

1. 다음 중 소인수분해를 바르게 한 것은?

① $30 = 2^2 \times 3 \times 5$

② $140 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $80 = 2^8 \times 10$

④ $60 = 2^2 \times 3 \times 5$

⑤ $200 = 2 \times 10^2$

해설

① $30 = 2 \times 3 \times 5$

② $140 = 2^2 \times 5 \times 7$

③ $80 = 2^4 \times 5$

⑤ $200 = 2^3 \times 5^2$

2. $3^2 \times 5 \times 7$ 에 자연수 a 를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다. a 의 최솟값은?

① 5 ② 7 ③ 15 ④ 21 ⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면 $3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 a 의 최솟값은 $5 \times 7 = 35$ 이다.

3. 두 수 30, 75의 공약수가 x 의 약수라 할 때, x 의 값을 구하면?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

구하고자 하는 x 는 30과 75의 최대공약수와 같다.

$30 = 2 \times 3 \times 5$, $75 = 3 \times 5^2$ 이므로

30과 75의 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$ 이다.

$\therefore x = 15$

4. 다음 중 옳은 것은?

① $2^3 = 6$

② $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 12$

③ $2 \times 2 \times 7 \times 7 = 2^2 \times 7^2 = 4 \times 49 = 196$

④ $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$

⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{60}$

해설

① $2^3 = 8$

② $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$

④ $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$

⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{900}$

5. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ㉠ 83은 소수이다.
- ㉡ 모든 합성수는 약수가 2개이다.
- ㉢ 1은 소수이다.
- ㉣ 15 이하의 소수의 개수는 6개이다.
- ㉤ 소수가 아닌 자연수는 모두 합성수이다.

해설

- ㉡ 모든 합성수는 약수가 3개 이상이다.
- ㉢ 1은 소수도 합성수도 아니다.
- ㉤ 소수가 아닌 자연수는 1, 합성수이다.

6. x 는 108의 소인수이고, y 는 147의 소인수일 때, x, y 의 값을 모두 구하면?

① $x = 2, y = 3$

② $x = 2, 3, y = 3$

③ $x = 2, 3, y = 3, 5$

④ $x = 2, 3, y = 3, 7$

⑤ $x = 3, 4, y = 3, 8$

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$, $147 = 3 \times 7^2$ 이므로
 $x = 2, 3$, $y = 3, 7$ 이다.

7. 315 에 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되도록 하려고 한다. 제곱이 되도록 하기 위해서 곱하는 수 중 첫 번째로 작은 수와 세 번째로 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 35

▷ 정답 : 315

해설

$315 = 3^2 \times 5 \times 7$
 $315 \times n = 3^2 \times 5 \times 7 \times n = x^2$ 에서
 $n = 5 \times 7 \times k^2$ 꼴이므로
 n 을 작은 순으로 3 개 써 보면
 $n = 5 \times 7 \times 1^2 = 35$
 $n = 5 \times 7 \times 2^2 = 140$
 $n = 5 \times 7 \times 3^2 = 315$
 $\therefore 35, 315$

8. 24에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 6

③ 9

④ 12

⑤ 18

해설

$$24 \times a = b^2$$

$$2^3 \times 3 \times a = b^2$$

$$a = 2 \times 3 = 6$$

$$2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = b^2$$

$$b = 2^2 \times 3 = 12$$

$$\therefore a + b = 18$$

9. $3^a \times 5^b$ 이 45 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $45 = 3^2 \times 5$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 2, b = 1$ 일 때이므로 $a + b = 3$ 이다.

10. 다음 수를 약수의 개수가 적은 것부터 차례대로 기호를 써라.

㉠ 360	㉡ 1125
㉢ 384	㉣ 244

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ 24 개
㉡ 12 개
㉢ 16 개
㉣ 6 개

11. 자연수 288 의 약수의 개수와 자연수 $4 \times 3 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$288 = 2^5 \times 3^2$ 이므로

약수의 개수는 $(5+1) \times (2+1) = 18$ (개)

$4 \times 3 \times 7^a = 2^2 \times 3 \times 7^a$ 이므로

약수의 개수는

$(2+1) \times (1+1) \times (a+1) = 6 \times (a+1)$ (개)

$6 \times (a+1) = 18$ 이므로

$a+1 = 3$

$\therefore a = 2$

12. $3^3 \times a$ 는 약수의 개수가 12 인 수 중 가장 작은 홀수라고 할 때, a 에 맞는 수를 구하면?

① 1 ② 4 ③ 9 ④ 25 ⑤ 36

해설

$$12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$$

$3^3 \times a$ 가 홀수이므로

a 는 3 보다 큰 소수의 제곱수이므로 $5^2 = 25$

13. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면
 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로
200 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.

14. 15 이하의 자연수 중에서 6 과 서로소인 자연수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

15 이하의 자연수 중에서 6 과 서로소인 자연수는
1, 5, 7, 11, 13
따라서 서로소인 자연수들의 합은 37

15. 두 수 $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수를 구하면?

- ① $2^2 \times 3^2$ ② $2^2 \times 3^3$ ③ $2^3 \times 3^3 \times 5$
④ $2^3 \times 3^3 \times 5$ ⑤ $2^5 \times 3^5 \times 7$

해설

공통인 소인수 중 지수가 낮은 쪽을 택하여 곱하면 최대공약수이다.

$2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수 : $2^2 \times 3^2$

16. 두 수 $3^x \times 7^5 \times 11^7$, $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 의 최대공약수가 $3^2 \times 7^3 \times 11^5$ 일 때, $x+y+z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

최대공약수가 $3^2 \times 7^3 \times 11^5$ 이고
 $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 3 의 지수가 3 이므로
 $3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.
같은 방식으로
 $3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 7 의 지수가 5 이므로
 $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 7 의 지수가 3 이어야 한다.
또한,
 $3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 11 의 지수가 7 이므로
 $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 11 의 지수가 5 이어야 한다.
따라서 $x = 2$, $y = 3$, $z = 5$ 이다.

17. 54와 72의 공약수 중에서 3의 배수인 약수를 a 개라 할 때 a 의 약수의 개수는?

① 2 ② 3 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

최대공약수 : 18

18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 이므로 3의 배수인 약수는 4개이다.

4를 a 라 할 때 a 의 약수의 개수는 $2^2 = (2 + 1) = 3$

18. $3 \times \square$, $7 \times \square$, $4 \times \square$ 의 세 자연수의 최소공배수가 1092 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수는?

- ① 2 ② 5 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$\square) \begin{array}{ccc} 3 \times \square & 7 \times \square & 4 \times \square \\ \underline{\quad\quad\quad} & \underline{\quad\quad\quad} & \underline{\quad\quad\quad} \\ 3 & 7 & 4 \end{array}$

3

7

4

$$\boxed{} \times 3 \times 7 \times 4 = 1092$$

$$\square = 13$$

19. 세 자연수 16, 24, 48 의 공배수 중 세 자리 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 18 개

해설

16, 24, 48 의 공배수는 48 의 배수이다.
999 까지의 48 의 배수는 $999 \div 48 = 20 \cdots 39$ 이므로 20 개 있고,
99 까지의 48 의 배수는 $99 \div 48 = 2 \cdots 3$ 이므로 2 개 있다.
따라서 48 의 배수 중 세 자리 자연수는 $20 - 2 = 18$ (개) 있다.

20. 세 자연수의 비가 $3 : 4 : 6$ 이고 최소공배수가 96 일 때, 세 자연수 중 가장 큰 수는?

① 28

② 48

③ 56

④ 70

⑤ 84

해설

세 자연수의 비가 $3 : 4 : 6$ 이므로 세 자연수는 각각 $3 \times a$, $4 \times a$, $6 \times a$ 로 나타낼 수 있다.

또한 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times a = 96 = 2^5 \times 3$ 으로 나타낼 수 있으므로 $a = 8$ 이다.

따라서 세 자연수는 각각 $24 = 3 \times 8$, $32 = 4 \times 8$, $48 = 6 \times 8$ 이다.

21. 어느 학원에서 수강생들에게 쿠키 108 개, 빵 72 개, 우유 36 개를 똑같이 나누어 주었다.
수강생이 15 명 이상 25 명 이하일 때, 이 학원의 수강생은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 18명

해설

똑같이 나누어 받을 수 있는 수강생 수는 108 과 72 와 36 의 공약수이다. 그런데 공약수는 최대공약수의 약수이다.

9)108 72 36

4) 12 8 4

3 2 1

최대공약수 : $9 \times 4 = 36$ (명)
공약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 (명)
공약수 중에서 15 명 이상 25 명 이하인 것은 18 명이다.

22. 가로와 길이가 15, 세로와 길이가 21, 높이가 6인 상자를 $x\text{cm}$ 인 정육면체로 채우려고 한다. 이 때, 가장 큰 정육면체로 상자를 채우려면 몇 개의 정육면체가 필요한가?

① 40개 ② 50개 ③ 60개 ④ 70개 ⑤ 80개

해설

15, 21, 6의 최대공약수를 구하면 3이다.
따라서 필요한 벽돌의 개수는
 $(15 \div 3) \times (21 \div 3) \times (6 \div 3) = 70(\text{개})$ 이다.

23. 서로 맞물려 돌아가는 두 톱니바퀴 A, B의 톱니의 수는 각각 36개, 60개이다. 톱니바퀴 A가 한 번 회전하는데 7분이 걸린다고 할 때, 두 톱니가 같은 이에서 처음으로 맞물리는 때는 회전을 시작하고 몇 분 후인지 구하여라.

▶ 답: 분 후

▶ 정답 : 35분 후

해설

다시 맞물릴 때까지 돌아간 톱니의 개수는 36, 60의 최소공배수인 180개이므로, 톱니바퀴 A는 $180 \div 36 = 5$ (번) 회전해야 한다. 따라서 두 톱니바퀴가 다시 맞물리는 때는 $5 \times 7 = 35$ (분) 후이다.

24. 가로가 15cm , 세로가 18cm 인 타일이 여러 장 있다. 이 타일들을 이어 붙여서 가장 작은 정사각형 모양을 만들려고 한다. 타일은 모두 몇 장 필요한가?

- ① 15장 ② 20장 ③ 25장 ④ 30장 ⑤ 35장

해설

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 15 \ 18} \\ \underline{5 \quad 6} \end{array}$$

가장 작은 정사각형의 한 변의 길이는 90cm 이고, $5 \times 6 = 30(\text{장})$ 의 타일이 필요하다.

25. 두 자연수 A, B 의 최대공약수는 9, 최소공배수는 360 이고, $A+B = 117$ 일 때, $A-B$ 를 구하여라. (단, $A > B$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$A = 9a, B = 9b$ 라고 하면
(단, a, b 는 서로소, $a > b$)
최소공배수 $360 = 9 \times 40 = 9 \times a \times b$ 이다.
 $a \times b = 40$ 이고 $A > B$ 이므로
 $a = 40, b = 1$ 일 때 $A = 360, B = 9$,
 $a = 20, b = 2$ 일 때 $A = 180, B = 18$,
 $a = 10, b = 4$ 일 때 $A = 90, B = 36$,
 $a = 8, b = 5$ 일 때 $A = 72, B = 45$,
 $A + B = 117$ 이므로 $A = 72, B = 45$ 이다.
 $\therefore A - B = 27$

26. 어떤 수와 32의 최대공약수는 8이고, 최소공배수는 96이다. 어떤 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$(\text{어떤 수}) \times 32 = 8 \times 96$$

$$(\text{어떤 수}) = 24$$

27. 두 분수 $\frac{7}{26}$, $1\frac{17}{39}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 될 때,
곱하는 분수 중 가장 작은 분수를 $\frac{a}{b}$ 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

- ① 33 ② 40 ③ 51 ④ 65 ⑤ 71

해설

$$\begin{aligned} \frac{7}{26}, 1\frac{17}{39} &= \frac{56}{39} \text{ 이므로} \\ \frac{a}{b} &= \frac{(26 \text{과 } 39 \text{의 최소공배수})}{(7 \text{과 } 56 \text{의 최대공약수})} = \frac{78}{7} \\ \therefore a - b &= 78 - 7 = 71 \end{aligned}$$