

1. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

①  $n(\{0\}) = 1$

②  $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$

③  $\emptyset \in \{1, 2, 3\}$

④  $n(\{0\}) < n(\{1\})$

⑤  $n(\{1, \{2, 3\}, 4, 5\}) = 4$

해설

②  $\{a, b\} \subset \{a, b, c\}$

③  $\emptyset \subset \{1, 2, 3\}$

④  $n(\{0\}) = n(\{1\}) = 1$

2. 집합  $\{a, b, c\}$  의 부분집합을 구하는 과정이다.

원소  $a, b, c$  중에서 원소를 골라 부분집합을 만들 때, 각 원소는 부분집합에 속하거나, 속하지 않는 2 가지 경우가 생기므로 다음 그림과 같이 구할 수 있다.

| 원소 | $a$ | $b$ | $c$ |   | 부분집합          |
|----|-----|-----|-----|---|---------------|
|    | ○   | ○   | ○   | → | $\{a, b, c\}$ |
|    | ○   | ○   | ×   | → | $\{a, b\}$    |
|    | ○   | ×   | ○   | → | $\{a, c\}$    |
|    | ○   | ×   | ×   | → | $\{a\}$       |
|    | ×   | ○   | ○   | → | $\{b, c\}$    |
|    | ×   | ○   | ×   | → | $\{b\}$       |
|    | ×   | ×   | ○   | → | $\{c\}$       |
|    | ×   | ×   | ×   | → | $\emptyset$   |

이와 같은 방법으로 집합  $\{a, b, c, d\}$  의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 16개

### 해설

집합  $\{a, b, c, d\}$  의 부분집합의 개수를 구해보면 다음과 같다.

| 원소 | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |   | 부분집합             |
|----|-----|-----|-----|-----|---|------------------|
|    | ○   | ○   | ○   | ○   | → | $\{a, b, c, d\}$ |
|    | ○   | ○   | ○   | ×   | → | $\{a, b, c\}$    |
|    | ○   | ○   | ×   | ○   | → | $\{a, b, d\}$    |
|    | ○   | ×   | ○   | ○   | → | $\{a, b\}$       |
|    | ○   | ×   | ○   | ×   | → | $\{a, c, d\}$    |
|    | ○   | ×   | ×   | ○   | → | $\{a, c\}$       |
|    | ○   | ×   | ×   | ×   | → | $\{a, d\}$       |
|    | ○   | ×   | ×   | ×   | → | $\{a\}$          |
|    | ×   | ○   | ○   | ○   | → | $\{b, c, d\}$    |
|    | ×   | ○   | ○   | ×   | → | $\{b, c\}$       |
|    | ×   | ○   | ×   | ○   | → | $\{b, d\}$       |
|    | ×   | ○   | ×   | ×   | → | $\{b\}$          |
|    | ×   | ○   | ○   | ○   | → | $\{c, d\}$       |
|    | ×   | ○   | ○   | ×   | → | $\{c\}$          |
|    | ×   | ○   | ×   | ○   | → | $\{d\}$          |
|    | ×   | ○   | ×   | ×   | → | $\emptyset$      |

따라서 부분집합의 개수는 16개이다.

3. 집합  $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$  일 때,  $a, e$  를 반드시 원소로 가지는  $A$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 32 개

해설

$A$  의 부분집합 중 원소  $a, e$  를 포함한 것이므로  $\{b, c, d, f, g\}$ 의 부분집합에  $a, e$  를 첨가한 것과 같다.

따라서  $\{b, c, d, f, g\}$  의 부분집합의 개수는  $2^5 = 32$  (개) 이다.

4. 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  의 모든 부분집합을 원소로 갖는 집합을  $P_A$  라 하고, 집합  $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$  의 모든 부분집합을 원소로 갖는 집합을  $P_B$  라 하자.  $n(P_A - P_B)$  의 값은?

- ① 31      ② 32      ③ 47      ④ 48      ⑤ 56

해설

$$n(P_A - P_B) = n(P_A) - n(P_A \cap P_B) = n(P_A) - n(P_{(A \cap B)}) = n(P_A) - \{3, 4, 5, 6\} \text{ 의 부분집합의 개수} = 2^6 - 2^4 = 48$$

5. 두 조건  $p$ ,  $q$  를 만족하는 집합을 각각  $P, Q$  라 하고,  $P \cup Q = P$  일 때,  
다음 중 참인 명제는?

①  $p \rightarrow q$

②  $q \rightarrow p$

③  $\sim p \rightarrow q$

④  $q \rightarrow \sim p$

⑤  $\sim q \rightarrow \sim p$

해설

$P \cup Q = P$  이므로  $Q \subset P$  이다. 따라서,  $q \Rightarrow p$

6. 전체집합  $U = \{x \mid x\text{는 }10\text{ 이하의 자연수}\}$  에서 두 조건  $p, q$  를 만족하는 두 집합을 각각  $P, Q$ 라 하자.  $P = \{x \mid x\text{는 }2\text{의 배수}\}$ ,  $Q = \{x \mid x\text{는 }3\text{의 배수}\}$  일 때,  $p \rightarrow \sim q$  가 거짓임을 보이는 원소는?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 6      ⑤ 7

해설

$p \rightarrow \sim q$  의 반례는  $P \not\subset Q^c$  을 만족하는 원소이다.

즉,  $P$  의 원소이면서  $Q^c$  의 원소가 아닌 것이므로  $P \cap (Q^c)^c = P \cap Q$

$$\therefore P \cap Q = \{6\}$$

7.  $x \leq -1$  은  $x \leq a$  이기 위한 필요조건이고,  $x \geq b$  는  $x \geq 3$  이기 위한 충분조건일 때,  $a$ 의 최댓값과  $b$ 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x \leq -1$  은  $x \leq a$  이기 위한 필요조건이므로  
「 $x \leq a$  이면  $x \leq -1$  이다.」가 참이어야 한다.

$$\therefore a \leq -1$$

또,  $x \geq b$  는  $x \geq 3$  이기 위한 충분조건이므로  
「 $x \geq b$  이면  $x \geq 3$  이다.」가 참이어야 한다.

$$\therefore b \geq 3$$

따라서,  $a$ 의 최댓값은  $-1$ ,  $b$ 의 최솟값은  $3$  이므로  
구하는 값은  $-1 + 3 = 2$  이다.

8. 전체집합  $U$ 에 대하여 두 조건  $p, q$ 를 만족하는 집합을 각각  $P, Q$ 라 할 때,  $P - Q = \emptyset$ 이면 다음 중 항상 옳은 것은?

- ①  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요충분조건이다.
- ②  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건이다.
- ③  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.
- ④  $p$ 는  $\sim q$ 이기 위한 필요조건이다.
- ⑤  $p$ 는  $\sim q$ 이기 위한 충분조건이다.

해설

$P - Q = \emptyset$ 이면  $P \subset Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.

9. 조건  $p, q, r, s$ 에 대하여  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건,  $q$ 는  $r$ 이기 위한 필요조건,  $r$ 은  $s$ 이기 위한 필요조건,  $s$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건일 때,  $q$ 는  $s$ 이기 위한 (가) 조건이고,  $s$ 는  $p$ 이기 위한 (나) 조건이다. 이 때, (가), (나)에 알맞은 것을 차례대로 적은 것은?

① 필요, 필요충분

② 필요충분, 충분

③ 필요, 충분

④ 필요충분, 필요

⑤ 충분, 필요충분

### 해설

$p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이므로  $p \Rightarrow q \dots \textcircled{①}$

같은 방법으로  $r \Rightarrow q \dots \textcircled{②}$

$s \Rightarrow r \dots \textcircled{③}$

$q \Rightarrow s \dots \textcircled{④}$

④에서  $q \Rightarrow s$ 이고 ②, ③에서  $s \Rightarrow q$ 이므로  $q$ 는  $s$ 이기 위한 필요충분조건(가)

또,  $p \Rightarrow q \Rightarrow s$ 이므로  $s$ 는  $p$ 이기 위한 필요조건(나)

10. 부등식  $7^{20} < n^{10}$  을 만족시키는 자연수  $n$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$$\frac{7^{20}}{n^{10}} = \frac{(7^2)^{10}}{n^{10}} = \left(\frac{49}{n}\right)^{10} < 1$$

$$\frac{49}{n} < 1 \text{ 이므로 } n > 49$$

따라서 자연수  $n$ 의 최솟값은 50이다.

11. 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) = f(x + 12)$ 를 만족시키고  $f(1) = 3$  일 때,  $f(13) + f(37) - f(25)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$f(13) = f(1 + 12) = f(1)$$

$$f(25) = f(13 + 12) = f(13) = f(1)$$

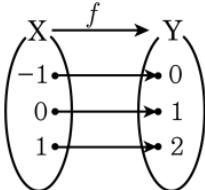
$$f(37) = f(25 + 12) = f(25) = f(1)$$

$$\text{따라서 준식은 } f(1) + f(1) - f(1) = f(1) = 3$$

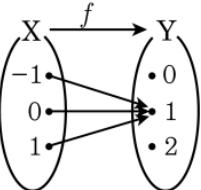
12. 다음 보기의 함수가 어떤 함수인지 말한 것 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

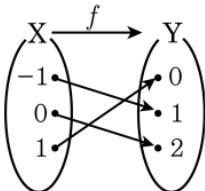
㉠



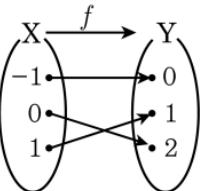
㉡



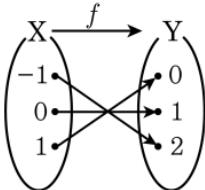
㉢



㉣



㉤



① ㉠ 항등함수

② ㉡ 상수함수

③ ㉢ 일대일 대응

④ ㉣ 상수함수

⑤ ㉤ 일대일 대응

해설

일대일 대응 : ㉠, ㉢, ㉣

상수함수 : ㉡

### 13. 다음 [보기]의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 임의의 자연수  $x$ 에 대하여  $f(x) = (x \text{의 약수})$ 는 함수가 아니다.
- ㉡ 함수  $f$ 가 일대일 함수이면 역함수가 항상 존재한다.
- ㉢ 함수의 모든 그래프는 집합으로 표현 가능하다.
- ㉣ 함수  $f, g$ 에 대하여  $f = g^{-1}$ 이면,  $f, g$ 는  $y = -x$ 에 대칭이다.
- ㉤ 임의 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) = [x]$ 는 일대일 함수이다.  
(단,  $[x]$ 는  $x$ 를 넘지 않는 최대의 정수)

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉢, ㉤

③ ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

- ㉠ 함수는 변수  $x$ 에 행당되는  $y$  값이 하나씩 대응되어야 한다.  
 $\Rightarrow f(x) = (x \text{의 약수})$ 는 함수가 아니다(참)
- ㉡ 반례 :  $A = \{1, 2, 3\}, B = \{4, 5, 6, 7\}$ 이면 일대일 함수라도 역함수가 존재하지 않는 경우가 있다.
- ㉢ 함수는 집합으로 표현 가능하다.
- ㉣  $f = g^{-1}$ 이면  $f, g$ 는  $y = x$ 에 대칭이다.
- ㉤ 일대일 함수는  $a \neq b$ 이면  $f(a) \neq f(b)$ 이다.  
 $\therefore f(x) = [x]$ 는 일대일 함수가 아니다.

14. 두 함수  $f(x) = 2x + 5$ ,  $g(x) = -3x + 2$ 에 대하여  $(g^{-1} \circ f)(a) = 2$  가 성립할 때, 상수  $a$ 의 값을 구하면?

①  $a = -\frac{3}{2}$

②  $a = -\frac{5}{2}$

③  $a = -\frac{7}{2}$

④  $a = -\frac{9}{2}$

⑤  $a = -\frac{11}{2}$

해설

$$(g^{-1} \circ f)(a) = g^{-1}(f(a)) = 2 \text{에서}$$

$$f(a) = g(2) \text{이다.}$$

주어진 함수식에 의하여

$$\therefore 2a + 5 = -3 \cdot 2 + 2$$

$$\therefore a = -\frac{9}{2}$$

15. 실수  $a, b$ 가  $\sqrt{a} \sqrt{b} = -\sqrt{ab}$  일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

①  $\sqrt{(-b)^2} = -b$

②  $(-\sqrt{-a})^2 = -a$

③  $\sqrt{ab^2} = -b \sqrt{a}$

④  $(\sqrt{a})^2 = -a$

⑤  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

해설

$\sqrt{a} \sqrt{b} = -\sqrt{ab}$  이면  $a < 0, b < 0$

④의 경우  $(\sqrt{a})^2 = |a| (i)^2 = -|a| = a$  이므로 옳지 않다.

16.  $\sqrt{19 - 8\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을  $a$ , 소수 부분을  $b$ 라 할 때,  $\frac{1}{b} + a$ 의 값을 구하면?

①  $2 + \sqrt{3}$

②  $3 + \sqrt{3}$

③  $4 + \sqrt{3}$

④  $5 + \sqrt{3}$

⑤  $5 - \sqrt{3}$

해설

$$\sqrt{19 - 8\sqrt{3}} = \sqrt{19 - 2\sqrt{48}} = 4 - \sqrt{3} \text{에서}$$

$$4 - \sqrt{3} = 2 + (2 - \sqrt{3}) \circ] \text{므로}$$

$$a = 2, b = 2 - \sqrt{3}$$

$$\therefore \frac{1}{b} + a = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} + 2$$

$$= \frac{2 + \sqrt{3}}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} + 2$$

$$= 4 + \sqrt{3}$$

17.  $0 \leq a < 2$  이고  $x = \frac{4a}{a^2 + 4}$  일 때

$\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$1+x = 1 + \frac{4a}{a^2+4} = \frac{a^2+4a+4}{a^2+4} = \frac{(a+2)^2}{a^2+4}$$

$$1-x = 1 - \frac{4a}{a^2+4} = \frac{a^2-4a+4}{a^2+4} = \frac{(a-2)^2}{a^2+4}$$

$a^2 + 4 > 0$  이고  $0 < a < 2$  이므로

$a+2 > 0, a-2 < 0$

$$\therefore \sqrt{1+x} = \sqrt{\frac{(a+2)^2}{a^2+4}} = \frac{a+2}{\sqrt{a^2+4}}$$

$$\sqrt{1-x} = \sqrt{\frac{(a-2)^2}{a^2+4}} = \frac{-a+2}{\sqrt{a^2+4}}$$

$$\therefore \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} = \frac{a+2}{\sqrt{a^2+4}} + \frac{-a+2}{\sqrt{a^2+4}}$$

$$= \frac{4}{\sqrt{a^2+4}}$$

$\therefore a = 0$  일 때 최댓값 2

18.  $(1 + \sqrt{2})x = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$ ,  $(1 - \sqrt{2})y = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$  일 때,  $x^2 + xy + y^2$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

해설

$$(1 + \sqrt{2})x = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = \sqrt{2} - 1$$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$(1 - \sqrt{2})y = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2} = \sqrt{2} + 1$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{2} + 1}{-\sqrt{2} + 1} = -3 - 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x + y = -4\sqrt{2}, xy = -1$$

$$\begin{aligned}x^2 + xy + y^2 &= (x + y)^2 - xy \\&= (-4\sqrt{2})^2 - (-1) = 33\end{aligned}$$

19.  $y = -\sqrt{4 - 2x} + 1$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 정의역은  $\{x \mid x \leq 2\}$ 이다.
- ② 치역은  $\{y \mid y \leq 1\}$ 이다.
- ③ 평행이동하면  $y = -\sqrt{2x}$ 와 겹쳐진다.
- ④ 그래프는 제 2사분면을 지나지 않는다.
- ⑤ 이 그래프는  $x$ 축과 점  $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ 에서 만난다.

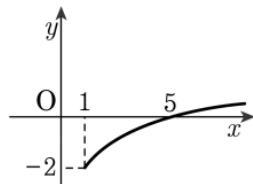
해설

- ③ 평행이동하면  $y = -\sqrt{-2x}$ 와 겹쳐진다.
  - ④, ⑤ 꼭지점이  $(2, 1)$ 이고  $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ 을 지난다.
- $\therefore 1, 3, 4$ , 분면을 지난다.

20. 다음 그림은 무리함수  $y = \sqrt{ax + b} + c$ 의 그래프를 그린 것이다. 이 때, 상수  $a, b, c$ 에 대하여  $a + b + c$ 의 값은?

① 1      ② -1      ③ 2

④ -2      ⑤ 3



### 해설

$$y = \sqrt{a\left(x + \frac{b}{a}\right)} + c \text{ 의 그래프를 보면}$$

점  $(1, -2)$ 에서부터 시작하므로

$$-\frac{b}{a} = 1, \quad c = -2$$

$$\therefore -b = a, \quad c = -2$$

$y = \sqrt{ax - a} - 2$  가 점  $(5, 0)$ 을 지나므로

$$0 = \sqrt{5a - a} - 2, \quad 2 = \sqrt{4a}$$

양변을 제곱하면  $4 = 4a$

$$\therefore a = 1$$

따라서  $a = 1, b = -1, c = -2$  이므로

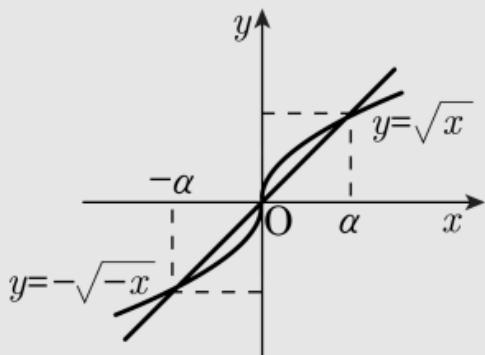
$$a + b + c = 1 - 1 - 2 = -2$$

21. 원점을 지나는 직선이 두 함수  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = -\sqrt{-x}$ 의 그래프와 서로 다른 세 점에서 만날 때, 세 점의  $x$ 좌표의 값의 합을 구하면?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

두 함수  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = -\sqrt{-x}$ 의  
그래프는  
원점에 대하여 대칭이므로  
다음 그림과 같이 원점을 지나는 직  
선과 서로 다른 세 점에서 만날 때,  
세 점의  $x$  좌표의 값의 합은 항상 0  
이다.



22. 세 집합  $A$ ,  $B$ ,  $C$ 에 대해서  $A \subset B$ 이고  $B \subset C$ 의 포함 관계를 가질 때, 다음 중  $A = B = C$ 의 관계가 되는 경우를 모두 고른 것은?

보기

㉠  $A = B$

㉡  $A = C$

㉢  $B = C$

㉣  $B \subset A$

㉤  $C \subset A$

㉥  $C \subset B$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉣

③ ㉢, ㉤

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉤, ㉥

해설

㉡  $A = C$  면  $A \subset C$ ,  $C \subset A$  이므로,  $A = B = C$ 의 관계가 성립한다.

㉤  $A \subset B$ 이고  $B \subset C$ 이므로,  $C \subset A$ 일 때  $A = B = C$ 의 관계가 성립한다.

23. 세 집합  $A = \{x \mid x\text{는 } 10\text{ 이하의 짝수}\}$ ,  $B = \{x \mid x\text{는 } 5\text{ 미만의 자연수}\}$ ,  $C = \{3, 4, 9, 10\}$ 에 대하여  $A \cap (B \cup C)$ 를 원소 나열법으로 옳게 나타낸 것은?

- ① {2, 4}
- ② {4, 10}
- ③ {2, 3, 4}
- ④ {2, 4, 10} 
- ⑤ {2, 4, 6, 10}

해설

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}, B = \{1, 2, 3, 4\}, C = \{3, 4, 9, 10\}$$

$$\begin{aligned} A \cap (B \cup C) &= \{2, 4, 6, 8, 10\} \cap \{1, 2, 3, 4, 9, 10\} \\ &= \{2, 4, 10\} \end{aligned}$$

24. 두 집합  $A$ ,  $B$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

①  $A \cup B = B \cup A$

②  $B \subset A$  이면  $A \cap B = B$

③  $A \cap A = \emptyset$

④  $B \cap \emptyset = \emptyset$

⑤  $A \subset (A \cup B)$

해설

③  $A \cap A = A$

## 25. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

①  $A \subset B$  이면  $A \cap B = A$  이다.

②  $A \subset B$  이면  $A^c \subset B^c$  이다.

③  $B - A = A^c \cap B$

④  $A \cap \emptyset^c = A$

⑤  $U - \emptyset = A \cap A^c$

해설

②  $A \subset B$  이면  $A^c \supset B^c$  이다.

④  $A \cap \emptyset^c = A \cap U = A$

⑤  $U - \emptyset = U = A \cup A^c$

26. 두 집합  $A = \{3, a+1, 9\}$ ,  $B = \{a-1, a, a+3\}$ 에 대하여  $A - B = \{5, 9\}$  일 때,  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$A - B = \{5, 9\}$ 이므로  $5 \in A$ 이다.

$$a + 1 = 5$$

$$\therefore a = 4$$

27. 전체집합  $U = \{x \mid x\text{는 } 15\text{ 이하의 홀수}\}$ 에 대하여  $A = \{1, 3, 7, 11\}$ ,  $B = \{7, 13\}$  일 때, 다음 보기에서 옳지 않은 것은?

보기

- Ⓐ  $A \cap B = \{7\}$
- Ⓑ  $A \cap B^c = \{1, 3, 7, 11\}$
- Ⓒ  $A^c \cap B = \{13\}$
- Ⓓ  $A^c \cup B^c = \{1, 3, 5, 9, 11, 13, 15\}$
- Ⓔ  $A^c \cap B^c = \{5, 9, 15\}$

▶ 답:

▷ 정답: Ⓑ

해설

$$U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\},$$

$$A = \{1, 3, 7, 11\}, B = \{7, 13\}$$

$$\text{㉠ } A \cap B^c = A - B = \{1, 3, 11\}$$

$$\text{㉡ } A^c \cap B = B - A = \{13\}$$

$$\text{㉢ } A^c \cup B^c = (A \cap B)^c = \{1, 3, 5, 9, 11, 13, 15\}$$

$$\text{㉣ } A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{5, 9, 15\}$$

28.  $f_1(x) = \frac{x}{x+1}$  에 대하여  $f_{n+1}(x) = f_1 \circ f_n(x)$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) 라 할 때  
 $f_{2008}(1)$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{2007}$     ②  $\frac{1}{2008}$     ③  $\frac{1}{2009}$     ④  $\frac{1}{4017}$     ⑤  $\frac{1}{4018}$

해설

$$f_1(x) = \frac{x}{x+1} \text{에서}$$

$$f_2(x) = (f_1 \circ f_1)(x) = f_1\left(\frac{x}{x+1}\right) = \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x}{x+1} + 1}$$

$$= \frac{x}{2x+1}$$

$$f_3(x) = (f_1 \cdot f_2)(x)$$

$$= f_1\left(\frac{x}{2x+1}\right) = \frac{\frac{x}{2x+1}}{\frac{x}{2x+1} + 1}$$

$$= \frac{x}{3x+1}$$

⋮

이상에서  $f_{2008}(x)$ 를 추정하면

$$f_{2008}(x) = \frac{x}{2008x+1}$$

$$\therefore f_{2008}(1) = \frac{1}{2008 \times 1 + 1} = \frac{1}{2009}$$

29. 양의 실수 전체의 집합  $X$ 에서  $X$ 로의 함수  $f(x) = x^2 + 2x, h(x) = \frac{3x+1}{f(x)}$ 에 대하여,  $(h \circ f^{-1})(3)$ 의 값은?

- ① 0      ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{2}{3}$       ④ 1      ⑤  $\frac{4}{3}$

해설

$$f^{-1}(3) = a \text{ 라 하면 } f(a) = 3$$

$$f(a) = a^2 + 2a = 3$$

$$a^2 + 2a - 3 = 0, (a+3)(a-1) = 0$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = 1$$

$$\therefore f^{-1}(3) = 1, f(1) = 3$$

$$\therefore (h \circ f^{-1})(3) = h(f^{-1}(3)) = h(1)$$

$$h(1) = \frac{3+1}{f(1)} = \frac{4}{3}$$

30.  $x = \sqrt{\sqrt{49} - \sqrt{48}}$  일 때,  $x^4 - 3x^3 - 3x^2 + x + 1$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{\sqrt{49} - \sqrt{48}} = \sqrt{7 - 2\sqrt{12}} \\&= \sqrt{(4+3) - 2\sqrt{4 \times 3}} \\&= \sqrt{4} - \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3}\end{aligned}$$

$$x = 2 - \sqrt{3} \text{ 에서 } (x-2)^2 = (-\sqrt{3})^2$$

$$x^2 - 4x + 4 = 3$$

$$\therefore x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$x^4 - 3x^3 - 3x^2 + x + 1$$

$$= x^2(x^2 - 4x + 1) + x^3 - 4x^2 + x + 1$$

$$= x^3 - 4x^2 + x + 1 = x(x^2 - 4x + 1) + 1 = 1$$