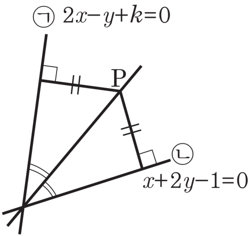
1. 두 직선 $2x-y+k=0$, $x+2y-1=0$ 이 이루는 각의 이등분선이 점 $\mathrm{P}(3,\ 1)$을 지날 때, 상수 k의 값의 합을 구하면?



① -2 ② 4 ③ -6

④ 8 ⑤ -10

해설

$2x-y+k=0\ \cdots$ ㉠

$x+2y-1=0\ \cdots$ ㉡

(점 P와 ㉠사이의 거리)= (점 P와 ㉡사이의 거리) 이므로

$$\frac{|6-1+k|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{|3+2-1|}{\sqrt{1^2+2^2}} \Rightarrow |5+k|=4$$

$\Rightarrow 5+k=\pm 4 \Rightarrow k=-9$ 또는 $k=-1$

$\therefore k$ 의 합 : -10

2. 다음 두 직선 $2x+y-2=0$, $mx-y-3m+5=0$ 이 제 1 사분면에서 만나도록 m 의 값의 범위는?

① $1<m<\frac{5}{2}$ ② $1\le m<\frac{5}{2}$ ③ $1<m\le\frac{5}{2}$

④ $2<m<\frac{5}{2}$ ⑤ $2\le m<\frac{5}{2}$

해설

두 직선의 방정식을 연립하여 교점을 찾으면

$\Rightarrow \left(\frac{3m-3}{m+2}, \frac{-4m+10}{m+2}\right)$

교점이 1 사분면 위에 있으므로

i) $\frac{3(m-1)}{m+2}>0$

$\Rightarrow m<-2$ 또는 $m>1$

ii) $\frac{2(2m-5)}{m+2}<0$

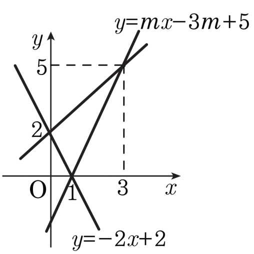
$\Rightarrow -2<m<\frac{5}{2}$

i), ii) 의 공통영역을 구하면 $1<m<\frac{5}{2}$

해설

$2x+y-2=0$ 의 x, y 절편의 좌표를 각각 구하면 $(1,\ 0)$, $(0,\ 2)$ 이고 $y=m(x-3)+5$ 는 다음 그림과 같이 m 값에 관계없이 $(3,\ 5)$ 를 지나는 직선이다. $(0,\ 2)$ 를 대입하면 $m=1$, $(1,\ 0)$ 을 대입하면 $m=\frac{5}{2}$

$\therefore\ 1<m<\frac{5}{2}$



3. 좌표평면 위의 점 A$(-1,\ 0)$ 을 지나는 직선 l 이 있다. 점 B$(0,\ 2)$ 에서 직선 l 에 이르는 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, 직선 l 의 기울기는?

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

직선 l 의 기울기를 m 이라 하면 $y = m(x+1)$

$\therefore\ mx - y + m = 0$

점 B$(0,\ 2)$ 에서

직선 l 까지의 거리는 $\dfrac{|-2+m|}{\sqrt{m^2+1}} = \sqrt{5}$

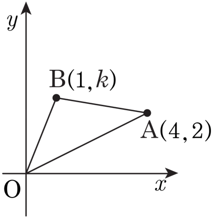
양변을 제곱하여 정리하면

$4m^2 + 4m + 1 = 0$

$(2m+1)^2 = 0$

$\therefore\ m = -\dfrac{1}{2}$

4. 다음 그림과 같이 O(0, 0), A(4, 2), B(1, k)를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB 의 넓이가 4 일 때, 양수 k 의 값은?



① 2　　② $\frac{5}{2}$　　③ 3

④ $\frac{7}{2}$　　⑤ 4

해설

직선 OA 의 방정식은 $x-2y=0$ 이다.

점 B(1, k) 에서 직선 $x-2y=0$ 까지의 거리

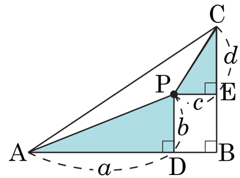
h 는 $h=\frac{|1\times1-2\times k|}{\sqrt{1+4}}=\frac{|1-2k|}{\sqrt{5}}$

$\therefore\ \overline{OA}=2\sqrt{5}$

$\triangle OAB=\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times\frac{|1-2k|}{\sqrt{5}}=4$

$\therefore\ k=\frac{5}{2}\ (\because k>0)$

5. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 가 있다. 삼각형의 내부에 한 점 P 를 잡고, 점 P 에서 선분 AB, BC 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 한다. $\overline{AD} = a$, $\overline{DP} = b$, $\overline{PE} = c$, $\overline{EC} = d$ 라 할 때, 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은?



보기

ㄱ. $\dfrac{b}{a} < \dfrac{d}{c}$　　ㄴ. $\dfrac{b}{a} < \dfrac{b+d}{a+c}$　　ㄷ. $\dfrac{b+d}{a+c} < \dfrac{d}{c}$

① ㄱ　　② ㄱ, ㄴ　　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

해설

선분 AP 의 기울기는 $\dfrac{b}{a}$,

선분 PC 의 기울기는 $\dfrac{d}{c}$,

선분 AC 의 기울기는 $\dfrac{b+d}{a+c}$ 이므로

$\dfrac{b}{a} < \dfrac{b+d}{a+c} < \dfrac{d}{c}$ 가 성립한다.

따라서 옳은 내용은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

6. 점 $\mathrm{P}(3,2)$를 지나며 기울기가 음수인 임의의 직선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, $\overline{\mathrm{OA}}+\overline{\mathrm{OB}}$의 최솟값을 구하면?(단, O 는 원점)

① $6+2\sqrt{6}$ ② $5+2\sqrt{6}$ ③ $4+2\sqrt{6}$

④ $3+2\sqrt{6}$ ⑤ $2+2\sqrt{6}$

해설

$a>0$ 일때 음의 직선이므로, $y=-ax+b$

$(3,\ 2)$ 를 지나므로 $2=-3a+b,\quad b=3a+2$

x 축과의 교점 :

$$0=-a\cdot x+b,\quad ax=b,\quad x=\frac{b}{a}=\frac{3a+2}{a}=3+\frac{2}{a}$$

$$\therefore\ \mathrm{A}\left(3+\frac{2}{\mathrm{a}},\ 0\right)$$

y 축과의 교점: $y=b=3a+2$

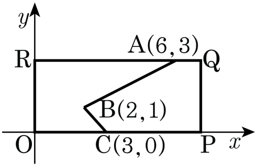
$\therefore\quad \mathrm{B}(0,\ 3a+2)$

$$\therefore\ \overline{\mathrm{OA}}+\overline{\mathrm{OB}}\ =3+\frac{2}{a}+3a+2\geq 5+2\cdot\sqrt{6}$$

($\because\ a>0$이기에 산술기하 성립)

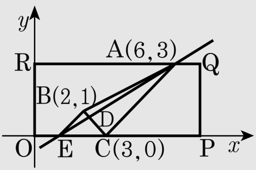
따라서 구하는 최솟값은 $\therefore 5+2\sqrt{6}$

7. $\overline{\mathrm{AB}}$와 $\overline{\mathrm{BC}}$는 직사각형 OPQR을 두 부분으로 나누는 경계선이다. 이 경계선을 두 부분의 넓이의 변화 없이 점 A를 지나는 직선으로 바꿀 때, 이 직선의 기울기는?



① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

해설



$\overline{\mathrm{AC}}$와 평행한 보조선 $\overline{\mathrm{BE}}$를 긋는다.

$\overline{\mathrm{AC}}\ //\overline{\mathrm{BE}}$이므로 $\triangle\mathrm{ABC}=\triangle\mathrm{AEC}$,

$\triangle\mathrm{ABD}=\triangle\mathrm{CDE}$

따라서 $\overline{\mathrm{AE}}$가 직선 경계임을 알 수 있다.

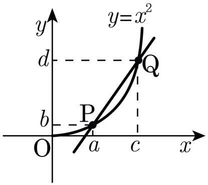
(직선 AC의 기울기)$=$ (직선 BE의 기울기)$=1$

점 B(2, 1)을 지나고 기울기 1인 직선의 방정식은

$y=x-1$이고 E(1, 0) 임을 알 수 있다.

$\therefore$ (직선 AE 의 기울기)$=\frac{3}{5}$

8. 함수 $y = x^2$ 의 그래프 위의 두 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$, $\mathrm{Q}(c,\ d)$ 에 대하여 $\dfrac{\sqrt{b}+\sqrt{d}}{2} = 1$ 일 때, 직선 PQ의 기울기는?(단, $0 < a < c$)



① $\dfrac{5}{2}$　② 2　③ $\dfrac{3}{2}$　④ 1　⑤ $\dfrac{1}{2}$

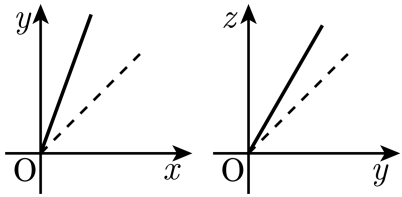
해설

점 $\mathrm{P}(a, b)$, $\mathrm{Q}(c, d)$ 는 $y = x^2$ 의 그래프 위의 점이므로 $b = a^2$, $d = c^2$

즉, $a = \sqrt{b}$, $c = \sqrt{d}$ $(\because\ 0 < a < c)$

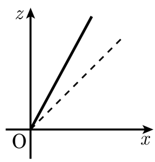
$$(\overline{\mathrm{PQ}} \text{ 의 기울기}) = \frac{d-b}{c-a} = \frac{c^2-a^2}{c-a}$$
$$= \frac{(c-a)(c+a)}{c-a}$$
$$= c+a = \sqrt{d}+\sqrt{b} = 2$$

9. 세 변수 x, y, z 에 대하여 아래의 두 그래프(실선)는 각각 x 와 y , y 와 z 사이의 관계를 나타낸 것이다.

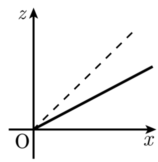


이때, x 와 z 사이의 관계를 그래프로 나타내면? (단, 점선은 원점을 지나고 기울기가 1 인 직선이다.)

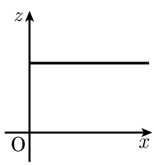
①



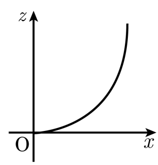
②



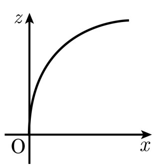
③



④



⑤



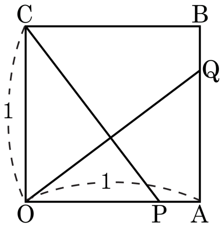
해설

주어진 그래프에서 x, y, z 사이의 관계를 식으로 나타내면 $y = ax(a > 1)$, $z = by(b > 1)$

$\therefore\ z = b(ax) = abx\ (ab > 1)$

따라서, $z = abx$ 의 그래프는 보기의 ①과 같다.

10. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 1 인 정사각형 OABC 의 두 변 $\overline{OA}$, $\overline{AB}$ 위에 각각 점 P, Q 를 $\overline{OP} = \overline{AQ}$ 가 되도록 잡을때, ($\overline{CP}$ 의 기울기) × ($\overline{OQ}$ 의 기울기)를 구하면?



① $-\frac{1}{2}$ ② -1 ③ $\frac{1}{2}$

④ 1 ⑤ 2

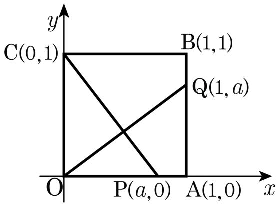
해설

정사각형 OABC 에 다음 그림과 같이 좌표축을 잡으면 ($\overline{CP}$ 의 기울기)$= \frac{-1}{a}$,

($\overline{OQ}$ 의 기울기)$= \frac{a}{1}$

따라서, 두 직선의 기울기의 곱은

$\left(\frac{-1}{a}\right) \times \left(\frac{a}{1}\right) = -1$



11. 세 직선 $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x-3y=-4 \\ ax+y=0 \end{cases}$ 이 삼각형을 만들지 못할 때, 모든 상수 a 의 값을 구하면?

① $a=2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=-\frac{2}{3}$

② $a=2$ 또는 $a=-\frac{1}{2}$ 또는 $a=-\frac{2}{3}$

③ $a=2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=\frac{2}{3}$

④ $a=-2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=-\frac{2}{3}$

⑤ $a=-2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=\frac{2}{3}$

해설

$$\begin{cases} x+2y=5 & \cdots ㉠ \\ 2x-3y=-4 & \cdots ㉡ \\ ax+y=0 & \cdots ㉢ \end{cases}$$

에서 ㉠, ㉡의 교점은 $(1,\ 2)$ 이다.

(i) ㉢이 점$(1,\ 2)$ 를 지날 때, $a+2=0$ 에서 $a=-2$

(ii) ㉢이 ㉠과 평행할 때, $a=\frac{1}{2}$

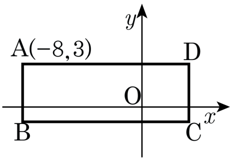
(iii) ㉢이 ㉡과 평행할 때, $a=-\frac{2}{3}$

이상에서 구하는 모든 상수 a 의 값은

$a=-2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$

또는 $a=-\frac{2}{3}$ 이다.

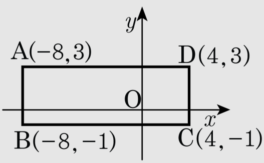
12. 그림과 같이 좌표평면 위의 네 점 A(−8, 3), B, C, D를 꼭지점으로 하는 직사각형의 둘레의 길이는 32이고, 가로의 길이는 세로 길이의 세 배일 때, 점 B와 D를 지나는 직선의 방정식은? (단, 각 변은 축에 평행하다.)



① $y = \frac{1}{3}x + \frac{3}{4}$ ② $y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ ③ $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$

④ $y = \frac{1}{4}x + \frac{4}{3}$ ⑤ $y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{3}$

해설



세로의 길이가 a라 하면 가로의 길이는 $3a$이다.

$8a = 32$에서 $a = 4$

가로의 길이는 12, 세로의 길이는 4이므로

D(4, 3)이고, 기울기는 $\frac{1}{3}$이다.

따라서 직선의 방정식은 $y = \frac{1}{3}(x-4)+3$

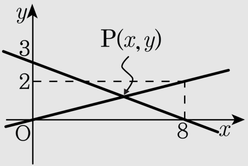
따라서 $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$

13. 한 어린이가 길의 양쪽 모두에 가로등이 있는 길을 걷고 있던 중 그림자의 끝이 각각 가로등의 밑 부분과 일치하였다. 가로등의 길이는 각각 $3\,\mathrm{m}$, $2\,\mathrm{m}$ 이고, 두 가로등 사이의 거리는 $8\,\mathrm{m}$일 때이 어린이의 키는 몇 m인가 구하면? (단, 두 가로등과 어린이는 일직선 위에 있다.)

① $1.5\,\mathrm{m}$ ② $1.4\,\mathrm{m}$ ③ $1.3\,\mathrm{m}$ ④ $1.2\,\mathrm{m}$ ⑤ $1.1\,\mathrm{m}$

해설

두 직선의 교점은 두 직선의 방정식을 연립하여 구한다.
어린이의 키를 나타내는 값은 그림과 같이



$y = \frac{1}{4}x$와 $y = -\frac{3}{8}x + 3$의 교점이 P의 y좌표이므로
두 식을 연립하여 풀면 $x = 4.8$, $y = 1.2$
따라서, 어린이의 키는 $1.2\,\mathrm{m}$이다.

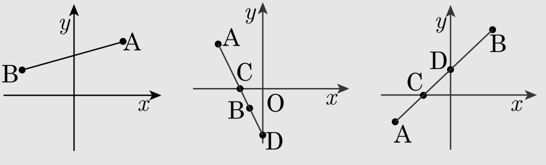
14. 좌표평면 위에 두 점 A, B 와 x 축 위의 점 C, y 축 위의 점 D 가 있다. 점 C 는 선분 AB 의 내분점이고, 점 D 는 선분 AB 의 외분점일 때, 다음 중 옳은 설명을 모두 고른 것은?

㉠ 점 A 가 제 1사분면의 점이면 점 B 는 제 2사분면의 점이다. ㉡ 점 A 가 제 2사분면의 점이면 점 B 는 제 3사분면의 점이다. ㉢ 점 A 가 제 3사분면의 점이면 점 B 는 제 1사분면의 점이다.

① ㉠　② ㉡　③ ㉠, ㉡　④ ㉠, ㉢　⑤ ㉡, ㉢

해설

ⅰ) 문제에서 점 C 는 선분 AB 의 내분점이므 로, 점 C 는 선분 AB 와 x 축의 교점이다.
ⅱ) 점 D 는 선분 AB 의 외분점이므로, 점 D 는 선분 AB 의 연장선과 y 축의 교점이다.
㉠, ㉡, ㉢의 세 가지 상황을 그림으로 나타내면 다음과 같다.



x 축 위의 점 C 가 선분 AB 의 내분점이므로 두점 A, B 는 x 축에 대하여 서로 반대편에 놓이게 된다.
그러므로 ㉠은 옳지 않다.
y 축 위의 점 D 는 선분 AB 의 외분점이므로 점 D 는 직선 AB 위의 점이지만 선분 AB 위의 점은 아니다.
그러므로 ㉡은 옳지만 ㉢은 옳지 않다.

15. 부등식 $ax^2+bx+c>0$의 해가 $\alpha-1<x<\beta+1$일 때, 부등식 $cx^2-bx+a>0$의 해를 α, β를 써서 나타내면? (단, $\alpha>1$)

① $\dfrac{1}{\beta+1}<x<\dfrac{1}{\alpha-1}$　② $-\dfrac{1}{\beta+1}<x<-\dfrac{1}{\alpha-1}$

③ $\dfrac{1}{\alpha-1}<x<\dfrac{1}{\beta+1}$　④ $-\dfrac{1}{\alpha-1}<x<-\dfrac{1}{\beta+1}$

⑤ $-\dfrac{1}{\alpha-1}<x<\dfrac{1}{\beta+1}$

해설

㉠ $ax^2+bx+c>0$의 해가 $\alpha-1<x<\beta+1$ 이라면 $x^2+\dfrac{b}{a}x+\dfrac{c}{a}=0(a<0)$ 에서 두 근은 $\alpha-1,\beta+1$ 이다.

두 근의 합 : $\alpha-1+\beta+1=-\dfrac{b}{a}$, $\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}$

두 근의 곱 : $(\alpha-1)(\beta+1)=\dfrac{c}{a}$, $\alpha-1<\beta+1$이고, $\alpha>1$ 이므로 $\dfrac{c}{a}>0$

㉡ $cx^2-bx+a>0$에서 $\dfrac{c}{a}x^2-\dfrac{b}{a}x+1<0$, $(\alpha-1)(\beta+1)x^2+(\alpha+\beta)x+1<0$

$\{(\alpha-1)x+1\}\{(\beta+1)x+1\}<0$

$\alpha-1<\beta+1$이므로 $-(\alpha-1)>-(\beta+1)$, $-\dfrac{1}{\alpha-1}<-\dfrac{1}{\beta+1}$

$\therefore -\dfrac{1}{\alpha-1}<x<-\dfrac{1}{\beta+1}$

16. 두 이차함수 $f(x) = x^2 - x + 2a + 1$, $g(x) = 2x^2 - ax + 3a$에 대하여 $f(x) > g(x)$를 만족하는 실수 x가 존재하도록 a의 값의 범위를 정하면 $a < \alpha$ 또는 $a > \beta$이다. 이 때, 두 상수 α, β의 곱 $\alpha\beta$의 값은? (단, $\alpha < \beta$이다.)

① -5 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 5

해설

$f(x) > g(x)$ 이므로 $x^2 - x + 2a + 1 > 2x^2 - ax + 3a$

$x^2 - (a-1)x + (a-1) < 0$

위의 부등식을 만족하는 x 의 값이 존재하려면

이차방정식 $x^2 - (a-1)x + (a-1) = 0$ 의 판별식을 D라 할 때,

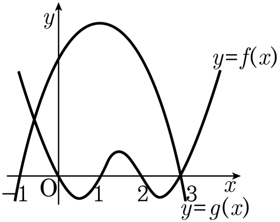
$D > 0$ 이어야 하므로 $D = (a-1)^2 - 4(a-1) > 0$

$(a-1)(a-5) > 0$

$\therefore a < 1$ 또는 $a > 5$

따라서 $\alpha = 1$, $\beta = 5$이므로 $\alpha\beta = 5$

17. 사차함수 $f(x)$와 이차함수 $g(x)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $f(x) \cdot g(x) > 0$의 해는?



① $x < -1$ 또는 $x > 3$

② $0 < x < 1$ 또는 $2 < x < 3$

③ $-1 < x < 0$ 또는 $1 < x < 2$

④ $x < 0$ 또는 $1 < x < 2$

⑤ $0 < x < 1$ 또는 $x > 3$

해설

$f(x) \cdot g(x) > 0$ 이므로
$f(x) > 0$ 이고 $g(x) > 0$ 또는
$f(x) < 0$ 이고 $g(x) < 0$ 이므로
$y = f(x)$와 $y = g(x)$의 그래프가
모두 x축 보다 위에 있거나 모두 x축 보다
아래에 있을 때이다.
따라서 $-1 < x < 0$과 $1 < x < 2$에서
두 그래프가 모두 x축 보다 위에 있다.

18. 실계수 사차방정식 $(x^2+x)^2+a(x^2+x)+1=0$의 근이 모두 실수가 되도록 하는 a의 값의 범위는?

① $a \le -\frac{1}{4}$　② $a \ge -\frac{1}{4}$　③ $a \ge 0$

④ $a \le -2$　⑤ $a \ge -2$

해설

$x^2+x=t$ 라 두면 주어진 방정식은

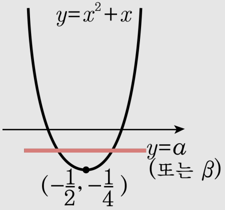
$f(t)=t^2+at+1=0$ ······ ㉠

㉠의 근을 α, β라 하면

$x^2+x=\alpha$와

$x^2+x=\beta$

$y=x^2+x$와 $y=\alpha$(또는β)의 그래프를 그려보면 다음과 같다.



네 근이 모두 실수일 조건은

$\alpha \ge -\frac{1}{4}$ 이고 $\beta \ge -\frac{1}{4}$

이렇게 될 조건은 ㉠에 대하여

$\mathrm{D}=a^2-4 \ge 0$, 대칭축 : $-\frac{a}{2} \ge -\frac{1}{4}$,

$f\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{16}-\frac{a}{4}+1 \ge 0$

정리하면 구하는 조건은 $a \le -2$

19. 명수, 우빈, 지원이는 각자 그림 1 점씩을 그려 교무실 앞에 나란히 전시해 놓고, 지나가시는 선생님들께 가장 마음에 드는 그림 1 개만 골라 그림 옆 종이에 스티커를 붙여달라고 하였다. 처음에 총 40 개의 스티커가 있었고, 중간 점검 결과 명수는 10 표, 우빈이는 8 표, 지원이는 7 표를 얻었을 때, 남은 스티커의 획득 여부에 관계없이 명수가 가장 많은 스티커를 받으려면 최소 몇 개의 스티커를 더 얻어야 하는지 구하여라.

▶ **답 :** ______ 개

▷ **정답 :** 7 개

해설

중간 점검 결과는 $10+8+7=25$(개) 이므로 남은 스티커 개수는 $40-25=15$ (개) 이다.
명수가 가장 많은 스티커를 얻기 위해 접전을 펼칠 때는 2 등인 우빈이와 경쟁할 때이고, 명수가 x 개의 스티커를 얻었다고 가정하면 그로부터 명수가 얻게 되는 스티커의 수의 합이 나머지 $(15-x)$ 개를 모두 우빈이가 얻는 결과보다도 많으면 무조건 명수는 가장 많은 스티커를 받게 된다. 즉,

$$10+x>8+(15-x)$$

$$\therefore\ x>\frac{13}{2}$$

따라서 명수가 가장 많은 스티커를 받는다는 사실이 확정되기 위해서는 최소 7 개의 스티커를 더 얻어야 한다.

20. $5(x-1)$ 을 일의 자리에서 반올림한 값은 $2(x+6)$ 과 같을 때, 정수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 7

해설

$5(x-1)$ 을 일의 자리에서 반올림한 값이 $2(x+6)$ 과 같다. 참값 $5(x-1)$ 의 일의 자리에서 반올림하여 얻은 근삿값 $2(x+6)$ 의 오차의 한계는 5 이므로

$2(x+6)-5 \leq 5(x-1) < 2(x+6)+5$

$2(x+6)-5 \leq 5(x-1)$ 에서 $x \geq 4$

$5(x-1) < 2(x+6)+5$ 에서 $x < \dfrac{22}{3}$

$\therefore\ 4 \leq x < \dfrac{22}{3}$

따라서 구하는 정수 x 의 값은 4, 5, 6, 7 이다.

21. 이차방정식 $x^2-(a+2)bx+(a+1)b=0$ $(a>0,\ b>0)$이 서로 다른 두 개의 실근을 가질 때, 두 개의 근이 모두 1보다 크기 위해서 필요한 조건은?

① $b>1$ ② $b<1$ ③ $b>2$ ④ $b<2$ ⑤ $b>3$

해설

실근을 가질 조건은 $(a+2)^2b^2-4(a+1)b>0$

$\therefore\ b>\dfrac{4(a+1)}{(a+2)^2}\cdots$ (i)

여기서, 두 근이 모두 1 이하라 하면

(두 근의 합)$=(a+2)b\le 2\cdots$ (ii)

(i), (ii)에서 $\dfrac{4(a+1)}{a+2}<2$

$\therefore\ a<0$

이것은 문제의 조건에 모순된다.

$\therefore$ 적어도 한 개의 근은 1보다 크다.

그러므로 $f(1)>0$이면 두 근이 모두 1보다 크게 된다.

$\therefore\ f(1)=1-(a+2)b+(a+1)b>0\quad\therefore\ b<1$

22. $i(x+i)^3$이 실수일 때, 실수 x의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 0 ② $\sqrt{3}$ ③ $-\sqrt{3}$ ④ 1 ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned} i(x+i)^3 &= i(x^3+3x^2i-3x-i) \\ &= (-3x^2+1)+(x^3-3x)i \end{aligned}$$

실수가 되기 위해서는 허수부가 0

$\therefore\ x^3-3x=0$

$x(x^2-3)=0$

$\therefore\ x=0,\ \pm\sqrt{3}$

23. x에 관한 이차방정식 $a(1-i)x^2+(3+2ai)x+(2a+3i)=0$이 실근을 갖기 위한 실수 a의 값을 구하면?

① 1 ② -1 ③ 2 ④ -2 ⑤ 3

해설

$a(1-i)x^2+(3+2ai)x+(2a+3i)=0$ 의 실근 조건은 복소수 계수 이차방정식이므로 판별식을 쓸 수 없다. 근이 실수라는 것은 x 가 실수임을 뜻하므로 복소수의 상등정리에서

$(ax^2+3x+2a)+(-ax^2+2ax+3)i=0$ 이어야 하므로

$ax^2+3x+2a=0 \cdots\cdots$ ㉠

$-ax^2+2ax+3=0 \cdots\cdots$ ㉡

㉠ + ㉡ 하면

$(2a+3)x+(2a+3)=0$, $(2a+3)(x+1)=0$

$2a+3=0$ 또는 $x+1=0$

$\therefore\ a=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=-1$

i) $a=-\frac{3}{2}$ 일 때

㉠식에서 $-\frac{3}{2}x^2+3x-3=0,\ x^2-2x+2=0$

이므로 허근을 가진다. $\therefore\ a\neq-\frac{3}{2}$

ii) $x=-1$ 일 때 ㉠에 대입하면,

$a-3+2a=0,\ 3a=3 \quad \therefore\ a=1$

24. 자연수 n에 대해 $x = \left(\frac{\sqrt{2}}{1+i}\right)^{2n} + \left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n}$ 라 하자. x가 될 수 있는 모든 수의 합을 구하면?

① $2i$ ② $-2i$ ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$x = \left\{\left(\frac{\sqrt{2}}{1+i}\right)^2\right\}^n + \left\{\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^2\right\}^n$$

$$= \left(\frac{2}{2i}\right)^n + \left(\frac{2}{-2i}\right)^n$$

$$= \left(\frac{1}{i}\right)^n + \left(-\frac{1}{i}\right)^n = (-i)^n + i^n$$

i^n 은 $n = 4k$, $n = 4k+1$, $n = 4k+2$, $n = 4k+3$ 인 경우에 따라 각각 달라지므로 (k 는 자연수)

(i) $n = 4k$ 이면 $x = 1+1 = 2$

(ii) $n = 4k+1$ 이면 $x = -i+i = 0$

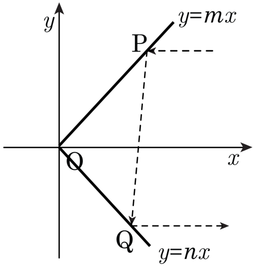
(iii) $n = 4k+2$ 이면 $x = -1-1 = -2$

(iv) $n = 4k+3$ 이면 $x = i-i = 0$

$\therefore\ x = 2,\ 0,\ -2$

따라서, x가 될 수 있는 모든 수의 합은 0

25. 다음 그림과 같이 x 축의 양의 방향에서 x 축에 평행하게 들어온 빛이 직선 $y = mx$ $(m > 0,\ x > 0)$ 로 표시되는 거울 위의 점 P 에서 반사되고 또한 이 빛은 직선 $y = nx(n < 0,\ x > 0)$ 로 표시되는 거울 위의 점 Q 에서 반사된 후 다시 x 축과 평행하게 진행한다고 할 때, $m \times n$ 의 값을 구하면?



▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

다음 그림에서 입사각과 반사각이 같고 빛이 x 축에 평행하게 들어와서 x 축에 평행하게 반사되어 나가므로

$2\alpha + 2\beta = 180°$

따라서, $\alpha + \beta = 90°$

즉, 두 직선 $y = mx$ 와 $y = nx$ 는 수직이므로 $mn = -1$