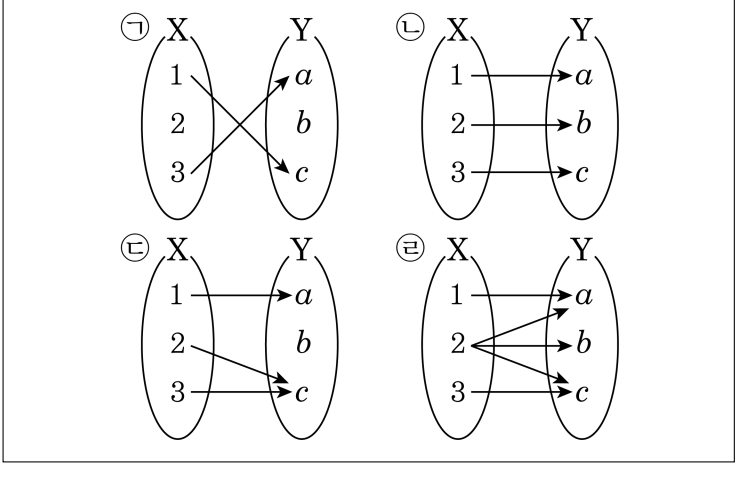


1. 다음 대응 관계 중 X 에서 Y 로의 함수인 것을 모두 고른 것은?

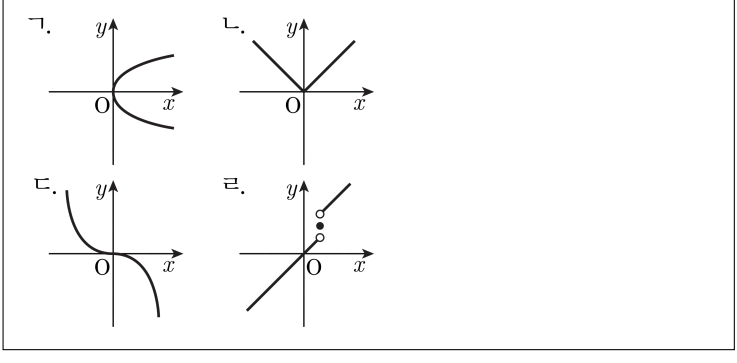


- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣
④ ㉠, ㉢, ㉣ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ X 의 원소 2에 대응하는 Y 의 원소가 없으므로 함수가 아니다.
㉡, ㉢ X 의 각 원소에 Y 의 원소가 하나씩만 대응하므로 함수이다.
㉣ X 의 원소 2에 대응하는 Y 의 원소가 a , b , c 의 3개이므로 함수가 아니다.

2. 다음 방정식의 자취들 중 함수인 것은 x 개, 일대일 대응인 것은 y 개이다. $x + y$ 의 값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

함수는 주어진 x 에 y 값이 하나씩 대응해야 한다.
따라서 ㉠, ㉡, ㉢ 이 함수이다.
일대일 대응은 함수 중에 치역과 공역이 일치하는 것을 말한다.
따라서 ㉢이 일대일 대응이다.
 $\therefore x + y = 4$

3. 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 다음 중 X 에서 X 로의 항등함수를 모두 고른 것은 무엇인가?

$$\begin{aligned} f(x) &= x, & g(x) &= |x| \\ h(x) &= x^3, & k(x) &= \frac{|x+1| - |x-1|}{2} \end{aligned}$$

- ① f

② f, h

③ f, g, h

④ f, h, k

⑤ g, h, k

해설

$f : f(-1) = -1, f(0) = 0, f(1) = 1$ 이므로 항등함수이다.
 $g : g(-1) = 1$ 이므로 항등함수가 아니다.
 $h : h(-1) = -1, h(0) = 0, h(1) = 1$ 이므로 항등함수이다.
 $k : k(-1) = -1, k(0) = 0, k(1) = 1$ 이므로 항등함수이다.
따라서 항등함수인 것은 f, h, k 이다.

4. 함수 $y = -x - 1$ 의 역함수의 그래프에서 x 절편을 a , y 절편을 b 라 할 때, ab 의 값은 얼마인가?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$y = -x - 1$ 에서 $x = -y - 1$

여기서 x 와 y 를 바꾸면 역함수는 $y = -x - 1$

따라서 x 절편 $a = -1$, y 절편 $b = -1$ 이므로

$ab = 1$

5. 함수 $f(x) = 2x - 3$ 에 대하여 $f^{-1}(2)$ 의 값은?

① $\frac{3}{2}$

② 2

③ $\frac{5}{2}$

④ 3

⑤ $\frac{7}{2}$

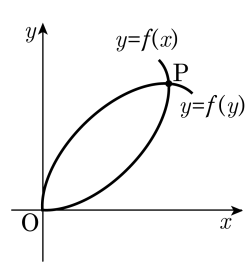
해설

$$f^{-1}(2) = a \text{ 라 하면, } f(a) = 2 \text{ 이므로 } 2a - 3 = 2$$

$$\therefore a = \frac{5}{2}$$

6. 다음 그림과 같은 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $x = f(y)$ 의 교점 P 가 될 수 있는 점은 무엇인가?

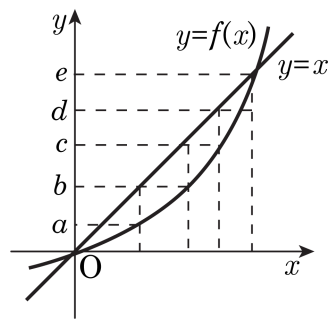
- ① $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ ② $\left(1, \frac{3}{2}\right)$
 ③ $(1, 2)$ ④ $(2, 2)$
 ⑤ $(2, 3)$



해설

$y = f(x)$ 와 $x = f(y)$ 는 서로 역함수의 관계이므로 두 그래프의 교점 P 는 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 교점과 같다. 따라서 점 P 는 직선 $x = y$ 위의 점이므로 $(2, 2)$ 이다.

7. 다음 그림은 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = x$ 의 그래프이다. $(f \circ f)^{-1}(b)$ 의 값은?



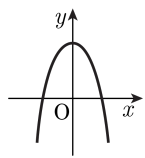
- ① a ② b ③ c ④ d ⑤ e

해설

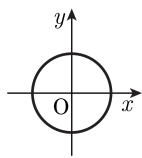
$$\begin{aligned}
 (f \circ f)^{-1}(b) &= (f^{-1} \circ f^{-1})(b) \\
 &= f^{-1}(f^{-1}(b)) \\
 f^{-1}(b) &= k \text{라고 하면, } f(k) = b \\
 \therefore k &= c \\
 \therefore f^{-1}(f^{-1}(b)) &= f^{-1}(c) \\
 \text{또, } f^{-1}(c) &= t \text{라고 하면, } f(t) = c \\
 \therefore t &= d \\
 \therefore (f \circ f)^{-1}(b) &= d
 \end{aligned}$$

8. 다음 중 함수의 그래프인 것은?

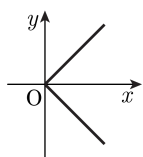
①



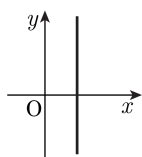
②



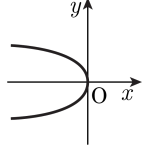
③



④



⑤



해설

함수는 하나의 x 값에 여러 개의 y 값이 대응될 수 없다.

9. 실수 전체의 집합에 대하여 공집합이 아닌 부분집합 X 를 정의역으로 하는 두 함수 $f(x) = 2x^2 - 10x - 5$, $g(x) = -x^2 + 2x + 10$ 이 서로 같을 때, 집합 X 의 개수는 몇 개인가?

① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$f(x) = g(x)$ 이므로
 $2x^2 - 10x - 5 = -x^2 + 2x + 10$ 에서
 $3x^2 - 12x - 15 = 0$, $3(x^2 - 4x - 5) = 0$
 $(x - 5)(x + 1) = 0$
 $\therefore x = 5, -1$
즉, $x = 5$ 또는 $x = -1$ 일 때 $f(x) = g(x)$ 이다.
 $\therefore X = \{-1\}, \{5\}, \{-1, 5\}$

10. 두 함수 $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$ 에 대하여 $(f \circ g)(x)$ 를 구하면?

① $(f \circ g)(x) = (x + 2)^2$ ② $(f \circ g)(x) = x^2 + 2$

③ $(f \circ g)(x) = (x - 2)^2$ ④ $(f \circ g)(x) = x^2 - 2$

⑤ $(f \circ g)(x) = -x^2 + 2$

해설

두 함수 $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$ 에 대하여
 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x + 2) = (x + 2)^2$

11. 두 함수 $f(x) = 3x + 1$, $g(x) = -x^2 + x$ 에 대하여 $(f \circ g)(2)$, $(g \circ f)(2)$ 의 합숫값을 각각 a , b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① -47 ② -35 ③ 12 ④ 37 ⑤ 47

해설

$$a = (f \circ g)(2) = f(g(2)) = f(-2) = -5$$

$$b = (g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(7) = -42$$

$$\therefore a - b = -5 - (-42) = 37$$

12. 두 함수 $f(x) = 3x - 5$, $g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여 $(g \circ f)(2)$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\therefore (g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(1) = 2$$

13. 두 함수 f, g 가 $f(x) = 2x - 3$, $g(2x - 1) = -6x + 5$ 를 만족할 때, $(f \circ g)(5)$ 의 값은? (단, $f \circ g$ 는 g 와 f 의 합성함수이다.)

① 18

② 12

③ -15

④ -24

⑤ -29

해설

$$(f \circ g)(5) = f(g(5))$$

$2x - 1 = 5$ 에서 $x = 3$ 이므로

$$g(5) = -6 \cdot 3 + 5 = -13$$

$$\therefore (f \circ g)(5) = f(-13) = 2 \cdot (-13) - 3 = -29$$

14. 두 함수 $f(x) = x + 2$, $g(x) = 2x - 1$ 에 대하여 $(g \circ f)(1)$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(3) = 5$$

15. 두 함수 $f(x) = ax + b$, $g(x) = ax + c$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은 무엇인가?

① $a = 1$ 또는 $b = c$

② $a = 1$

③ $b = c$

④ $a = 0$ 또는 $b = c$

⑤ $a = 0$

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(ax + c) \\ &= a(ax + c) + b \\ &= a^2x + ac + b\end{aligned}$$

$$\text{마찬가지로 } (g \circ f)(x) = a^2x + ab + c$$

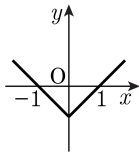
$$\therefore ac + b = ab + c$$

$$\text{즉, } (a - 1)(b - c) = 0$$

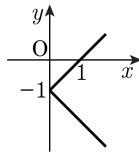
$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } b = c$$

16. 다음 중 함수 $|y| = x - 1$ 의 그래프를 구하면?

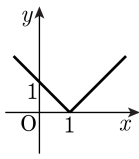
①



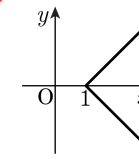
②



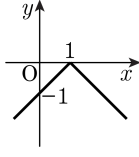
③



④

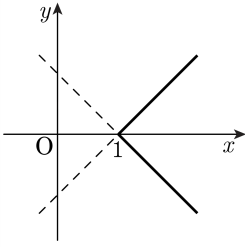


⑤



해설

$|y| = x - 1$ 에서
 $y \geq 0$ 일 때,
 $y = x - 1$
 $y < 0$ 일 때,
 $-y = x - 1, y = -x + 1$
따라서, 그래프는 다음
그림과 같다.



17. 함수 $f(x) = |4x + a| + b$ 는 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -2 를 가진다. 이때, 상수 a, b 의 값에 대하여 $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$f(x) = |4x + a| + b = \left| 4\left(x + \frac{a}{4}\right) \right| + b$ 의 그래프는

$y = |4x|$ 의 그래프를

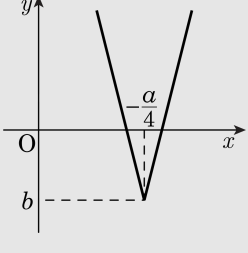
x 축의 방향으로 $-\frac{a}{4}$ 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 것이므로 다음 그림과 같다.

따라서 $x = -\frac{a}{4}$ 일 때

최솟값 b 를 가지므로 $-\frac{a}{4} = 3, b = -2$

따라서 $a = -12, b = -2$ 이므로

$\therefore b - a = 10$



18. 다음 함수 중 좌표평면에서 그 그래프가 임의의 직선과 항상 만나는 것은 무엇인가?

① $y = |x|$

② $y = x^2$

③ $y = \sqrt{x}$

④ $y = x^3$

⑤ $y = \frac{1}{x}$

해설

각 함수의 그래프를 그려보거나,
정의역, 치역 관계를 조사해 보면 쉽게 알 수 있다.
 x, y 전체 실수 구간에서 그래프가
그려지는 함수는 $y = x^3$ 뿐이다.

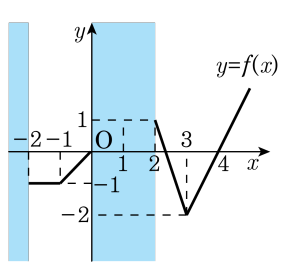
19. 주기가 5인 함수 $f(x)$ 에 대하여 다음 중 $f(2006)$ 과 같은 것을 고르면?

① $f(1)$ ② $f(2)$ ③ $f(3)$ ④ $f(4)$ ⑤ $f(5)$

해설

$$f(2006) = f(5 \times 401 + 1) = f(1)$$

20. 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시키는 함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 일부분이 다음 그림과 같이 지워져 있다. 다음 보기는 함수 $y = f(x)$ 에 대한 설명이다. M, N 의 합을 구하여라.



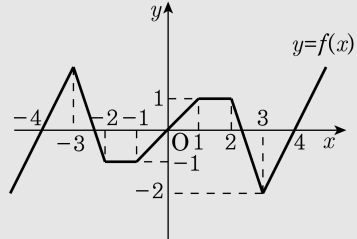
$-4 \leq x \leq -2$ 일 때, $f(x)$ 의 최댓값은 M 이고, $0 \leq x \leq 2$ 일 때, $f(x)$ 의 최댓값은 N 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시키므로 주어진 함수는 기함수 즉, 원점 대칭이다. 따라서 그래프를 완성하면 다음 그림과 같으므로

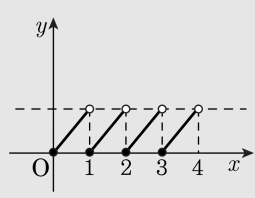


$-4 \leq x \leq -2$ 일 때,
 $f(x)$ 의 최댓값 $M = 2$ 이고,
 $0 \leq x \leq 2$ 일 때,
 $f(x)$ 의 최댓값 $N = 1$ 이다.
 $\therefore M + N = 3$

21. $y = x - [x] (0 \leq x \leq 4)$ 의 그래프를 그릴 때, 그래프의 길이를 구하면?
 ($[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대 정수)

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

해설



$y = x - [x]$ 에서

i) $0 \leq x < 1$ 인 경우 $y = x - 0$

ii) $1 \leq x < 2$, $y = x - 1$

iii) $2 \leq x < 3$, $y = x - 2$

iv) $3 \leq x < 4$, $y = x - 3$

i), ii), iii), iv)를 그래프로 그리면 다음과 같다. 그러므로 각각의 길이는 $\sqrt{2}$ 이 일정하므로

$4\sqrt{2}$ 가 된다.

22. 두 함수 $y = |x - 1|$, $y = \left[\frac{x}{2}\right]$ 의 그래프의 교점의 개수를 구하면?
(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$y = |x - 1|$ 과 $y = \left[\frac{x}{2}\right]$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.

The graph shows two functions on a Cartesian coordinate system. The x-axis ranges from -2 to 6, and the y-axis ranges from -1 to 2. The function $y = |x - 1|$ is a V-shaped curve with its vertex at (1, 0). The function $y = \left[\frac{x}{2}\right]$ is a piecewise linear function that increases in steps. The two functions intersect at two points: (1, 0) and (4, 2). The intersection at (4, 2) is marked with a solid dot on the $y = \left[\frac{x}{2}\right]$ graph and an open circle on the $y = |x - 1|$ graph.

따라서, $y = |x - 1|$ 과 $y = \left[\frac{x}{2}\right]$ 의 그래프의 교점의 개수는 2 개이다.

23. 자연수 n 에 대하여 n^2 을 오진법으로 표시했을 때 일의 자리수를 $f(n)$ 이라 하자. <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면 ?

보기

- ㉠ $f(3) = 4$
㉡ $0 \leq f(n) \leq 4$
㉢ $f(n) = 2$ 인 자연수 n 은 없다.

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠. $f(3)$ 은 3^2 을 오진법으로 표시한 일의 자리수이므로 $3^2 = 5 \times 1 + 4 = 14_{(5)}$ 에서 $f(3) = 4$ $\therefore$ 참
㉡. 오진법으로 쓸 때 1의 자리에는 0, 1, 2, 3, 4만이 올 수 있으므로 $0 \leq f(n) \leq 4$ $\therefore$ 참
㉢. $f(n) = 2$ 이므로 $n^2 = p_k 5^k + p_{k-1} 5^{k-1} + \cdots + p_2 5^2 + p_1 \cdot 5 + 2$ ($p_i = 0, 1, 2, 3, 4$)의 꼴로 나타낼 수 있다. 즉, n^2 을 5로 나눈 나머지가 2가 된다는 뜻이다. 그런데 정수 l 에 대하여
i) $n = 5l$ 이면 $n^2 = 25l^2$ 즉, 5로 나눈 나머지는 0이다.
ii) $n = 5l + 1$ 이면 $n^2 = (5l + 1)^2 = 25l^2 + 10l + 1$ 즉, 5로 나눈 나머지는 1이다.
iii) $n = 5l + 2$ 이면 $n^2 = (5l + 2)^2 = 25l^2 + 20l + 4$ 즉, 5로 나눈 나머지는 4이다.
iv) $n = 5l + 3$ 이면 $n^2 = (5l + 3)^2 = 25l^2 + 30l + 5 + 4$ 즉, 5로 나눈 나머지는 4이다.
v) $n = 5l + 4$ 이면 $n^2 = (5l + 4)^2 = 25l^2 + 40l + 15 + 1$ 즉, 5로 나눈 나머지는 1이다.
모든 자연수 n 은 i), ii), iii), iv), v) 중 어느 한 꼴로 표현이 가능하므로 5로 나눈 나머지가 2가 되는 경우는 없다.
 $\therefore$ 참

24. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 $f(1) = 3$ 이고, 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x+1) = \frac{1+f(x)}{1-f(x)} \text{ 를 만족시킨다. 이 때, } f(1998) \text{ 의 값은?}$$

- ① 3 ② 2 ③ -1 ④ -2 ⑤ -3

해설

$$\begin{aligned} f(2) &= \frac{1+f(1)}{1-f(1)} \\ &= \frac{1+3}{1-3} = -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(3) &= \frac{1+f(2)}{1-f(2)} \\ &= \frac{1-2}{1+2} = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(4) &= \frac{1+f(3)}{1-f(3)} \\ &= \frac{1-\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(5) &= \frac{1+f(4)}{1-f(4)} \\ &= \frac{1+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} = 3 \end{aligned}$$

$$f(5) = f(1) = 3 \text{ 이므로}$$

$$f(6) = f(2) = -2, f(7) = f(3) = -\frac{1}{3}$$

$$f(8) = f(4) = \frac{1}{2}, f(9) = f(5) = f(1) = 3, \dots$$

이와 같이 $f(n)$ (n 은 자연수) 은

$$3, -2, -\frac{1}{3}, \frac{1}{2} \text{ 이 반복됨을 알 수 있다.}$$

$$\therefore f(4n+k) = f(k)$$

(단, n 은 0 이상의 정수, $k = 0, 1, 2, 3$)

$$\text{그러므로 } f(1998) = f(4 \times 499 + 2) = f(2) = -2$$

25. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 일 때, 함수 $f: X \rightarrow X$ 가 X 의 임의의 원소 x 에 대하여 $f(x) \leq x$ 를 만족한다. 이 때, 함수 f 의 개수는?

① 16 개 ② 20 개 ③ 24 개 ④ 28 개 ⑤ 32 개

해설

$f(1)$ 의 값이 될 수 있는 것은
1 의 1 개 $\Leftarrow f(1) \leq 1$
 $f(2)$ 의 값이 될 수 있는 것은
1, 2 의 2 개 $\Leftarrow f(2) \leq 2$
 $f(3)$ 의 값이 될 수 있는 것은
1, 2, 3 의 3개 $\Leftarrow f(3) \leq 3$
 $f(4)$ 의 값이 될 수 있는 것은
1, 2, 3, 4 의 4개 $\Leftarrow f(4) \leq 4$
따라서, 구하는 함수 f 의 개수는
 $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ (개)

26. 함수 $f(x) = \frac{-3x+1}{x+3}$ 에 대하여 $f^1=f, f^{n+1} = f \circ f^n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 이라 할 때, $f^{2006}(-2) + f^{2007}(-2)$ 의 값은?

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

해설

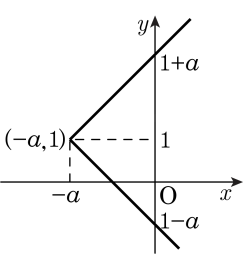
$$f(-2) = \frac{6+1}{-2+3} = 7$$
$$f^2(-2) = f(f(-2)) = f(7) = -2$$
$$f^3(-2) = f(f^2(-2)) = f(-2) = 7$$
$$f^4(-2) = f(f^3(-2)) = f(7) = -2$$
$$\vdots$$
$$f^{2006}(-2) = -2$$
$$f^{2007}(-2) = 7$$
$$\therefore f^{2006}(-2) + f^{2007}(-2) = -2 + 7 = 5$$

27. $|y-1|=x+a$ 의 그래프와 y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 4 일 때, 양수 a 의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

$|y-1|=x+a$ 의
그래프는 $|y|=x$ 를
 x 축 음의 방향으로 a ,
 y 축 양의 방향으로 1 만큼 평행이동시킨
그래프이므로 다음 그림과 같다.
이때, y 절편은 $|y-1|=a$ 에서 $y=1\pm a$
 $\therefore S=\frac{1}{2}\cdot 2a\cdot a=4 \quad \therefore a=2(a>0)$



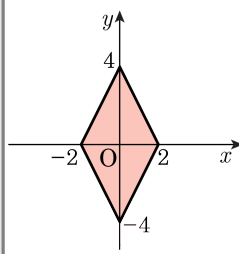
28. 함수 $2|x| + |y| = 4$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$2|x| + |y| = 4$ 의 그래프는 $2x + y = 4$,
즉 $y = -2x + 4$ 의 그래프에서
 $x \geq 0, y \geq 0$ 인 부분만 남기고,
이 그래프를 x 축, y 축, 원점에 대하여 각
각 대칭시킨 것이므로 다음 그림과 같다.
따라서 구하는 도형의 넓이는 $8 \times 4 \times \frac{1}{2} =$
16



29. 함수 $f(x) = |x-1| + |x-2| + |x-a|$ 가 $x=a$ 에서 최솟값을 가질 때, $f(0) + f(3)$ 의 값은?

① 9

② -9

③ $2a$

④ $2a-3$

⑤ $-2a+3$

해설

절댓값 기호가 홀수 개 있을 때, 절댓값 기호 안의 값이 0 이 되게 하는 x 의 값 중 가운데 값에서 최솟값을 가지므로 $x=a$ 에서 $f(x)$ 가 최솟값을 가지려면 $1 \leq a \leq 2$ 이어야 한다.

$$\text{이 때, } f(0) = |-1| + |-2| + |-a| = 3 + a$$

$$f(3) = |2| + |1| + |3-a| = 6 - a$$

$$\therefore f(0) + f(3) = 3 + a + 6 - a = 9$$

30. 실수의 집합을 R 이라 할 때, 함수 $f : R \rightarrow R$ 가 다음과 같이 정해져 있다. 이 때, 일대일 대응인 것은?

① $f(x) = ax + b \ (a \neq 0)$ ② $f(x) = x^2$

③ $f(x) = |x|$ ④ $f(x) = 2$

⑤ $f(x) = \frac{1}{x}$

해설

지역이 실수이고 $x_1 \neq x_2$ 이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 인 것은 증가만 하거나 감소만 하는 그래프이다.

①은 직선으로서 $a > 0$ 이면 증가하고 $a < 0$ 이면 감소하는 그래프이다.

31. 다음 보기 중 $X = \{-1, 1, 2\}$ 에서 $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 로의 함수가 될 수 있는 것은 몇 개인가?

<보기>

㉠ $f : x \rightarrow |x|^2$

㉡ $g : x \rightarrow x + 2$

㉢ $h : x \rightarrow |x| + 1$

㉣ $i : x \rightarrow x^2 - 1$

㉤ $j : x \rightarrow |x| + 3$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

㉠ $f(-1) = |-1|^2 = 1 \in Y$

$f(1) = |1|^2 = 1 \in Y$

$f(2) = |2|^2 = 4 \in Y$

㉡ $g(-1) = -1 + 2 = 1 \in Y$

$g(1) = 1 + 2 = 3 \in Y$

$g(2) = 2 + 2 = 4 \in Y$

㉢ $h(-1) = |-1| + 1 = 2 \in Y$

$h(1) = |1| + 1 = 2 \in Y$

$h(2) = |2| + 1 = 3 \in Y$

㉣ $i(-1) = i(1) = 0 \notin Y$

㉤ $j(2) = 5 \notin Y$

그러므로 ㉠, ㉡은 함수가 될 수 없고 ㉠, ㉡, ㉢ 3개 만 함수가 될 수 있다.

32. $f(x) = \frac{2x-1}{2x+1}$ 에 대하여 $f(25)$ 의 값을 구하면?

① $\frac{45}{51}$

② $\frac{46}{51}$

③ $\frac{47}{51}$

④ $\frac{48}{51}$

⑤ $\frac{49}{51}$

해설

$$\therefore f(25) = \frac{2 \times 25 - 1}{2 \times 25 + 1} = \frac{49}{51}$$

33. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 가 $f(x) = 2x + 1$ 로 정의될 때, 함수 f 의 치역의 모든 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$f(1) = 2 \times 1 + 1 = 3$$

$$f(2) = 2 \times 2 + 1 = 5$$

$$f(3) = 2 \times 3 + 1 = 7$$

$$f(4) = 2 \times 4 + 1 = 9 \text{ 이므로}$$

함수 f 의 치역은 $\{3, 5, 7, 9\}$

$$\text{따라서, 치역의 모든 원소의 합은 } 3 + 5 + 7 + 9 = 24$$

34. 실수 전체의 집합에서 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 2-x & (x \text{는 유리수}) \\ x & (x \text{는 무리수}) \end{cases} \quad \text{로 정의될 때, } f(x) + f(2-x) \text{ 의 값}$$

은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\text{함수 } f(x) = \begin{cases} 2-x & (x \text{는 유리수}) \\ x & (x \text{는 무리수}) \end{cases} \quad \text{에서}$$

(i) x 가 유리수일 때, $2-x$ 도 유리수이므로

$$f(x) + f(2-x) = (2-x) + \{2-(2-x)\} = 2$$

(ii) x 가 무리수일 때, $2-x$ 도 무리수이므로

$$f(x) + f(2-x) = x + (2-x) = 2$$

(i), (ii)에서 $f(x) + f(2-x) = 2$

35. 임의의 양수 x, y 에 대하여 함수 f 가 $f(xy) = f(x) + f(y) - 2$ 를 만족하고 $f(2) = 3$ 일 때, $f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$$f(xy) = f(x) + f(y) - 2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

①에 $x = 1, y = 1$ 을 대입하면

$$f(1) = f(1) + f(1) - 2$$

$$\therefore f(1) = 2$$

①에 $x = 2, y = \frac{1}{2}$ 을 대입하면

$$f(1) = f(2) + f\left(\frac{1}{2}\right) - 2$$

$$2 = 3 + f\left(\frac{1}{2}\right) - 2 \quad \therefore f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$