

1. 세 점 A(0, 0), B(1, 0), C(1, 2)에 대하여 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 이 최소가 되도록 점 P의 좌표를 정하면?

- ① $P\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$ ② $P\left(\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}\right)$ ③ $P\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$
④ $P\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$ ⑤ $P\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$

해설

$$\begin{aligned} &P(x, y) \text{라 두면} \\ &\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2 \\ &= x^2 + y^2 + (x-1)^2 + y^2 + (x-1)^2 + (y-2)^2 \\ &= 3x^2 - 4x + 3y^2 - 4y + 6 \\ &= 3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + 3\left(y - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{10}{3} \end{aligned}$$

∴ $P\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$ 일 때 최소

※ 점 P는 △ABC의 무게중심이 된다.

$$\left(\frac{0+1+1}{3}, \frac{0+0+2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

2. 두 점 $A(-2, -1)$, $B(4, 3)$ 에 대하여 선분 AB 의 수직이등분선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

선분 AB의 중점의 좌표는 $(1, 1)$

선분 AB의 기울기는 $\frac{3 - (-1)}{4 - (-2)} = \frac{2}{3}$

따라서, 선분 AB의 수직이등분선은 점 $(1, 1)$ 을 지나고, 기울기가 $-\frac{3}{2}$ 인 직선이므로

구하는 직선의 방정식은 $y - 1 = -\frac{3}{2}(x - 1)$

즉, $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$

따라서, $a + b = -\frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 1$

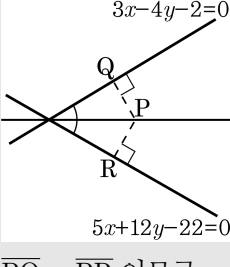
3. 두 직선 $3x-4y-2=0$, $5x+12y-22=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이 $ax+by+c=0$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의 점 $P(X, Y)$ 에 대하여 P에서 두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q,R이라 하면



$\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로

$$\frac{|3X-4Y-2|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|5X+12Y-22|}{\sqrt{25+144}}$$

$$13(3X-4Y-2) = \pm 5(5X+12Y-22)$$

$$\text{즉, } 13(3X-4Y-2) = 5(5X+12Y-22) \text{ 또는}$$

$$13(3X-4Y-2) = -5(5X+12Y-22) \text{ 정리하면}$$

$$x-8y+6=0 \text{ 또는 } 8x+y-17=0 \text{ 에서}$$

기울기가 양이므로

$$\therefore x-8y+6=0$$

$$\therefore a+b+c=-1$$

4. 점 A(6, 2)와 직선 $x + 2y - 2 = 0$ 위를 움직이는 점 P가 있다. $\overline{AP}$ 를 1 : 3으로 내분하는 점의 자취는?

① $x - 2y - 8 = 0$ ② $x + 2y - 8 = 0$ ③ $x - 2y + 8 = 0$

④ $x + 2y + 8 = 0$ ⑤ $x - 2y = 0$

해설

P (a , b)라 하면 $a + 2b - 2 = 0 \cdots \textcircled{1}$

$\overline{AP}$ 의 1 : 3 내분점을 Q (x , y)라 하면

$$Q(x, y) = \left(\frac{a+18}{1+3}, \frac{b+6}{1+3} \right)$$

$$x = \frac{a+18}{1+3}, y = \frac{b+6}{1+3}$$

$$a = 4x - 18, b = 4y - 6$$

$\textcircled{1}$ 에 대입하면,

$$4x - 18 + 2(4y - 6) - 2 = 0 \Rightarrow x + 2y - 8 = 0$$

5. 이차함수 $y = kx^2 + k(k+1)x + 2k^2 - 2k + 1$ 은 k 의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다. 이 점의 좌표를 $P(a, b)$ 라 할 때 $a + b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

k 에 관하여 정리하면

$$(x+2)k^2 + (x^2+x-2)k + (1-y) = 0$$

k 에 관한 항등식이므로

$$x+2=0, x^2+x-2=0, 1-y=0$$

$$\therefore x=-2, y=1$$

$$\therefore \text{구하는 점의 좌표는 } (-2, 1)$$

$$\therefore a=-2, b=+1$$

$$\therefore a+b=-1$$

6. 두 직선 $2x + 3y + 1 = 0$, $x - 2y + 5 = 0$ 의 교점을 지나고 직선 $x + 4y - 4 = 0$ 에 수직인 직선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① -106 ② -105 ③ -104 ④ -103 ⑤ -102

해설

구하는 직선은 $(2x + 3y + 1) + k(x - 2y + 5) = 0$

$\therefore (2 + k)x + (3 - 2k)y + 5k + 1 = 0 \cdots \textcircled{1}$

$\textcircled{1}$ 과 직선 $x + 4y - 4 = 0$ 이 수직이므로

$$(2 + k) \cdot 1 + (3 - 2k) \cdot 4 = 0$$

$$14 - 7k = 0$$

$$\therefore k = 2$$

이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $4x - y + 11 = 0$

$$\therefore y = 4x + 11$$

$$\therefore a^2 - b^2 = 4^2 - 11^2 = 16 - 121 = -105$$

7. 세 점 A(2,1), B(1,3), C(2,0)에 대하여 $2\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = 3\overline{CP}^2$ 을 만족하는 점 P가 나타내는 도형의 방정식을 구하면?

- ① $x - y + 1 = 0$ ② $x + 2y + 3 = 0$ ③ $x - 3y - 2 = 0$
 ④ $x - 4y + 5 = 0$ ⑤ $x - 5y + 4 = 0$

해설

점 P의 좌표를 (x,y)라 하면

$$\begin{aligned}\overline{AP}^2 &= (x-2)^2 + (y-1)^2 \\ &= x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 \\ &= x^2 - 4x + y^2 - 2y + 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{BP}^2 &= (x-1)^2 + (y-3)^2 \\ &= x^2 - 2x + 1 + y^2 - 6y + 9 \\ &= x^2 - 2x + y^2 - 6y + 10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{CP}^2 &= (x-2)^2 + y^2 \\ &= x^2 - 4x + 4 + y^2 \\ &= x^2 - 4x + y^2 + 4\end{aligned}$$

$2\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = 3\overline{CP}^2$ 에서

$$2(x^2 - 4x + y^2 - 2y + 5) + x^2 - 2x + y^2 - 6y + 10 =$$

$$3(x^2 - 4x + y^2 + 4)$$

$$3x^2 - 10x + 3y^2 - 10y + 20 = 3x^2 - 12x + 3y^2 + 12$$

$$2x - 10y + 8 = 0$$

$$\therefore x - 5y + 4 = 0$$

8. 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 $G(2, -1)$ 이고 세 변 AB, BC, CA를 2 : 1로 내분하는 점이 각각 $P(a, 3)$, $Q(-2, -2)$, $R(5, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

삼각형 ABC의 무게중심과 삼각형 PQR의 무게중심은 일치한다.

삼각형 PQR의 무게중심의 좌표는

$\left(\frac{a-2+5}{3}, \frac{3-2+b}{3}\right)$ 이므로

$\frac{a+3}{3} = 2$ 에서 $a = 3$

또 $\frac{1+b}{3} = -1$ 에서 $b = -4$

$\therefore a + b = -1$

9. 지수는 이번 기말고사에 국어, 영어, 과학, 수학 4 과목을 시험을 치루었다. 지금까지의 국어, 영어, 과학 성적이 각각 88 점, 79 점, 97 점 일 때, 수학성적까지의 평균이 88 점 이상 91 점 이하가 되게 하려면 수학시험에서 몇 점 이상을 받아야 하는가? (단, 수학시험은 100 점 만점이다.)

▶ 답: 점

▶ 정답 : 88점

해설

$$\begin{aligned} 88 &\leq \frac{88 + 79 + 97 + x}{4} \leq 91 \\ 88 \times 4 &\leq 88 + 79 + 97 + x \leq 91 \times 4 \\ \Rightarrow \begin{cases} 352 \leq 264 + x \\ 264 + x \leq 364 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} -x \leq 264 - 352 \\ 264 + x \leq 364 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} x \geq 88 \\ x \leq 100 \end{cases} \\ \therefore 88 \leq x \leq 100 \end{aligned}$$

10. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠

$a > b, b > c, c > d$ 이면 $a > d$
- ㉡

$a > b > 0$ 이면 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
- ㉢

$a > b > 0, c > d > 0$ 이면 $ac > bd$
- ㉣

$ac > bc$ 이면 $a > b$

- ① 0개
- ② 1개
- ③ 2개
- ④ 3개
- ⑤ 4개

해설

- ㉠

$a > b, b > c$ 이면 $a > c$
 $a > c, c > d$ 이면 $a > d$ (참)
- ㉡

$a > b > 0$ 이므로 $a - b > 0, ab > 0$ 이다.
 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{a - b}{ab} > 0 \therefore \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ (참)
- ㉢

$c > d$ 이고 $a > 0$ 이므로 $ac > ad$
 $a > b$ 이고 $d > 0$ 이므로 $ad > bd$
따라서 $ac > bd$ (참)
- ㉣

$c < 0$ 일 때 $ac > bc$ 이면 $a < b$ 이다. (거짓)

11. 다음은 연립부등식 $-6 \leq 3x - 4 < 9$ 를 세 친구가 각각 풀이한 것이다.

다음 중 풀이 과정이 틀린 친구는 누구인지 찾아라.

<우주>
 $-6 \leq 3x - 4 < 9$ 를 나누어 풀면
(i) $-6 \leq 3x - 4$
 $-3x \leq -4 + 6$
 $-3x \leq 2$
 $x \geq -\frac{2}{3}$
(ii) $3x - 4 < 9$
 $3x < 9 + 4$
 $3x < 13$
 $x < \frac{13}{3}$
...

<명수>
 $-6 \leq 3x - 4 < 9$ 를 각 변에 4 를 더하면 $-2 \leq 3x < 13$ 이다.
그리고 각 변에 3 을 나누면 $-\frac{2}{3} \leq x < \frac{13}{3}$ 이다. ...

<유나>
 $-6 \leq 3x - 4 < 9$ 를 각 변에 3 을 나누면 $-2 \leq x - 4 < 3$ 이다.
그리고 각 변에 4을 더하면 $2 \leq x < 7$ 이다. ...

▶ 답 :

▷ 정답 : 유나

해설

<우주>와 <명수>의 풀이방법은 옳다.
<유나>의 풀이방법 중
 $-6 \leq 3x - 4 < 9$ 를
각 변에서 3을 나누면 ($\Rightarrow$ 각 변에 4를 더한 후 3으로 나누어주어야 한다.)
 $-2 \leq x - 4 < 3$ 이다.
그리고 각 변에 4을 더하면 $2 \leq x < 7$ 이다.
이 부등식의 해를 구해보면
 $-6 \leq 3x - 4 < 9$
 $-6 + 4 \leq 3x < 9 + 4$
 $-2 \leq 3x < 13$
 $-\frac{2}{3} \leq x < \frac{13}{3}$
이 된다.

12. x 가 1, 3, 5, 7, 9이고, 세 부등식 A 가 $x > 2$, B 가 $x - 5 < 3$, C 가 $-x + 1 \geq -2$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 부등식 B 와 C 의 공통해는 부등식 A 의 해이다.
② 부등식 C 의 해는 부등식 A 의 해와 부등식 B 의 해이다.
③ 부등식 B 에서 C 를 제외한 수는 부등식 A 의 해이다.
④ A, B, C 의 공통해는 존재한다.
⑤ B 와 C 의 공통해는 A 의 해와 같다.

해설

A 는 3, 5, 7, 9 B 는 $x - 5 < 3$, $x < 8$ 이므로 1, 3, 5, 7 C 는 $-x + 1 \geq -2$, $x \leq 3$ 이므로 1, 3

① B 와 C 의 공통해는 1, 3이므로 B 와 C 의 공통해는 A 의 해가 아니다.

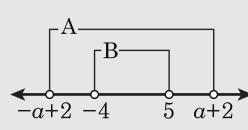
⑤ B 와 C 의 공통해는 C 의 해이다.

13. 양의 실수 a 에 대하여 부등식 $-3 < x+1 < 6$ 의 모든 해가 부등식 $|x-2| < a$ 를 만족할 때, a 값의 범위는?

- ① $0 < a \leq 3$ ② $0 < a < 3$ ③ $0 \leq a \leq 3$
④ $a \geq 3$ ⑤ $a \geq 6$

해설

$\therefore a \geq 6$



14. 임의의 실수 x 에 대하여 이차함수 $y = x^2 + 2x + 3$ 의 그래프가 항상 직선 $y = kx + 2$ 의 위쪽에 있을 때, 정수 k 의 개수를 구하면?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

이차함수의 그래프가 항상

직선의 위쪽에 있으므로

$$x^2 + 2x + 3 > kx + 2, \quad x^2 + (2 - k)x + 1 > 0$$

모든 실수 x 에 대하여 성립해야 하므로

$$D = (2 - k)^2 - 4 < 0, \quad k(k - 4) < 0$$

$$\therefore 0 < k < 4$$

따라서 정수 k 는 1, 2, 3의 3개이다.

15. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 5x - 6 \leq 0 \\ (x+k)(x-1) > 0 \end{cases}$ 의 해가 $1 < x \leq 6$ 이 되도록 실수 k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $k > 1$ ② $k \geq 1$ ③ $k < -1$
 ④ $k > -1$ ⑤ $k \geq -1$

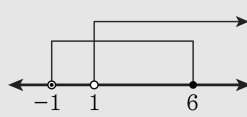
해설

$$\begin{aligned} x^2 - 5x - 6 &\leq 0, \\ (x-6)(x+1) &\leq 0, \\ -1 &\leq x \leq 6 \end{aligned}$$

연립방정식의 해가 $1 < x \leq 6$ 이 되려면

$(x+k)(x-1) > 0$ 의 해는 $x > 1$, $x < -k$ 이어야 하고

다음 그림에서 k 의 범위는 $-k \leq -1$, $k \geq 1$



16. $-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $x^2 + 2(k-1)x + 3k < 0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 최댓값을 구하여라.

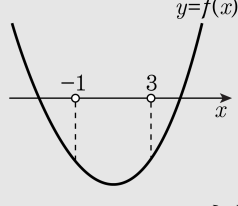
▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$f(x) = x^2 + 2(k-1)x + 3k$ 라 하자.

$-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) < 0$ 이 항상 성립하려면 다음 그림과 같이 $f(-1) \leq 0$, $f(3) \leq 0$ 이어야 한다.



(i) $f(-1) \leq 0$ 에서 $(-1)^2 + 2(k-1) \cdot (-1) + 3k \leq 0$, $k+3 \leq 0$
 $\therefore k \leq -3$

(ii) $f(3) \leq 0$ 에서 $3^2 + 2(k-1) \cdot 3 + 3k \leq 0$, $9k+3 \leq 0$

$\therefore k \leq -\frac{1}{3}$

(i), (ii)에서 $k \leq -3$

따라서, 실수 k 의 최댓값은 -3 이다.

17. 이차방정식 $x^2 + 4mx - 3m = 0$ 의 한 근은 -1 과 1 사이에 있고, 또 한 근은 -1 보다 작도록 하는 실수 m 의 범위를 구하면?

① $m > \frac{2}{9}$

② $m > \frac{1}{7}$

③ $m > -\frac{1}{3}$

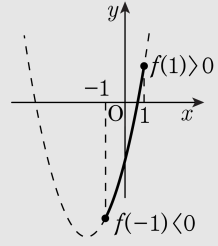
④ $m < -\frac{1}{3}$

⑤ $m < \frac{2}{9}$

해설

$f(x) = x^2 + 4mx - 3m$ 으로 놓을 때,

$f(x) = 0$ 의 근이 한 근은 -1 과 1 사이에 있고, 또 한 근은 -1 보다 작아야 하므로



$$f(-1) = 1 - 4m - 3m < 0 \Rightarrow m > \frac{1}{7}$$

$$f(1) = 1 + 4m - 3m > 0 \Rightarrow m > -1$$

$$\therefore m > \frac{1}{7}$$

18. 방정식 $x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 0$ 을 만족하는 두 실수 x, y 의 합 $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 0$ 에서
 $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 0$
 x, y 는 실수이므로 $x = -1, y = 2$
 $\therefore x + y = -1 + 2 = 1$

19. 대학수학능력시험 수리탐구 의 문항 수는 30 개 이고 배점은 80 점 이다. 문항별 배점은 2 점, 3 점, 4 점 의 세 종류이다. 각 배점 종류별 문항이 적어도 한 문항씩 포함되도록 하려면 2 점 짜리 문항은 최소 몇 문항이어야 하는가?

- ① 9
- ② 10
- ③ 11
- ④ 12
- ⑤ 13

해설

2점문항 개수를 x , 3점문항을 y ,
4점문항을 z 라 하자
 $2x + 3y + 4z = 80 \quad \cdots \textcircled{1}$
 $x + y + z = 30 \quad \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1} - 4 \times \textcircled{2} \Rightarrow y = 40 - 2x$
 $\textcircled{1} - 3 \times \textcircled{2} \Rightarrow z = x - 10$
 $\therefore x = 10$ 이면 $z = 0$
 $\Leftarrow$ 조건이 성립하지 않음
 $\therefore x \geq 11$, 최소 11문항

20. $x = \alpha, y = \beta$ 가 연립방정식

$$\begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 = -2 \\ 2x^2 - 3xy - 2y^2 = -3 \end{cases} \quad \text{의 해일 때, } \alpha^2 + \beta^2 \text{의 값은?}$$

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 = -2 & \dots \textcircled{1} \\ 2x^2 - 3xy - 2y^2 = -3 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

상수항을 소거하기 위해 $\textcircled{1} \times 3 - \textcircled{2} \times 2$ 하면

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0, (x - 2y)(x - y) = 0,$$

$$x = 2y \text{ or } x = y$$

$x = 2y$ 를 $\textcircled{1}$ 식에 대입하면

$$4y^2 - 2y^2 - 2y^2 = -2, 0 = -2 \text{ 불능}$$

$x = y$ 를 $\textcircled{1}$ 식에 대입하면

$$y^2 - y^2 - 2y^2 = -2$$

$$y^2 = 1, y = \pm 1, x = \pm 1$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = 1 + 1 = 2$$

21. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x + y = u$, $xy = v$ 로 놓으면 주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} u^2 - 2v = 25 \\ v = 12 \end{cases}$$

$$\therefore u = \pm 7, v = 12$$

따라서, 주어진 연립방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{cases} x + y = 7 & \cdots \textcircled{\text{A}} \\ xy = 12 & \cdots \textcircled{\text{B}} \end{cases}$$

$$\text{또는 } \begin{cases} x + y = -7 & \cdots \textcircled{\text{A}} \\ xy = 12 & \cdots \textcircled{\text{B}} \end{cases}$$

(i) $\textcircled{\text{A}}$, $\textcircled{\text{B}}$ 에서 x, y 는 이차방정식 $t^2 - 7t + 12 = 0$ 의 두 근이

므로 $x = 3, y = 4$ 또는 $x = 4, y = 3$

(ii) $\textcircled{\text{A}}$, $\textcircled{\text{B}}$ 에서 x, y 는 이차방정식 $t^2 + 7t + 12 = 0$ 의 두 근이

므로 $x = -3, y = -4$ 또는 $x = -4, y = -3$

(i), (ii)로부터 구하는 모든 해의 합은 0

22. 좌표평면에서 두 영역 $(x+y-1)(x-y-1) = 0$, $x^2 - y^2 = 0$ 을 동시에 만족하는 (x, y) 의 개수는?

- ① 무한히 많다.
- ② 0 개
- ③ 1 개
- ④ 2 개
- ⑤ 4 개

해설

두 영역을 좌표평면에 나타내면 다음과 같다.

이것을 하나의 좌표평면에 그리면

위에서 점선과 실선의 교점의 개수는 2 개 이다.

23. 사차방정식 $2x^4 + 7x^2 - 4 = 0$ 의 두 허근을 α, β 라 할 때, $\frac{\beta}{\alpha}$ 의 값은?

- ① $1+i$ ② i ③ 0 ④ -1 ⑤ 24

해설

$$2x^4 + 7x^2 - 4 = 0 \text{에서 } x^2 = t \text{라 하면}$$

$$2t^2 + 7t - 4 = 0, (2t - 1)(t + 4) = 0$$

$$\therefore t = \frac{1}{2} \text{ 또는 } t = -4$$

$$\therefore x = \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ 또는 } x = \pm 2i$$

이 때, α, β 는 허근이므로

$$\alpha = 2i, \beta = -2i \text{ 또는 } \alpha = -2i, \beta = 2i$$

$$\therefore \frac{\beta}{\alpha} = -1$$

24. $x^3 + 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, 다음 값을 차례대로 구하여라.

(1) $\omega^{20} + \omega^{10} + 1$
(2) $\omega^{101} + \overline{\omega}^{101} - \omega^{11} \cdot \overline{\omega} - \omega \cdot \overline{\omega}^{11}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 2

해설

ω 가 $x^2 - x + 1$ 의 근이므로
 $\overline{\omega}$ 도 $x^2 - x + 1$ 의 근이다.
즉, $\omega^3 = -1, \overline{\omega}^3 = -1, \omega^2 - \omega + 1 = 0$
(1) $\omega^{20} + \omega^{10} + 1$
 $= (\omega^3)^6 \cdot \omega^2 + (\omega^3)^3 \cdot \omega + 1$
 $= (-1)^6 \cdot \omega^2 + (-1)^3 \cdot \omega + 1$
 $= \omega^2 - \omega + 1 = 0$

(2) $\omega^{101} + \overline{\omega}^{101} - \omega^{11}\overline{\omega} - \omega\overline{\omega}^{11}$
 $= (\omega^3)^{33} \cdot \omega^2 + (\overline{\omega}^3)^{33} \cdot \overline{\omega}^2 -$
 $\omega\overline{\omega} \{ (\omega^3)^3 \cdot \omega + (\overline{\omega}^3)^3 \cdot \overline{\omega} \}$
 $= (-1)\omega^2 + (-1)\overline{\omega}^2 - \{ (-1)\omega + (-1)\overline{\omega} \}$
 $= -(\omega^2 - \omega) - (\overline{\omega}^2 - \overline{\omega})$
 $= -(-1) - (-1) = 2$

25. $x^3 + 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $(\omega^2 + 1)^5 + (\omega - 1)^{100}$ 을 간단히 하면?

① 1

② ω

③ $-\omega$

④ 2ω

⑤ 0

해설

$$x^3 + 1 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$\omega^3 + 1 = 0, \omega^3 = -1, \omega^2 - \omega + 1 = 0$$

$$\omega^2 + 1 = \omega, \omega^6 = 1, \omega - 1 = \omega^2$$

$$(\text{준식}) = \omega^5 + (\omega^2)^{100} = \omega^5 + \omega^{200}$$

$$= \omega^3 \cdot \omega^2 + (\omega^6)^{33} \cdot \omega^2$$

$$= -\omega^2 + \omega^2 = 0$$

26. 사차방정식 $x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 6x + 1 = 0$ 의 한 근을 α 라 할 때, $\alpha + \frac{1}{\alpha}$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

먼저 주어진 방정식을 x^2 으로 나누면

$$\text{방정식은 } x^2 - 6x + 11 - \frac{6}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 6\left(x + \frac{1}{x}\right) + 9 = 0 \text{이 된다.}$$

이 식에 α 를 넣어도 성립하므로

$$\alpha + \frac{1}{\alpha} \text{를 } t \text{로 치환하면}$$

$$\alpha + \frac{1}{\alpha} \text{는 } 3 \text{이 된다.}$$

$$\text{따라서 } \alpha + \frac{1}{\alpha} = 3$$

27. x 에 관한 삼차식 $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을 $x-1$ 로 나누면 나누어떨어지고, $x+2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, $m-n$ 의 값은?

① -2 ② -3 ③ -4 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}x^3 + mx^2 + nx + 1 &= (x-1)Q(x) \\ &= (x+2)Q'(x) + 3\end{aligned}$$

양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$1 + m + n + 1 = 0$$

$$\therefore m + n = -2 \cdots \textcircled{㉠}$$

양변에 $x=-2$ 을 대입하면

$$-8 + 4m - 2n + 1 = 3$$

$$\therefore 2m - n = 5 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } m=1, n=-3$$

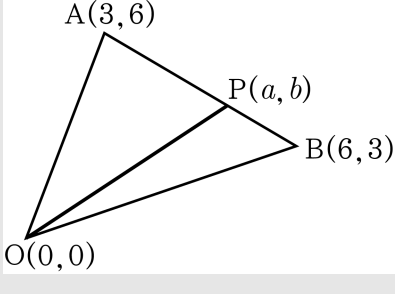
$$\therefore m - n = 4$$

28. 세 점 $O(0,0)$, $A(3,6)$, $B(6,3)$ 와 선분 AB 위의 점 $P(a,b)$ 에 대하여 삼각형 OAP 의 넓이가 삼각형 OBP 의 넓이의 2배일 때, $a-b$ 의 값은?

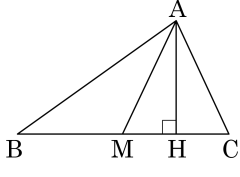
① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 6

해설

다음 그림에서 $\triangle OAB$ 와 $\triangle OAP$ 의 넓이가 같으므로 $\triangle OAP = 2\triangle OBP$ 이려면 P 는 두 점 A, B 를 $2:1$ 로 내분하여야 한다.
따라서 $P\left(\frac{12+3}{3}, \frac{6+6}{3}\right)$
즉 $P(5,4)$ 이므로 $a=5, b=4$
 $\therefore a-b=1$



29. 다음은 예각삼각형 ABC에서 변 BC의 중점을 M이라 할 때, $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{BM}^2 + \overline{AM}^2)$ 이 성립함을 보인 것이다.



점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라하자.

직각삼각형 ABH에서

$$\begin{aligned}\overline{AB}^2 &= \overline{BH}^2 + \overline{AH}^2 \\ &= \boxed{\text{(가)}}^2 + \overline{AH}^2 \\ &= \overline{BM}^2 + 2\overline{BM} \cdot \overline{MH} + \boxed{\text{(나)}}^2 \cdots \text{㉠}\end{aligned}$$

직각삼각형 AHC에서

$$\begin{aligned}\overline{AC}^2 &= \overline{CH}^2 + \overline{AH}^2 \\ &= \boxed{\text{(다)}}^2 + \overline{AH}^2 \\ &= \overline{CM}^2 - 2\overline{CM} \cdot \overline{MH} + \boxed{\text{(라)}}^2 \cdots \text{㉡}\end{aligned}$$

㉠, ㉡에서 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{BM}^2 + \overline{AM}^2)$ 이다.

(가), (나), (다)에 알맞은 것은?

① (가) $\overline{BC} + \overline{CH}$ (나) $\overline{AM}$ (다) $\overline{BH} - \overline{BM}$

② (가) $\overline{BC} + \overline{CH}$ (나) $\overline{AH}$ (다) $\overline{BH} - \overline{BM}$

③ (가) $\overline{BM} + \overline{MH}$ (나) $\overline{AM}$ (다) $\overline{BH} - \overline{BM}$

④ (가) $\overline{BM} + \overline{MH}$ (나) $\overline{AH}$ (다) $\overline{CM} - \overline{MH}$

⑤ (가) $\overline{BM} + \overline{MH}$ (나) $\overline{AM}$ (다) $\overline{CM} - \overline{MH}$

해설

생략

30. 세 점 A(6, 1), B(-1, 2), C(2, 3)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 외심의 좌표를 구하면?

- ① O(1, -2)
- ② O(2, 2)
- ③ O(2, -2)
- ④ O(2, -1)
- ⑤ O(1, -1)

해설

외심의 좌표를 $O(a, b)$ 라 하면

$\overline{OA} = \overline{OB}$ 즉, $\overline{OA}^2 = \overline{OB}^2$ 이므로

$(a - 6)^2 + (b - 1)^2 = (a + 1)^2 + (b - 2)^2$

$\therefore 7a - b = 16 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$

$\overline{OA} = \overline{OC}$, 즉 $\overline{OA}^2 = \overline{OC}^2$ 이므로

$(a - 6)^2 + (b - 1)^2 = (a - 2)^2 + (b - 3)^2$

$\therefore 2a - b = 6 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에서 $a = 2, b = -2$

$\therefore O(2, -2)$

31. 부등식 $|x - k| \leq 3$ 을 만족하는 x 의 값 중에서 최댓값과 최솟값의 곱이 9일 때, 양수 k 의 값은?

① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $3\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$|x - k| \leq 3$ 에서 $-3 \leq x - k \leq 3$,
 $-3 + k \leq x \leq 3 + k$
따라서 x 의 최댓값은 $3 + k$,
최솟값은 $-3 + k$ 이므로
 $(-3 + k)(3 + k) = 9$
 $k^2 - 9 = 9$
 $k^2 = 18 \quad \therefore k = \pm 3\sqrt{2}$
 k 는 양수이므로 $3\sqrt{2}$

32. $|x+3| \leq |x-2|$ 을 풀면?

① $x \leq -3$

② $-3 \leq x \leq -\frac{1}{2}$

③ $-3 < x \leq -\frac{1}{2}$

④ $2 \leq x$

⑤ $x \leq -\frac{1}{2}$

해설

$$|x+3| - |x-2| \leq 0$$

i) $x < -3$ 일 때

$$-x-3+x-2 = -5 \leq 0 \quad \therefore x < -3$$

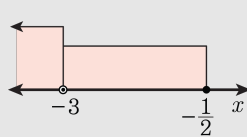
ii) $-3 \leq x < 2$ 일 때

$$x+3+x-2 = 2x+1 \leq 0, x \leq -\frac{1}{2} \quad \therefore -3 \leq x \leq -\frac{1}{2}$$

iii) $x \geq 2$ 일 때

$$x+3-x+2 = 5 \leq 0 \text{ (해가없다)}$$

$\therefore$ i), ii), iii)에서 $x \leq -\frac{1}{2}$



33. 직선 $3x - 4y = 0$ 과 평행이고, 점 $(2, 1)$ 에서의 거리가 1 인 직선의 y 절편은?(단, y 절편은 양수)

- ① $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ② $\left(0, \frac{3}{4}\right)$ ③ $(0, 1)$
④ $\left(0, \frac{4}{3}\right)$ ⑤ $(0, 3)$

해설

직선 $3x - 4y = 0$ 과 평행한 직선을

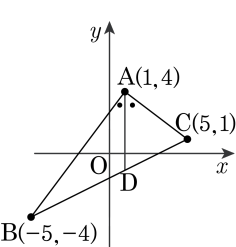
$3x - 4y + k = 0$ 이라 놓으면,

$$\frac{|3 \times 2 - 4 \times 1 + k|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1$$

$\therefore |2 + k| = 5, k = 3$ ($\because y$ 절편 > 0)

$\therefore$ 직선 $3x - 4y + 3 = 0$ 의 y 절편은 $\left(0, \frac{3}{4}\right)$

34. 다음 그림과 같이 세 점 A(1, 4), B(-5, -4), C(5, 1)를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 가 있다. $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 할 때, $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 의 넓이의 비는?



- ① 1 : 1 ② $\sqrt{2} : 1$ ③ $\sqrt{3} : 1$
 ④ 2 : 1 ⑤ $\sqrt{5} : 1$

해설

두 삼각형의 넓이비는 $\overline{BD} : \overline{CD}$ 이고
 각의 이등분선정리에 의해

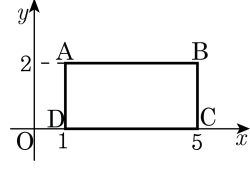
$$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC}$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{(1+5)^2 + (4+4)^2}}{\sqrt{(1-5)^2 + (4-1)^2}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{25}} = 10$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{(1+5)^2 + (4+4)^2}}{\sqrt{(1-5)^2 + (4-1)^2}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{25}} = 10$$

$$\therefore \triangle ABC : \triangle ACD = 2 : 1$$

35. 점 $(-1, -1)$ 을 지나고 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식이 $ax + by + 1 = 0$ 일 때, $a - b$ 의 값은?



- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$(-1, -1)$ 을 지나므로, $-a - b + 1 = 0 \dots \textcircled{1}$
 그리고 직선이 사각형을 이등분 하려면 사각형의 중심
 $(\frac{5+1}{2}, \frac{0+2}{2})$ 를 지나야 한다.
 $\Rightarrow 3a + b + 1 = 0 \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$ 과 $\textcircled{2}$ 을 연립하면, $a = -1, b = 2$
 $\therefore a - b = -3$