - 7 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, $(a - b)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 53

해설

근과 계수의 관계로 부터

$$a + b = -5, ab = -7$$

$$\therefore (a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 25 + 28 = 53$$

11. x 에 대한 이차방정식의 일차항의 계수를 잘못보고 풀었더니 근이 -5 , -1 이었고 상수항을 잘못보고 풀었더니 근이 2 , 4 가 되었다. 이 이차방정식의 옳은 근을 구하면?

① $x = 1$ 또는 $x = -5$

② $x = -1$ 또는 $x = 5$

③ $x = 1$ 또는 $x = 5$

④ $x = -1$ 또는 $x = 4$

⑤ $x = -5$ 또는 $x = 2$

해설

원래 이차방정식을 $x^2 + ax + b = 0$ 이라 하면
 $b = (-5) \times (-1) = 5$, $-a = 2 + 4 = 6$
따라서 $x^2 - 6x + 5 = (x - 1)(x - 5) = 0$ 이다.
 $\therefore x = 1$ 또는 $x = 5$

12. 이차방정식 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 5x - 6 = 0$

② $x^2 - 5x + 6 = 0$

③ $x^2 + 5x - 6 = 0$

④ $x^2 + 6x + 5 = 0$

⑤ $x^2 + 5x + 6 = 0$

해설

두 근의 합은 -2 , 두 근의 곱은 -3

$-2, -3$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은

$$(x+2)(x+3) = 0$$

$$\therefore x^2 + 5x + 6 = 0$$

13. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식은?

① $2x^2 - 2x + 4 = 0$

② $2x^2 + 2x - 4 = 0$

③ $2x^2 - 2x - 4 = 0$

④ $2x^2 - x - 2 = 0$

⑤ $2x^2 + 2x + 4 = 0$

해설

두 근의 합은 2, 두 근의 곱은 -1 이므로 구하는 이차방정식의
두 근의 합은 1, 두 근의 곱은 -2
따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - x - 2 = 0$
양변에 2를 곱하면 $2x^2 - 2x - 4 = 0$

14. 연속하는 두 자연수의 각각의 제곱의 합이 113일 때, 이 두 자연수의 합은?

① 11

② 13

③ 15

④ 17

⑤ 19

해설

연속하는 두 자연수를 x , $x + 1$ 라 하면

$$x^2 + (x + 1)^2 = 113$$

$$x^2 + x - 56 = 0$$

$$(x - 7)(x + 8) = 0$$

$$\therefore x = 7 (\because x > 0)$$

따라서 두 자연수는 7, 8 이므로 $7 + 8 = 15$ 이다.

15. 어떤 물체를 초속 50m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이가 $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 물체가 처음으로 높이 105m 가 되는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 정답 : 3초

해설

$$50t - 5t^2 = 105 \text{ 이므로}$$

$$5t^2 - 50t + 105 = 0$$

$$t^2 - 10t + 21 = 0$$

$$(t - 3)(t - 7) = 0$$

따라서 $t = 3, 7$ 이다.

처음으로 105m 가 되는 것은 쏘아올린 지 3 초 후이다.

16. 면으로부터 50m 되는 높이에서 던져올린 물체의 t 초 후의 높이를 h 라고 할 때, t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 15t + 50$ 인 관계가 성립한다. 이 물체는 몇 초 후에 땅에 떨어지는가?

① 2 초 ② 3 초 ③ 4 초 ④ 5 초 ⑤ 7 초

해설

$-5t^2 + 15t + 50 = 0 \rightarrow t^2 - 3t - 10 = 0$
 $\rightarrow (t - 5)(t + 2) = 0 \rightarrow t = -2, 5$ 이므로
따라서 $t = 5(t > 0)$ 이다.

17. 길이가 5cm 인 선분을 두 부분으로 나누어 그 각각의 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 그렸더니 두 정사각형의 넓이의 비가 2 : 3 이 되었다. 작은 정사각형의 한 변의 길이는?

① $-10 - \sqrt{6}$

② $-10 + \sqrt{6}$

③ $-5 + 5\sqrt{6}$

④ $-5 - 5\sqrt{6}$

⑤ $-10 + 5\sqrt{6}$

해설

두 변의 길이를 x cm, $(5 - x)$ cm 라 하면

$$x^2 : (5 - x)^2 = 2 : 3$$

$$3x^2 = 2(5 - x)^2$$

$$x^2 + 20x - 50 = 0$$

$$x = -10 \pm 5\sqrt{6}$$

$$0 < x < 5 \text{ 이므로 } x = -10 + 5\sqrt{6}$$

18. 가로와 세로의 길이가 3 : 4 이고, 넓이가 72cm^2 인 직사각형의 세로의 길이를 구하여라

▶ 답 : cm

▷ 정답 : $4\sqrt{6}$ cm

해설

두 변의 길이를 각각 $3k$, $4k$ 라고 하면
 $(3k) \times (4k) = 72, 12k^2 = 72, k^2 = 6, k = \pm\sqrt{6}$
 $k > 0$
이므로 $k = \sqrt{6}$
 $\therefore$ 세로의 길이는 $4\sqrt{6}\text{cm}$

19. 어떤 정사각형의 가로와 세로의 길이를 각각 4 cm 길게 하고, 2 cm 짧게 하여 직사각형을 만들었더니 그 넓이가 40 cm² 가 되었다. 처음 정사각형의 넓이는?

- ① 25 cm² ② 30 cm² ③ 36 cm²
④ 40 cm² ⑤ 49 cm²

해설

정사각형의 한 변의 길이를 x cm 라고 하면, $(x + 4)(x - 2) = 40$ 이므로

$$x^2 + 2x - 8 = 40$$

$$x^2 + 2x - 48 = 0$$

$$(x - 6)(x + 8) = 0$$

$$x = 6 \text{ (} \because x > 0 \text{)}$$

따라서 처음 정사각형의 넓이는 $6 \times 6 = 36(\text{cm}^2)$ 이다.

20. 방정식 $(2-x-y)^2-(x^2+y^2)=4$ 를 만족하는 자연수의 순서쌍 (x, y) 에 대하여 x^2+y^2 의 값을 구하여라. (단 $x \neq y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$(2-x-y)^2-(x^2+y^2)=4,$
 $xy-2(x+y)=0, \quad (x-2)(y-2)=4$

$x-2$	1	2	4	-1	-2	-4
$y-2$	4	2	1	-4	-2	-1

이 중에서 x, y 가 자연수인 경우는 (단, $x \neq y$)

x	3	6
y	6	3

따라서 $x^2+y^2=3^2+6^2=45$ 이다.

21. 이차방정식 $-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x - 1)(2x + 3)$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값은? (단, $\alpha < \beta$)

- ① $\frac{10}{3}$ ② $-\frac{8}{3}$ ③ -1 ④ 3 ⑤ $-\frac{13}{8}$

해설

$$-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x - 1)(2x + 3),$$

$$-x + \frac{2}{5}(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x - 1)(2x + 3)$$

양변에 15를 곱하여 정리하면

$$-15x + 6(x^2 + 1) = -5(x - 1)(2x + 3)$$

$$16x^2 - 10x - 9 = 0$$

근의 공식을 이용하여 근을 구하면

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 144}}{16} = \frac{5 \pm 13}{16}$$

$$\therefore x = \frac{9}{8} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha < \beta \text{ 이므로 } \alpha = -\frac{1}{2}, \beta = \frac{9}{8}$$

$$\therefore \alpha - \beta = -\frac{13}{8}$$

22. 서로 다른 수 x, y 에 대하여 $2x^2 - 4xy + 2y^2 = 6x - 6y$ 가 성립할 때, $x - y$ 의 값을 구하여라. (단, $x \neq y, xy \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$2x^2 - 4xy + 2y^2 = 6x - 6y$$

$$x^2 - 2xy + y^2 - 3x + 3y = 0$$

$$(x - y)^2 - 3(x - y) = 0$$

$$(x - y)(x - y - 3) = 0$$

$x \neq y$ 이므로 $x - y - 3 = 0, x - y = 3$ 이다.

23. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2(k+a)x + (k^2 - k + b) = 0$ 이 k 값에 관계없이 중근을 가질 때, $8ab$ 의 값은?

① -2 ② 2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 0

해설

$$D/4 = (k+a)^2 - (k^2 - k + b) = 0$$

k 에 대해서 정리하면

$$(2a+1)k + a^2 - b = 0, \text{ 이 식이 } k \text{에 관한 항등식이므로 } 2a+1 = 0, \quad a^2 - b = 0$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, \quad b = \frac{1}{4}$$

$$\therefore 8ab = 8 \left(-\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{4}\right) = -1$$

24. 이차방정식 $x^2 - (k+2)x - 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $3(\alpha^2 - k\alpha - 3)(\beta^2 - k\beta - 3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -36

해설

$x^2 - (k+2)x - 3 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로
 $\alpha^2 - k\alpha - 2\alpha - 3 = 0$ 에서, $\alpha^2 - k\alpha - 3 = 2\alpha$
 $\beta^2 - k\beta - 2\beta - 3 = 0$ 에서, $\beta^2 - k\beta - 3 = 2\beta$
두 근의 곱 $\alpha\beta = -3$
 $\therefore 3(\alpha^2 - k\alpha - 3)(\beta^2 - k\beta - 3) = 3 \times 2\alpha \times 2\beta = -36$

25. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2ax + 9 - 2a^2 = 0$ 이 두 근 α, β 를 가질 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최솟값을 구하시오.
(단, $\alpha = \beta$ 인 경우 포함)

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = 9 - 2a^2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-2a)^2 - 2(9 - 2a^2) = 8a^2 - 18$$

그런데 주어진 이차방정식은 두 근을 가지므로

$$D' = a^2 - (9 - 2a^2) \geq 0 \therefore a^2 \geq 3$$

$$a^2 \geq 3 \text{ 이므로 } 8a^2 - 18 \geq 6$$

따라서 $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최솟값은 6 이다.

26. 이차방정식 $ax^2 + bx + 5 = 0$ 의 한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{5}+2$ 이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{5}+2$

근과 계수와의 관계에서

$$-\frac{b}{a} = (\sqrt{5}+2) + (-\sqrt{5}+2) = 4, \frac{5}{a} = (\sqrt{5}+2)(-\sqrt{5}+2) = -1$$

$$\therefore a = -5$$

$$\therefore b = -4a = (-4) \times (-5) = 20$$

$$\therefore a + b = -5 + 20 = 15$$

27. 이차방정식 $x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근의 비가 1: 2 가 되는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $a = -1$

해설

$x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근을 $t, 2t$ 이라고 할 때, 근과 계수와의 관계로부터 $t \times 2t = 2, t = \pm 1$

$t + 2t = 3t = 3a,$

$t = -1$ 일 때 $a = -1$

$t = 1$ 일 때 $a = 1$

$\therefore a = \pm 1$

28. 어떤 무리수 a 가 있다. a 의 소수 부분을 b 라 할 때 a 의 제곱과 b 의 제곱의 합이 15이다.

무리수 a 의 값이 $\frac{m \pm \sqrt{n}}{2}$ 일 때, $m + n$ 을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

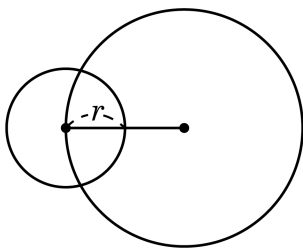
$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= 15, \quad 0 \leq b < 1 \\ 0 \leq b^2 &= 15 - a^2 < 1, \quad \sqrt{14} < a \leq \sqrt{15} \\ \text{따라서 } a \text{의 정수 부분은 } 3 \text{이고 } b &= a - 3 \\ a^2 + (a - 3)^2 &= 15 \\ \therefore a &= \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2} \\ a > 0 \text{이므로 } a &= \frac{3 + \sqrt{21}}{2} \\ \therefore m + n &= 3 + 21 = 24 \end{aligned}$$

29. 4월 중 2박 3일 동안 봉사활동을 하는데 봉사활동의 둘째 날의 날짜의 제곱은 나머지 2일의 날짜의 합과 같다. 봉사활동이 끝나는 날의 날짜는?
- ① 4월 1일 ② 4월 2일 ③ 4월 3일
④ 4월 4일 ⑤ 4월 5일

해설

봉사활동을 하는 날을 $x-1$, x , $x+1$ 이라 하면
 $x^2 = (x-1) + (x+1)$
 $x^2 = 2x$
 $x(x-2) = 0$
 $x > 0$ 이므로 $x = 2$ (일)
따라서 봉사활동이 끝나는 날은 하루 뒤인 4월 3일이다.

30. 다음 그림과 같이 반지름이 r 인 원과 반지름이 이 원의 두 배인 원이 겹치고 있다. 겹치지 않는 부분의 넓이의 차가 12π 라고 할 때, 반지름 r 의 값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

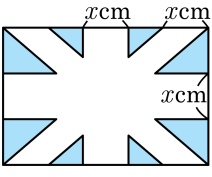
겹치는 부분은 두 원 모두에 있는 부분이므로, 겹치지 않는 부분의 넓이의 차는 두 원의 넓이의 차와 같다.

따라서 식으로 나타내면 $(2r)^2\pi - r^2\pi = 12\pi$ 이다.

$$r^2 - 4 = 0$$

$$\therefore r = 2 \quad (\because r > 0)$$

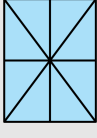
31. 가로, 세로 길이가 각각 9 cm, 6 cm 인 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 일정한 폭으로 오려내어 조각의 합이 12 cm^2 가 되도록 하려고 한다. 오려낸 부분의 폭은?



- ① 2 cm ② 3 cm
 ③ 4 cm ④ 2 cm 또는 7 cm
 ⑤ 3 cm 또는 6 cm

해설

조각들을 모아 보면 다음 그림처럼 가로가 $9 - 3x$, 세로가 $6 - x$ 인 직사각형이 됨을 알 수 있다. 넓이가 12 이므로 $(9 - 3x)(6 - x) = 12$
 정리하면 $x^2 - 9x + 14 = (x - 2)(x - 7) = 0$
 $x < 3$ 이므로 $x = 2$



32. α, β 는 이차방정식 $x^2 + x - 1 = 0$ 의 두 근이다. $S_n = \alpha^n + \beta^n$ 이라고 할 때, $S_4 + S_5 + S_6$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

α, β 는 $x^2 + x - 1 = 0$ 의 근이므로

$$\alpha^2 + \alpha - 1 = 0, \alpha^2 + \alpha = 1$$

$$\beta^2 + \beta - 1 = 0, \beta^2 + \beta = 1$$

$$S_4 + S_5 + S_6$$

$$= \alpha^4 + \beta^4 + \alpha^5 + \beta^5 + \alpha^6 + \beta^6$$

$$= \alpha^4 (1 + \alpha + \alpha^2) + \beta^4 (1 + \beta + \beta^2)$$

$$= \alpha^4 (1 + 1) + \beta^4 (1 + 1)$$

$$= 2 (\alpha^4 + \beta^4)$$

$$\alpha + \beta = -1, \alpha\beta = -1 \text{ 이므로}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (-1)^2 - 2 \times (-1) = 3$$

$$\alpha^4 + \beta^4 = (\alpha^2 + \beta^2)^2 - 2\alpha^2\beta^2$$

$$= 3^2 - 2 \times (-1)^2$$

$$= 9 - 2 = 7$$

$$\therefore 2 (\alpha^4 + \beta^4) = 2 \times 7 = 14$$

33. 연속하는 세 개의 짝수가 있다. 모든 수의 제곱의 합을 p , 세 개의 수를 모두 더한 값을 q 라 할 때, $p - q = 44$ 이다. 이때, 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

연속하는 세 개의 정수를 $n-2, n, n+2$ (단, n 은 정수)라 하면

$$(n-2)^2 + n^2 + (n+2)^2 = 3n^2 + 8 = p$$

$$(n-2) + n + (n+2) = 3n = q$$

$$\text{따라서 } p - q = 3n^2 - 3n + 8 = 44, \quad 3n^2 - 3n - 36 = 0, \quad n^2 - n - 12 = 0$$

$$\therefore n = 4$$

그러므로 가장 작은 수는 2 이다.