

1. 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 0)$ 이고, 점 $(1, 27)$ 을 지나는 포물선의 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = 3(x + 2)^2$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-2, 0)$ 이므로
 $y = a(x + 2)^2$ 이고, 점 $(1, 27)$ 을 지나므로
 $27 = a(1 + 2)^2, a = 3$
 $\therefore y = 3(x + 2)^2$

2. 꼭짓점의 좌표가 (3, 0) 이고, 점 (0, 8) 을 지나는 이차함수의 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = \frac{8}{9}(x-3)^2$

해설

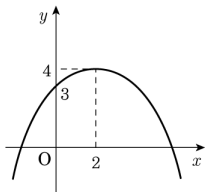
꼭짓점의 좌표가 (3, 0) 이므로
 $y = a(x-3)^2$ 에 (0, 8) 을 대입

$$8 = a(0-3)^2$$

$$9a = 8, a = \frac{8}{9}$$

$$\therefore y = \frac{8}{9}(x-3)^2$$

3. 다음 포물선에 대한 이차함수의 관계식을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $y = -\frac{1}{4}(x-2)^2 + 4$

해설

꼭짓점의 좌표가 (2, 4) 이므로 $y = a(x-2)^2 + 4$

점 (0, 3)을 지나므로

$$3 = a(0-2)^2 + 4$$

$$\therefore a = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{4}(x-2)^2 + 4$$

4. 직선 $x = -1$ 을 축으로 하고, 두 점 $(1, -4)$, $(3, 8)$ 을 지나는 포물선의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼴로 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = x^2 + 2x - 7$

해설

직선 $x = -1$ 이 축이므로 $y = a(x+1)^2 + q$

점 $(1, -4)$ 를 지나므로 $-4 = 4a + q \cdots \textcircled{1}$

점 $(3, 8)$ 을 지나므로 $8 = 16a + q \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 를 연립하여 풀면 $a = 1$, $q = -8$

$y = (x+1)^2 - 8$

$\therefore y = x^2 + 2x - 7$

5. 다음 조건을 만족하는 이차함수의 식을 구하여라.

- ㉠ $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 모양이 같다.
- ㉡ 축의 방정식이 $x = -2$ 이다.
- ㉢ 점 $(-1, 0)$ 을 지난다.

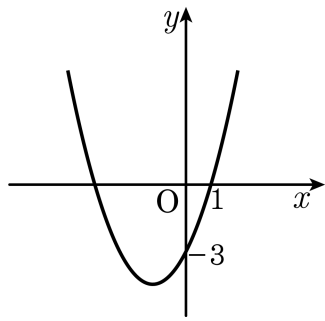
▶ 답 :

▷ 정답 : $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 + \frac{1}{3}$

해설

$y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고, 축이 $x = -2$ 이므로
 $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 + q$,
 $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 + q$ 에 $(-1, 0)$ 을 대입하면 $-\frac{1}{3}(-1+2)^2 + q = 0$,
 $q = \frac{1}{3}$,
 $\therefore y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 + \frac{1}{3}$

6. 다음은 이차함수 $y = x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. $b^2 - c^2$ 의 값을 구하면?



- ① -5 ② -3 ③ 0 ④ 1 ⑤ 5

해설

$y = x^2 + bx + c$ 의 그래프는 두 점 $(1, 0)$, $(0, -3)$ 을 지나므로 $c = -3$ 이다.

$$0 = 1 + b - 3$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore b^2 - c^2 = -5$$

7. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 4ax$ 의 최솟값이 -16 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $+\sqrt{2}$

▷ 정답 : $-\sqrt{2}$

해설

$$y = \frac{1}{2}x^2 + 4ax = \frac{1}{2}(x^2 + 8ax) = \frac{1}{2}(x + 4a)^2 - 8a^2$$

최솟값 $-8a^2 = -16$ 이므로 $a^2 = 2$

$$\therefore a = \pm\sqrt{2}$$

8. 이차함수 $y = 2x^2 + ax + b$ 가 $x = 1$ 에서 최솟값 -2 를 가질 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① 0

② -2

③ -4

④ -3

⑤ 6

해설

$x = 1$ 에서 최솟값이 -2 이므로

꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$ 이다.

$$y = 2x^2 + ax + b = 2(x - 1)^2 - 2 = 2x^2 - 4x$$

$$a = -4, b = 0$$

$$\therefore a - b = -4 - 0 = -4$$

9. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2 - px + \frac{1}{2}$ 은 $x = -2$ 에서 최솟값 q 를 갖는다. 이때, 상수 p, q 의 차 $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$

해설

$$y = \frac{1}{4}(x+2)^2 + q = \frac{1}{4}(x^2 + 4x + 4) + q = \frac{1}{4}x^2 + x + 1 + q$$

$$1 + q = \frac{1}{2}, q = -\frac{1}{2}$$

$$-p = 1, p = -1$$

$$\begin{aligned} p - q &= -1 - \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= -1 + \frac{1}{2} \\ &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

10. 이차함수 $y = ax^2 + 4x + c$ 가 $x = -2$ 일 때, 최솟값 3 을 가진다. 이 때, $a + c$ 의 값을 구하여라.(단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}y &= ax^2 + 4x + c \\&= a \left(x^2 + \frac{4}{a}x \right) + c \\&= a \left\{ \left(x + \frac{2}{a} \right)^2 - \frac{4}{a^2} \right\} + c \\&= a \left(x + \frac{2}{a} \right)^2 - \frac{4}{a} + c\end{aligned}$$

$x = -2$ 일 때, 최솟값 3 을 가지므로

$$-2 + \frac{2}{a} = 0, \quad -\frac{4}{a} + c = 3 \therefore a = 1, \quad c = 7$$
$$\therefore a + c = 1 + 7 = 8$$

11. 이차함수 $y = x^2 + bx + c$ 일 때, $x = -1$ 에서 최솟값 3 을 가진다. 이 때 $b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = x^2 + bx + c = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4} + c$$

아래로 볼록한 그래프이므로 꼭짓점에서 최솟값을 갖는다.

$$-1 + \frac{b}{2} = 0 \text{ 이고 } -\frac{b^2}{4} + c = 3$$

$$\therefore b = 2, c = 4$$

$$\therefore b + c = 2 + 4 = 6$$

12. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + k$ 의 최솟값과 이차함수 $y = -2x^2 + 4x - 2k + 2$ 의 최댓값이 일치할 때, k 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$i) y = \frac{1}{2}(x^2 - 8x + 16 - 16) + k = \frac{1}{2}(x - 4)^2 + k - 8$$

$x = 4$ 일 때, 최솟값 $k - 8$ 을 갖는다.

$$ii) y = -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 2k + 2 \\ = -2(x - 1)^2 - 2k + 4$$

$x = 1$ 일 때 최댓값 $-2k + 4$ 를 갖는다.

$i)$ 의 최솟값과 $ii)$ 의 최댓값이 같으므로

$$k - 8 = -2k + 4$$

$$\therefore k = 4$$

13. $y = -2x^2 + 4x + 3k$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -4 만큼 평행이동시키면
최댓값 10 을 갖는다. 이 때, k 의 값을 구하면?

① -1

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$y = -2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3k = -2(x - 1)^2 + 2 + 3k$$

$y = -2(x - 1)^2 + 2 + 3k$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -4 만큼
평행이동한 식은

$$y = -2(x - 1)^2 + 2 + 3k - 4 \text{ 이다.}$$

최댓값이 10 이 되었으므로

$$2 + 3k - 4 = 10$$

$$3k = 12$$

$$\therefore k = 4$$

14. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + m + 10$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 , y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하였더니 최솟값이 5 가 되었다. 이때, 상수 m 의 값을 구하면?

① -16 ② -10 ③ -6 ④ 2 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 - 2x + m + 10 \\ &= \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4 - 4) + m + 10 \\ &= \frac{1}{2}(x - 2)^2 + 8 + m \end{aligned}$$

x 축의 방향으로 1 만큼 , y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 식은

$$y = \frac{1}{2}(x - 2 - 1)^2 + 8 + m + 3 = \frac{1}{2}(x - 3)^2 + 11 + m$$

최솟값이 5 이므로 $11 + m = 5$ 에서 $m = -6$ 이다.

15. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 는 한 점 $(-5, 3)$ 을 지나고, $x = m$ 일 때 최솟값 $3m$ 을 갖는다. m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = -11$

▷ 정답 : $m = -2$

해설

$y = x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(m, 3m)$ 이므로
 $y = (x - m)^2 + 3m$ 에 $(-5, 3)$ 을 대입한다.

$$3 = (-5 - m)^2 + 3m$$

$$m^2 + 10m + 25 + 3m = 3$$

$$m^2 + 13m + 22 = 0$$

$$(m + 11)(m + 2) = 0$$

따라서 $m = -11$ 또는 $m = -2$ 이다.