

1. 다음 중 집합인 것을 모두 골라 기호로 써라.

- ㉠ 우리 나라 지하철 노선의 모임
- ㉡ 우리 반에서 컴퓨터를 잘 하는 학생의 모임
- ㉢ 우리 학교에서 똥똥한 학생의 모임
- ㉣ 가장 큰 5의 배수의 모임
- ㉤ 10에 가장 가까운 홀수의 모임
- ㉥ 1보다 작은 자연수의 모임

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉥

해설

‘잘하는’, ‘똥똥한’, ‘가장 큰 배수’는 정확한 기준이 될 수 없다. 그러므로 집합이 될 수 없다.

2. 집합 $\{2, 4, 6, 8\}$ 을 조건제시법으로 바르게 나타낸 것을 모두 고르면?
(정답 2개)

① $\{x|x\text{는 짝수}\}$

② $\{x|x\text{는 }10\text{ 이하의 }2\text{의 배수}\}$

③ $\{x|x\text{는 }9\text{ 이하의 짝수}\}$

④ $\{x|x\text{는 }8\text{ 미만의 짝수}\}$

⑤ $\{x|x\text{는 }10\text{ 미만의 }2\text{의 배수}\}$

해설

① $\{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$

② $\{2, 4, 6, 8, 10\}$

③ $\{2, 4, 6, 8\}$

④ $\{2, 4, 6\}$

⑤ $\{2, 4, 6, 8\}$

3. $A = \{a, i, u, e, o\}$ 일 때, $B \subset A$ 이고, $A \neq B$ 인 집합 B 의 개수는?

① 3 개

② 7 개

③ 15 개

④ 31 개

⑤ 63 개

해설

$B \subset A$ 이고, $A \neq B$ 인 집합 B 는 집합 A 의 진부분집합이다.

따라서 집합 B 의 개수는 (집합 A 의 부분집합의 수) -1 (개)가 된다.

따라서 $2^5 - 1 = 32 - 1 = 31$ (개)이다.

5. 세 수 $A = 3\sqrt{3} - 1$, $B = \sqrt{3} + 2$, $C = 2\sqrt{3} + 1$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $C < B < A$

② $A < B < C$

③ $A < C < B$

④ $B < A < C$

⑤ $B < C < A$

해설

$$\begin{aligned} \text{i) } A - B &= (3\sqrt{3} - 1) - (\sqrt{3} + 2) \\ &= 2\sqrt{3} - 3 = \sqrt{12} - \sqrt{9} > 0 \\ \therefore A &> B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } B - C &= (\sqrt{3} + 2) - (2\sqrt{3} + 1) \\ &= 1 - \sqrt{3} < 0 \\ \therefore B &< C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii) } C - A &= (2\sqrt{3} + 1) - (3\sqrt{3} - 1) \\ &= 2 - \sqrt{3} = \sqrt{4} - \sqrt{3} > 0 \\ \therefore C &> A \end{aligned}$$

따라서 $B < A < C$

6. $A = \{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$, $B = \{2, 4, 7, 9, 10\}$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$A = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ 이므로 $n(A) = 5$

$\therefore n(A) + n(B) = 5 + 5 = 10$

7. 집합 $A = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ 에 대하여 $\{1, 2\} \subset X$ 이고 $X \subset A$ 를 만족하는 집합 X 가 될 수 없는 것은?

① $\{1, 2\}$

② $\{1, 2, 4\}$

③ $\{2, 4, 8\}$

④ $\{1, 2, 4, 8\}$

⑤ $\{1, 2, 4, 8, 16\}$

해설

$\{1, 2\} \subset X$ 이고 $X \subset A$ 이므로 A 의 부분집합 중 1, 2를 항상 포함하여야 한다.

그러므로 1을 포함하지 않은 $\{2, 4, 8\}$ 이 집합 X 가 될 수 없다.

8. 두 집합 $A = \{a - 3, 4, 6\}$, $B = \{5, b + 2, 8\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{5, 6\}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$A \cap B = \{5, 6\}$ 이므로

$5 \in A$ 이므로 $a - 3 = 5 \quad \therefore a = 8$

$6 \in B$ 이므로 $b + 2 = 6 \quad \therefore b = 4$

$\therefore a - b = 8 - 4 = 4$

9. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = B$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $B \subset A$

② $A \subset (A \cup B)$

③ $A \cup B = A$

④ $(A \cap B) \cup B = A$

⑤ $(A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

$A \cap B = B$ 이면 $B \subset A$ 이다.

④ $A \cap B = B$ 이면 $(A \cap B) \cup B = B \cup B = B$ 이므로 옳지 않다.

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중 $A - (A - B)$ 와 같은 집합은?

① A

② B

③ A^c

④ $A \cap B$

⑤ $A \cup B$

해설

$$\begin{aligned} A - (A - B) &= A \cap (A \cap B^c)^c \\ &= A \cap (A^c \cup B) \\ &= (A \cap A^c) \cup (A \cap B) \\ &= \emptyset \cup (A \cap B) = A \cap B \end{aligned}$$

11. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ 의 두 부분집합 A, B 를 $A = \{x \mid x$ 는 5의 배수}, $B = \{x \mid x$ 는 홀수}라고 할 때, $n(A \cup B)$ 의 값은?

① 30

② 40

③ 50

④ 60

⑤ 70

해설

$$U = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$$

$$A = \{5, 10, 15, 20, \dots, 100\}$$

$$B = \{1, 3, 5, 7, \dots, 99\} \text{ 이므로}$$

$$A \cap B = \{5, 15, 25, \dots, 95\}$$

따라서 $n(A) = 20$, $n(B) = 50$, $n(A \cap B) = 10$ 이므로

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 20 + 50 - 10 = 60$$

12. 1 부터 20 까지의 자연수 중 2 의 배수이지만 3 의 배수가 아닌 수의 개수는?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 10 개

해설

$n(A) = 10, n(B) = 6, n(A \cap B) = 3$ 이다.

따라서 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 10 - 3 = 7$

13. 집합 $A = \{2, 4, 8\}$ 에 대하여, 다음 중 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 를 만족하는 집합 B 는?

① $B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$

② $B = \{x \mid x = 2^n, n = 1, 2, 3\}$

③ $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 짝수}\}$

④ $B = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$

⑤ $B = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이상 } 8 \text{ 이하의 자연수}\}$

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.

따라서 보기 중 집합 A 와 집합 B 가 같은 것을 찾는다.

① $B = \{1, 2, 4, 8\}$

② $B = \{2, 4, 8\}$

③ $B = \{2, 4, 6, 8\}$

④ $B = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$

⑤ $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

14. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $A = \emptyset$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.

② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.

③ $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$ 이다.

④ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.

⑤ $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{2, 4, 6\}) = 1$ 이다.

해설

② 반례 : $A = \{1, 3\}$, $B = \{2, 4\}$

④ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 이면
 $n(A) = 5$ 이다.

⑤ $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{2, 4, 6\}) = 0$ 이다.

15. $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 $P = \{p \mid p = a + b, a \in A, b \in B\}$, $Q = \{q \mid q = ab, a \in A, b \in B\}$ 일 때, 집합 $P \cap Q$ 의 원소의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

집합 P 는 집합 A 의 원소와 집합 B 의 원소끼리 더한 것을 원소로 하고, 집합 Q 는 집합 A 의 원소와 집합 B 의 원소끼리 곱한 것을 원소로 한다. 두 집합의 원소를 구하면 $P = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ 이므로

$$P \cap Q = \{0, 1, 2, 3\}$$

따라서 집합 $P \cap Q$ 의 원소의 개수는 4개이다.

17. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 7 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x|x \text{는 } 7 \text{보다 작은 홀수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \cap B^c$ 은?

① {3}

② {5}

③ {1, 2}

④ {2, 3}

⑤ {3, 5}

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{1, 2, 4\}$ 이므로 $A \cap B^c = A - B = \{1, 3, 5\} - \{1, 2, 4\} = \{3, 5\}$ 이다.

18. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 두 부분집합 $A = \{a, b, e\}$, $B = \{b, c\}$ 에 대하여
 $(A \cup B)^c \subset X$, $(A - B)^c \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답: 4개

해설

$$(A \cup B)^c = \{d\}, (A - B)^c = \{b, c, d\}$$

$(A \cup B)^c \subset X \subset (A - B)^c$, 즉 $\{d\} \subset X \subset \{b, c, d\}$ 이다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

19. 다음 중 성립하지 않는 것은?

① $A \cap (A \cup B)^c = \emptyset$

② $(A - B) \cap (A - C) = A - (B \cup C)$

③ $(A - B)^c - B = (A \cup B)^c$

④ $(A - B) - C = A - (B \cap C)$

⑤ $A \cap (A^c \cup B) = A \cap B$

해설

$$\begin{aligned} \text{④ } (A - B) - C &= (A \cap B^c) \cap C^c = A \cap (B^c \cap C^c) \\ &= A - (B \cup C) \end{aligned}$$

20. p_n 이 다음과 같을 때, $f(p_n) = 1$ (p_n 이 명제이면) $f(p_n) = -1$ (p_n 이 명제가 아니면) 로 정의한다. 이 때, $f(p_1) + f(p_2) + f(p_3)$ 의 값을 구하면? (단, $n = 1, 2, 3$)

$$p_1 : x^2 - x - 2 = 0$$

$p_2 : 16$ 의 양의 약수는 모두 짝수이다.

$p_3 : \sqrt{3}$ 은 유리수이다.

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$f(p_n) = \begin{cases} 1 & (p_n \text{이 명제이다.}) \\ -1 & (p_n \text{이 명제가 아니다.}) \end{cases}$$

$p_1 : x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow$ 명제가 아니다. ($\because x$ 값에 따라 참 일수도 거짓일수도 있다.)

$p_2 :$ 거짓, $p_3 :$ 거짓 \rightarrow 모두 거짓인 명제이다.

$$\therefore f(p_1) + f(p_2) + f(p_3) = (-1) + 1 + 1 = 1$$

21. 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하자. $p \rightarrow q$ 가 참일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $P \cap Q = P$

② $P \cup Q = Q$

③ $P - Q = \emptyset$

④ $P \subset Q$

⑤ $Q - P = Q$

해설

$p \rightarrow q$ 가 참이면 $P \subset Q$ 이므로 $P \cap Q = P, P \cup Q = Q, P - Q = \emptyset$ 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

22. 다음 보기의 안에 알맞은 것을 차례로 적으면?

보기

㉠ 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A \cup C = B \cup C$ 인 것은 $A = B$ 이기 위한 조건이다.

㉡ $x^2 - 2xy + y^2 = 0$ 은 $x = y = 0$ 이기 위한 조건이다.

① 충분, 필요

② 필요, 충분

③ 필요, 필요

④ 필요충분, 필요

⑤ 필요충분, 필요충분

해설

㉠ $A \cup C = B \cup C$ $A = B$ <반례> $A = \{1\}, B = \{2\}, C = \{1, 2\}$

\therefore 필요조건

㉡ $x^2 - 2xy + y^2 = 0, (x - y)^2 = 0$ 이므로 $x = y$
 $x = y = 0$

\therefore 필요조건 [반례] $x = 1, y = 1$

23. $x \geq a$ 가 $-2 \leq x-1 \leq 2$ 이기 위한 필요조건일 때, 상수 a 의 최댓값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$-1 \leq x \leq 3$ 이므로 $a \leq -1$ 이어야 한다.

24. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 P, Q 가 조건 p, q 를 만족하는 집합이라고 하자. 조건 p 가 'x는 소수' 이고 p 가 q 이기 위한 필요조건일 때, 집합 Q 의 원소가 될 수 없는 것은?

① 2

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$U = \{1, 2, 3, \dots, 9, 10\}$, $P \subset U$, $Q \subset U$ 이고 조건 p 가 'x는 소수' 이므로 $P = \{2, 3, 5, 7\}$

p 가 q 이기 위한 필요조건이므로 $Q \subset P$

따라서, 집합 P 의 원소가 아닌 것은 집합 Q 의 원소가 될 수 없다.

25. 양의 실수 a, b 에 대하여, $(a+b) + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ 의 최솟값을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$(a+b) + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = \left(a + \frac{1}{a}\right) + \left(b + \frac{1}{b}\right) \text{ 이고,}$$

a, b 가 양의 실수이므로 산술평균과 기하평균의 관계를 적용하면

$$\left(a + \frac{1}{a}\right) + \left(b + \frac{1}{b}\right) \geq 2\sqrt{a \times \frac{1}{a}} + 2\sqrt{b \times \frac{1}{b}} = 4$$

따라서 $(a+b) + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ 의 최솟값은 4이다.(단, 등호는 $a = b = 1$ 일 때 성립)