

1. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -27

해설

$y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면
 $y = -3(x + 2)^2 = -3x^2 - 12x - 12$
 $\therefore a = -3, b = -12, c = -12$
 $\therefore a + b + c = -27$

2. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 점 $(a, -2)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -3$

▷ 정답 : $a = -5$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 + 4x - 2 \\ &= 2(x+1)^2 - 4 \end{aligned}$$

이 그래프를 x 축 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$$y = 2(x+4)^2 - 4$$

점 $(a, -2)$ 를 지나므로

$$-2 = 2(a+4)^2 - 4$$

$$\therefore a = -3 \text{ 또는 } a = -5$$

3. y 는 x 의 제곱에 비례하고 $x = 4$ 일 때 $y = -8$ 이다. x 의 값이 -3 에서 -1 까지 2 만큼 증가할 때, y 의 값의 증가량을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = ax^2$, $f(4) = -8$ 이므로

$$-8 = a \times 4^2, \quad a = -\frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2$$

$$f(-3) = -\frac{1}{2} \times (-3)^2 = -\frac{9}{2}$$

$$f(-1) = -\frac{1}{2} \times (-1)^2 = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore -\frac{1}{2} - \left(-\frac{9}{2}\right) = 4$$

4. 이차함수 $y = 5x^2 + 2$ 의 그래프는 $y = 5x^2 - 2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = 5x^2 + 2$ 의 그래프는 $y = 5x^2 - 2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 $2 - (-2) = 4$ 만큼 평행이동한 것이다.

5. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면 점 $(2, a)$ 를 지난다고 할 때, a 의 값을 구하여라.

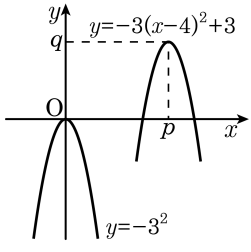
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동했으므로
 $y = 2(x - 3)^2$
점 $(2, a)$ 를 지나므로 $a = 2(2 - 3)^2$
 $\therefore a = 2$

6. $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 다음 그림과 같았다. 이 때, p , q 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = 4$

▷ 정답 : $q = 3$

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축으로 q 만큼, x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2 + q$ 인데 함수의 식이 $y = -3(x-4)^2 + 3$ 이므로 $p = 4$, $q = 3$ 이다.

7. $y = 2(x - 3)^2 + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동하면 점 $(5, 3)$ 을 지나는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = 2(x - 3)^2 + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동하면 $y = 2(x - 3 - p)^2 + 3$ 이 되고, 점 $(5, 3)$ 을 지나므로
 $3 = 2(5 - 3 - p)^2 + 3$
 $\therefore p = 2$

8. 이차함수 $y = ax^2 + 4x + q$ 를 $y = -\frac{1}{3}(x - p)^2 + 10$ 으로 나타낼 수 있고 꼭짓점이 $(p, 10)$ 이다. 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = -\frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) + 10$$

$$= -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2px}{3} - \frac{1}{3}p^2 + 10 \text{ 이므로}$$

$$a = -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$$

$$p = 4, p = 6 \text{ 이고}$$

$$q = -\frac{1}{3}p^2 + 10 = -\frac{1}{3}(36) + 10 = -2 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } apq = -\frac{1}{3} \times 6 \times (-2) = 4 \text{ 이다.}$$

9. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이 되도록 평행이동하면 점 $(k, 4)$ 를 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -5

해설

이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이 되도록 평행이동하면 $y = \frac{1}{4}(x+1)^2$ 이다. 점 $(k, 4)$ 를 지나므로 대입하면 $4 = \frac{1}{4}(k+1)^2, 16 = (k+1)^2, k+1 = \pm 4$ 따라서 $k = 3, -5$ 이다.

10. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + 8$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = 2x$ 의 위에 있을 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = (x - a)^2 - a^2 + 8$$

꼭짓점 $(a, -a^2 + 8)$ 이 직선 $y = 2x$ 의 위에 있으므로

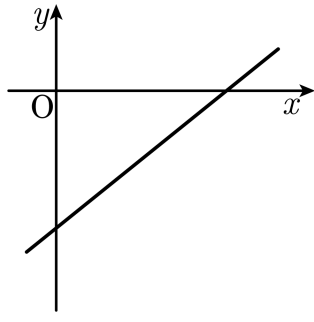
$$-a^2 + 8 = 2a$$

$$a^2 + 2a - 8 = 0$$

$$(a - 2)(a + 4) = 0$$

따라서 양수 $a = 2$ 이다.

11. 다음 그림은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 이 때, 이차함수 $y = -(x + a)^2 + b$ 의 꼭짓점이 위치하는 사분면을 구하여라.



▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 3사분면

해설

일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프는 기울기는 양수이고 y 절편은 음수이다.

따라서 $a > 0, b < 0$ 이다.

이차함수 $y = -(x + a)^2 + b$ 의 꼭짓점은 $(-a, b)$ 이다.

따라서 $-a < 0, b < 0$ 이므로 꼭짓점은 제3 사분면에 위치한다.

12. 이차함수 $y = -2x^2 - 12x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

평행이동한 그래프의 식을

$y = -2x^2 + bx + c$ 라고 하자.

$y = -2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지나므로

$$0 = -8 - 2b + c, \quad -16 = c$$

$$0 = -8 - 2b - 16 \quad \therefore b = -12$$

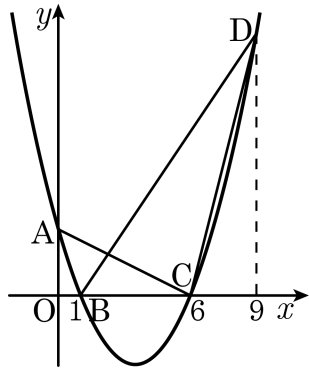
$$y = -2x^2 - 12x - 16 = -2(x + 3)^2 + 2$$

$$y = -2x^2 - 12x + 3 = -2(x + 3)^2 + 21$$

꼭짓점의 좌표가 $(-3, 21)$ 에서 $(-3, 2)$ 로 이동하였으므로 $p = 0$, $q = -19$ 이다.

$$\therefore p + q = 0 - 19 = -19$$

13. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC 의 넓이가 $\frac{15}{2}$ 일 때, 삼각형 BCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (6 - 1) \times c = \frac{15}{2} \text{ 이다.}$$

$$c = 3, \text{ 즉 } A(0, 3) \text{ 이다.}$$

$$y = ax^2 + bx + 3 = a(x - 1)(x - 6) = ax^2 - 7ax + 6a$$

$$6a = 3, a = \frac{1}{2}, b = -\frac{7}{2} \text{ 이다.}$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 3 \text{ 이므로 } D(9, 12) \text{ 이다.}$$

$$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times (6 - 1) \times 12 = 30$$

14. 두 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 5$, $y = -3x^2 + 12x - 4$ 의 그래프가 $y = p$ 와 만나는 두 점을 각각 A, B 와 C, D 라 하고 y 축과 만나는 점을 각각 E, F, 직선 $x = q$ 와 만나는 점을 각각 G, H 라 할 때, $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} + \frac{\overline{EF}}{\overline{GH}}$ 의 값을 구하여라. (단, $p < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

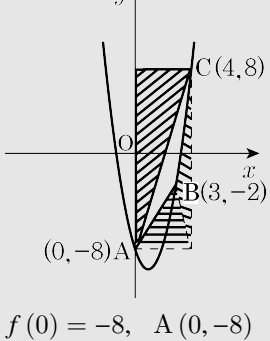
$y = -3x^2 + 6x + 5$ 는 $y = -3(x - 1)^2 + 8$
 $y = -3x^2 + 12x - 4$ 는 $y = -3(x - 2)^2 + 8$ 이므로
 $y = -3x^2 + 12x - 4$ 의 그래프는 $y = -3x^2 + 6x + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로 두 그래프의 폭이 같다.
 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{EF} = \overline{GH}$
 $\therefore \frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} + \frac{\overline{EF}}{\overline{GH}} = 2$

15. 이차함수 $y = 2x^2 - 12$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 포물선 위의 세 점 $A(0, a)$, $B(3, b)$, $C(4, 8)$ 을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$y = 2(x - 1)^2 - 12 + 2 = 2(x - 1)^2 - 10$$


$f(0) = -8$, $A(0, -8)$
 $f(3) = -2$, $B(3, -2)$
 $\triangle ABC$ 의 넓이는 사각형의 넓이에서 빗금친 부분의 넓이를 뺀 것과 같다.

$$4 \times 16 - \frac{1}{2}(4 \times 16 + 4 \times 6 + 1 \times 16)$$
$$= 64 - 52 = 12$$