

1. 꼭짓점의 좌표가  $(-2, 0)$  이고, 점  $(1, 27)$  을 지나는 포물선의 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $y = 3(x + 2)^2$

해설

꼭짓점의 좌표가  $(-2, 0)$  이므로

$y = a(x + 2)^2$  이고, 점  $(1, 27)$  을 지나므로

$$27 = a(1 + 2)^2, a = 3$$

$$\therefore y = 3(x + 2)^2$$

2. 꼭짓점의 좌표가 (3, 0) 이고, 점 (0, 8) 을 지나는 이차함수의 식을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 :  $y = \frac{8}{9}(x-3)^2$

해설

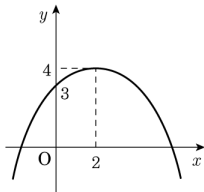
꼭짓점의 좌표가 (3, 0) 이므로  
 $y = a(x-3)^2$  에 (0, 8) 을 대입

$$8 = a(0-3)^2$$

$$9a = 8, a = \frac{8}{9}$$

$$\therefore y = \frac{8}{9}(x-3)^2$$

3. 다음 포물선에 대한 이차함수의 관계식을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 :  $y = -\frac{1}{4}(x-2)^2 + 4$

해설

꼭짓점의 좌표가 (2, 4) 이므로  $y = a(x-2)^2 + 4$

점 (0, 3)을 지나므로

$$3 = a(0-2)^2 + 4$$

$$\therefore a = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{4}(x-2)^2 + 4$$

4. 직선  $x = -1$  을 축으로 하고, 두 점  $(1, -4)$ ,  $(3, 8)$  을 지나는 포물선의 식을  $y = ax^2 + bx + c$  의 꼴로 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $y = x^2 + 2x - 7$

### 해설

직선  $x = -1$  이 축이므로  $y = a(x + 1)^2 + q$

점  $(1, -4)$  를 지나므로  $-4 = 4a + q \cdots \textcircled{1}$

점  $(3, 8)$  을 지나므로  $8 = 16a + q \cdots \textcircled{2}$

①, ② 를 연립하여 풀면  $a = 1$ ,  $q = -8$

$$y = (x + 1)^2 - 8$$

$$\therefore y = x^2 + 2x - 7$$

5. 다음 조건을 만족하는 이차함수의 식을 구하여라.

㉠  $y = -\frac{1}{3}x^2$  의 그래프와 모양이 같다.

㉡ 축의 방정식이  $x = -2$  이다.

㉢ 점  $(-1, 0)$  을 지난다.

▶ 답 :

▶ 정답 :  $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 + \frac{1}{3}$

해설

$y = -\frac{1}{3}x^2$  의 그래프와 모양이 같고, 축이  $x = -2$  이므로

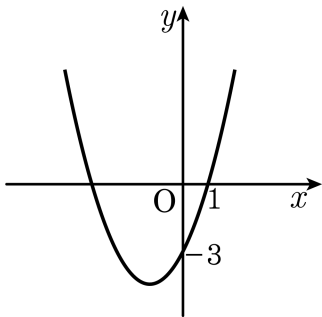
$$y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 + q ,$$

$y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 + q$  에  $(-1, 0)$  을 대입하면  $-\frac{1}{3}(-1+2)^2 + q = 0$   
 ,

$$q = \frac{1}{3} ,$$

$$\therefore y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 + \frac{1}{3}$$

6. 다음은 이차함수  $y = x^2 + bx + c$  의 그래프이다.  $b^2 - c^2$  의 값을 구하면?



- ① -5      ② -3      ③ 0      ④ 1      ⑤ 5

해설

$y = x^2 + bx + c$  의 그래프는 두 점  $(1, 0)$ ,  $(0, -3)$  을 지나므로  $c = -3$  이다.

$$0 = 1 + b - 3$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore b^2 - c^2 = -5$$

7. 이차함수  $y = \frac{1}{2}x^2 + 4ax$  의 최솟값이  $-16$  일 때,  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $+\sqrt{2}$

▷ 정답 :  $-\sqrt{2}$

해설

$$y = \frac{1}{2}x^2 + 4ax = \frac{1}{2}(x^2 + 8ax) = \frac{1}{2}(x + 4a)^2 - 8a^2$$

최솟값  $-8a^2 = -16$  이므로  $a^2 = 2$

$$\therefore a = \pm\sqrt{2}$$

8. 이차함수  $y = 2x^2 + ax + b$  가  $x = 1$  에서 최솟값  $-2$  를 가질 때,  $a - b$  의 값을 구하면?

① 0

②  $-2$

③  $-4$

④  $-3$

⑤ 6

해설

$x = 1$  에서 최솟값이  $-2$  이므로  
꼭짓점의 좌표가  $(1, -2)$  이다.

$$y = 2x^2 + ax + b = 2(x - 1)^2 - 2 = 2x^2 - 4x$$

$$a = -4, b = 0$$

$$\therefore a - b = -4 - 0 = -4$$

9. 이차함수  $y = \frac{1}{4}x^2 - px + \frac{1}{2}$  은  $x = -2$  에서 최솟값  $q$  를 갖는다. 이때, 상수  $p, q$  의 차  $p - q$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-\frac{1}{2}$

해설

$$y = \frac{1}{4}(x+2)^2 + q = \frac{1}{4}(x^2 + 4x + 4) + q = \frac{1}{4}x^2 + x + 1 + q$$

$$1 + q = \frac{1}{2}, q = -\frac{1}{2}$$

$$-p = 1, p = -1$$

$$\begin{aligned} p - q &= -1 - \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= -1 + \frac{1}{2} \\ &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

10. 이차함수  $y = ax^2 + 4x + c$  가  $x = -2$  일 때, 최솟값 3 을 가진다. 이 때,  $a + c$  의 값을 구하여라.(단,  $a > 0$  )

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}y &= ax^2 + 4x + c \\&= a \left( x^2 + \frac{4}{a}x \right) + c \\&= a \left\{ \left( x + \frac{2}{a} \right)^2 - \frac{4}{a^2} \right\} + c \\&= a \left( x + \frac{2}{a} \right)^2 - \frac{4}{a} + c\end{aligned}$$

$x = -2$  일 때, 최솟값 3 을 가지므로

$$-2 + \frac{2}{a} = 0, \quad -\frac{4}{a} + c = 3 \therefore a = 1, \quad c = 7$$

$$\therefore a + c = 1 + 7 = 8$$

11. 이차함수  $y = x^2 + bx + c$  일 때,  $x = -1$  에서 최솟값 3 을 가진다. 이 때  $b + c$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = x^2 + bx + c = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4} + c$$

아래로 볼록한 그래프이므로 꼭짓점에서 최솟값을 갖는다.

$$-1 + \frac{b}{2} = 0 \text{ 이고 } -\frac{b^2}{4} + c = 3$$

$$\therefore b = 2, c = 4$$

$$\therefore b + c = 2 + 4 = 6$$

12. 이차함수  $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + k$ 의 최솟값과 이차함수  $y = -2x^2 + 4x - 2k + 2$ 의 최댓값이 일치할 때,  $k$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$i) y = \frac{1}{2}(x^2 - 8x + 16 - 16) + k = \frac{1}{2}(x - 4)^2 + k - 8$$

$x = 4$ 일 때, 최솟값  $k - 8$ 을 갖는다.

$$\begin{aligned} ii) \quad y &= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 2k + 2 \\ &= -2(x - 1)^2 - 2k + 4 \end{aligned}$$

$x = 1$ 일 때 최댓값  $-2k + 4$ 를 갖는다.

i)의 최솟값과 ii)의 최댓값이 같으므로

$$k - 8 = -2k + 4$$

$$\therefore k = 4$$

13.  $y = -2x^2 + 4x + 3k$  의 그래프를  $y$  축 방향으로  $-4$  만큼 평행이동시키면 최댓값  $10$  을 갖는다. 이 때,  $k$  의 값을 구하면?

①  $-1$

②  $1$

③  $2$

④  $3$

⑤  $4$

해설

$$y = -2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3k = -2(x - 1)^2 + 2 + 3k$$

$y = -2(x - 1)^2 + 2 + 3k$  의 그래프를  $y$  축의 방향으로  $-4$  만큼 평행이동한 식은

$$y = -2(x - 1)^2 + 2 + 3k - 4 \text{ 이다.}$$

최댓값이  $10$  이 되었으므로

$$2 + 3k - 4 = 10$$

$$3k = 12$$

$$\therefore k = 4$$

14. 이차함수  $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + m + 10$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 1 만큼,  $y$  축의 방향으로 3 만큼 평행이동하였더니 최솟값이 5 가 되었다. 이때, 상수  $m$  의 값을 구하면?

① -16

② -10

③ -6

④ 2

⑤ 8

해설

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x^2 - 2x + m + 10 \\&= \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4 - 4) + m + 10 \\&= \frac{1}{2}(x - 2)^2 + 8 + m\end{aligned}$$

$x$  축의 방향으로 1 만큼,  $y$  축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 식은

$$y = \frac{1}{2}(x - 2 - 1)^2 + 8 + m + 3 = \frac{1}{2}(x - 3)^2 + 11 + m$$

최솟값이 5 이므로  $11 + m = 5$ 에서  $m = -6$  이다.

15. 이차함수  $y = x^2 + ax + b$  는 한 점  $(-5, 3)$  을 지나고,  $x = m$  일 때 최솟값  $3m$  을 갖는다.  $m$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $m = -11$

▷ 정답 :  $m = -2$

해설

$y = x^2 + ax + b$  의 꼭짓점의 좌표가  $(m, 3m)$  이므로  
 $y = (x - m)^2 + 3m$  에  $(-5, 3)$  을 대입한다.

$$3 = (-5 - m)^2 + 3m$$

$$m^2 + 10m + 25 + 3m = 3$$

$$m^2 + 13m + 22 = 0$$

$$(m + 11)(m + 2) = 0$$

따라서  $m = -11$  또는  $m = -2$  이다.