1. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -27

해설

$y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면

$y = -3(x + 2)^2 = -3x^2 - 12x - 12$

$\therefore a = -3,\ b = -12,\ c = -12$

$\therefore a + b + c = -27$

2. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 점 $(a, -2)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -3$

▷ 정답 : $a = -5$

해설

$y = 2x^2 + 4x - 2$

$= 2(x+1)^2 - 4$

이 그래프를 x 축 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$y = 2(x+4)^2 - 4$

점 $(a, -2)$ 를 지나므로

$-2 = 2(a+4)^2 - 4$

$\therefore\ a = -3$ 또는 $a = -5$

3. y 는 x 의 제곱에 비례하고 $x = 4$ 일 때 $y = -8$ 이다. x 의 값이 -3 에서 -1 까지 2 만큼 증가할 때, y 의 값의 증가량을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = ax^2$, $f(4) = -8$ 이므로

$-8 = a \times 4^2$, $a = -\frac{1}{2}$

$y = -\frac{1}{2}x^2$

$f(-3) = -\frac{1}{2} \times (-3)^2 = -\frac{9}{2}$

$f(-1) = -\frac{1}{2} \times (-1)^2 = -\frac{1}{2}$

$\therefore -\frac{1}{2} - \left(-\frac{9}{2}\right) = 4$

4. 이차함수 $y = 5x^2 + 2$ 의 그래프는 $y = 5x^2 - 2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = 5x^2 + 2$ 의 그래프는 $y = 5x^2 - 2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 $2 - (-2) = 4$ 만큼 평행이동한 것이다.

5. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면 점 $(2,\ a)$ 를 지난다고 할 때, a 의 값을 구하여라.

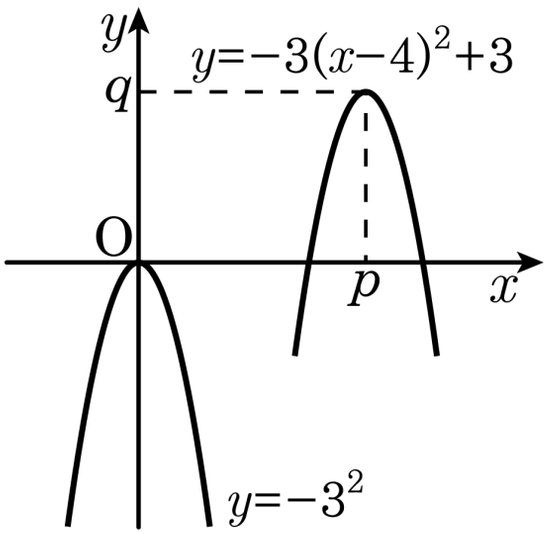
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동했으므로
$y = 2(x-3)^2$
점 $(2,\ a)$ 를 지나므로 $a = 2(2-3)^2$
$\therefore\ a = 2$

6. $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 다음 그림과 같았다. 이 때, p, q 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = 4$

▷ 정답 : $q = 3$

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축으로 q 만큼, x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2 + q$ 인데 함수의 식이 $y = -3(x-4)^2 + 3$ 이므로 $p = 4$, $q = 3$ 이다.

7. $y = 2(x-3)^2 + 3$의 그래프를 x축의 방향으로 얼마만큼 평행이동하면 점 $(5,\ 3)$을 지나는지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$y = 2(x-3)^2 + 3$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동하면 $y = 2(x-3-p)^2 + 3$이 되고, 점 $(5,\ 3)$을 지나므로

$3 = 2(5-3-p)^2 + 3$

$\therefore\ p = 2$

8. 이차함수 $y = ax^2 + 4x + q$ 를 $y = -\frac{1}{3}(x-p)^2 + 10$ 으로 나타낼 수 있고 꼭짓점이 $(p, 10)$ 이다. 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = -\frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) + 10$

$= -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2px}{3} - \frac{1}{3}p^2 + 10$ 이므로

$a = -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$

$p = 4, p = 6$ 이고

$q = -\frac{1}{3}p^2 + 10 = -\frac{1}{3}(36) + 10 = -2$ 이다.

따라서 $apq = -\frac{1}{3} \times 6 \times (-2) = 4$ 이다.

9. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 0)$ 이 되도록 평행이동하면 점 $(k,\ 4)$ 를 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: -5

해설

이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 0)$ 이 되도록 평행이동하면 $y = \frac{1}{4}(x+1)^2$ 이다. 점 $(k,\ 4)$ 를 지나므로 대입하면 $4 = \frac{1}{4}(k+1)^2$, $16 = (k+1)^2$, $k+1 = \pm 4$ 따라서 $k = 3,\ -5$ 이다.

10. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + 8$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = 2x$ 의 위에 있을 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

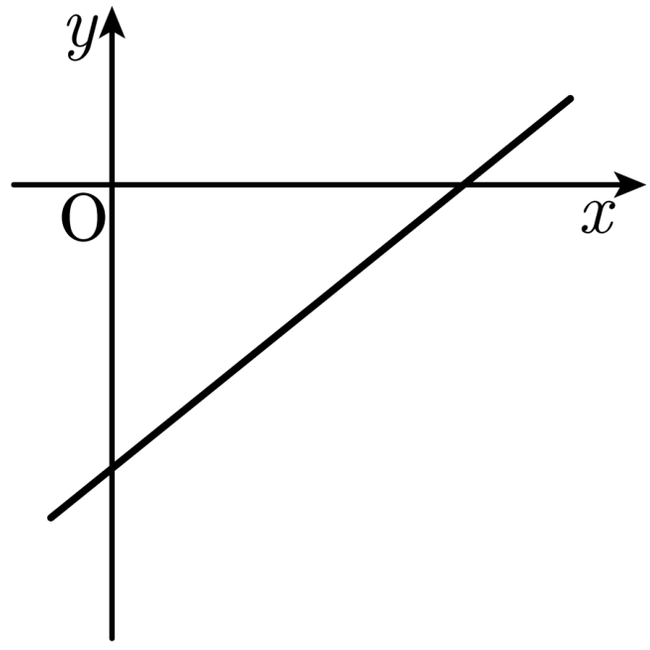
해설

$y = (x - a)^2 - a^2 + 8$
꼭짓점 $(a,\ -a^2 + 8)$ 이 직선 $y = 2x$ 의 위에 있으므로

$-a^2 + 8 = 2a$
$a^2 + 2a - 8 = 0$
$(a - 2)(a + 4) = 0$

따라서 양수 $a = 2$ 이다.

11. 다음 그림은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 이 때, 이차함수 $y = -(x + a)^2 + b$ 의 꼭짓점이 위치하는 사분면을 구하여라.



▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 3사분면

해설

일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프는 기울기는 양수이고 y 절편은 음수이다.
따라서 $a > 0, b < 0$ 이다.
이차함수 $y = -(x + a)^2 + b$ 의 꼭짓점은 $(-a, b)$ 이다.
따라서 $-a < 0, b < 0$ 이므로 꼭짓점은 제3 사분면에 위치한다.

12. 이차함수 $y = -2x^2 - 12x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(-2,\ 0)$, $(0,\ -16)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

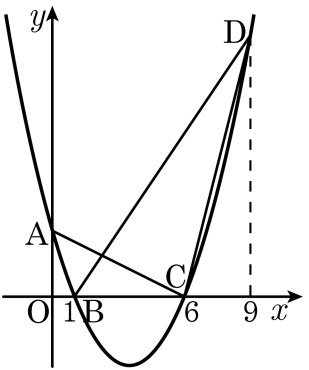
▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

평행이동한 그래프의 식을
$y = -2x^2 + bx + c$ 라고 하자.
$y = -2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 $(-2,\ 0)$, $(0,\ -16)$ 을 지나므로
$0 = -8 - 2b + c,\ -16 = c$
$0 = -8 - 2b - 16 \qquad \therefore\ b = -12$
$y = -2x^2 - 12x - 16 = -2(x+3)^2 + 2$
$y = -2x^2 - 12x + 3 = -2(x+3)^2 + 21$
꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 21)$ 에서 $(-3,\ 2)$ 로 이동하였으므로 $p = 0,\ q = -19$ 이다.
$\therefore\ p + q = 0 - 19 = -19$

13. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC 의 넓이가 $\frac{15}{2}$ 일 때, 삼각형 BCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (6-1) \times c = \frac{15}{2}$ 이다.

$c = 3$, 즉 A$(0, 3)$ 이다.

$y = ax^2 + bx + 3 = a(x-1)(x-6) = ax^2 - 7ax + 6a$

$6a = 3$, $a = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{7}{2}$ 이다.

$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 3$ 이므로 D$(9, 12)$ 이다.

$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times (6-1) \times 12 = 30$

14. 두 이차함수 $y=-3x^2+6x+5$, $y=-3x^2+12x-4$ 의 그래프가 $y=p$ 와 만나는 두 점을 각각 A, B 와 C, D 라 하고 y 축과 만나는 점을 각각 E, F, 직선 $x=q$ 와 만나는 점을 각각 G, H 라 할 때, $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}}+\frac{\overline{EF}}{\overline{GH}}$ 의 값을 구하여라. (단, $p<0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y=-3x^2+6x+5$ 는 $y=-3(x-1)^2+8$

$y=-3x^2+12x-4$ 는 $y=-3(x-2)^2+8$ 이므로

$y=-3x^2+12x-4$ 의 그래프는 $y=-3x^2+6x+5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로 두 그래프의 폭이 같다.

$\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{EF}=\overline{GH}$

$\therefore \frac{\overline{AB}}{\overline{CD}}+\frac{\overline{EF}}{\overline{GH}}=2$

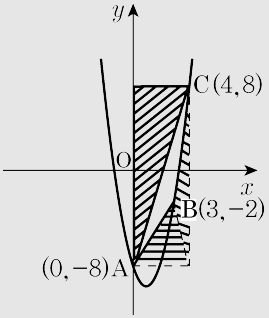
15. 이차함수 $y = 2x^2 - 12$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 포물선 위의 세 점 $\mathrm{A}(0, a)$, $\mathrm{B}(3, b)$, $\mathrm{C}(4, 8)$ 을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$y = 2(x-1)^2 - 12 + 2 = 2(x-1)^2 - 10$



$f(0) = -8$, $\mathrm{A}(0, -8)$

$f(3) = -2$, $\mathrm{B}(3, -2)$

$\triangle$ABC 의 넓이는 사각형의 넓이에서 빗금친 부분의 넓이를 뺀 것과 같다.

$4 \times 16 - \frac{1}{2}(4 \times 16 + 4 \times 6 + 1 \times 16)$

$= 64 - 52 = 12$