

1. $2(x-1)^2 + 3 = ax^2 - 4x + 5$ 가 이차방정식일 때, a 의 값이 될 수 없는 것은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$2(x^2 - 2x + 1) + 3 = ax^2 - 4x + 5$$

$$2x^2 - 4x + 2 + 3 = ax^2 - 4x + 5$$

$$(2 - a)x^2 = 0$$

$$\therefore a \neq 2$$

2. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 + px - ap - 2q = 0$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 2$ 의 근을 가질 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$x = 2$ 가 근이므로 $4a + 2p - ap - 2q = 0$ 이고 a 의 값에 관계없이 성립하므로

$(4 - p)a + 2(p - q) = 0$ 에 의하여 $p = 4, q = 4$ 이다.

$\therefore p + q = 8$

3. 이차방정식 $x^2 - x - 1 = 0$ 의 한 근이 α 일 때, $\frac{\alpha^2}{1+\alpha} - \frac{3\alpha}{1-\alpha^2}$ 의 값을 구하면?

① 6

② 4

③ 2

④ 0

⑤ -2

해설

이차방정식 $x^2 - x - 1 = 0$ 에 $x = \alpha$ 를 대입하면,

$$\alpha^2 - \alpha - 1 = 0 \Rightarrow 1 + \alpha = \alpha^2, 1 - \alpha^2 = -\alpha$$

$$\therefore \frac{\alpha^2}{1+\alpha} - \frac{3\alpha}{1-\alpha^2} = \frac{\alpha^2}{\alpha^2} - \frac{3\alpha}{-\alpha} = 1 + 3 = 4$$

4. 다음의 이차방정식에서 양의 근들의 합은?

$$\textcircled{\text{A}} (2x + 1)(3x - 1) = 0$$

$$\textcircled{\text{B}} 2x(x - 1) = 0$$

$$\textcircled{\text{C}} 4\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{2}{3}\right) = 0$$

$$\textcircled{1} \frac{3}{4}$$

$$\textcircled{2} \frac{1}{3}$$

$$\textcircled{3} \frac{5}{4}$$

$$\textcircled{4} \frac{5}{2}$$

$$\textcircled{5} 3$$

해설

$$\textcircled{\text{A}} 2x + 1 = 0 \text{ 또는 } 3x - 1 = 0 \quad \therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = \frac{1}{3}$$

$$\textcircled{\text{B}} 2x = 0 \text{ 또는 } x - 1 = 0 \quad \therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\textcircled{\text{C}} x - \frac{1}{2} = 0 \text{ 또는 } x - \frac{2}{3} = 0 \quad \therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}$$

$$\text{따라서 양의 근만 모두 더하면 } \frac{1}{3} + 1 + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{5}{2}$$

5. $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ 일 때, $\begin{vmatrix} x-3 & x+1 \\ 4 & 2x \end{vmatrix} = x+17$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -\frac{3}{2}$

▷ 정답 : $x = 7$

해설

$$\begin{vmatrix} x-3 & x+1 \\ 4 & 2x \end{vmatrix} = x+17$$

$$2x(x-3) - 4(x+1) = x+17$$

$$2x^2 - 6x - 4x - 4 = x+17$$

$$2x^2 - 11x - 21 = 0$$

$$(x-7)(2x+3) = 0$$

따라서 $x = 7$ 또는 $x = -\frac{3}{2}$ 이다.

6. 이차방정식 $x^2 - 4x + k = 0$ 의 한 근이 $2 - \sqrt{3}$ 일 때, k 의 값과 다른 근을 구하면?

- ① $k = 0, 1 - \sqrt{3}$ ② $k = 1, 2 + \sqrt{3}$ ③ $k = 2, 1 + \sqrt{3}$
④ $k = 3, 1 - \sqrt{3}$ ⑤ $k = 4, 2 + \sqrt{3}$

해설

한 근 $2 - \sqrt{3}$ 을 대입하여 k 를 구하면 $k = 1$

$x^2 - 4x + 1 = 0$ 에서 $x = 2 \pm \sqrt{3}$

따라서 다른 한 근은 $2 + \sqrt{3}$

7. 이차방정식 $ax^2 + (5 - 4b)x - 6 = 0$ 의 한 해가 $x = 1$ 일 때, 상수 $a - 4b$ 의 값은?

① 15

② -8

③ 1

④ 8

⑤ 15

해설

이차방정식 $ax^2 + (5 - 4b)x - 6 = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면,

$$a + 5 - 4b - 6 = 0$$

$$\therefore a - 4b = 1$$

8. 두 이차방정식 $2x^2 + 3x - 2 = 0$, $2x^2 + 7x + 6 = 0$ 의 공통인 해를 구하면?

① $x = -2$

② $x = -1$

③ $x = 0$

④ $x = 1$

⑤ $x = 2$

해설

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$(2x - 1)(x + 2) = 0$$

$$x = \frac{1}{2}, x = -2$$

$$2x^2 + 7x + 6 = 0$$

$$(2x + 3)(x + 2) = 0$$

$$x = -\frac{3}{2}, x = -2$$

따라서 공통인 해는 $x = -2$

9. 다음 이차방정식 중 중근을 갖지 않는 것을 모두 고르면?

① $x^2 - 1 = 0$

② $x^2 = 12x - 36$

③ $2(x + 4)^2 = 8$

④ $x^2 = 6(x - \frac{3}{2})$

⑤ $1 - \frac{1}{3}x^2 = 2(x + 2)$

해설

① $x^2 - 1 = 0$ 에서 $(x - 1)(x + 1) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = -1$

③ $2(x + 4)^2 = 8$ 에서 $x^2 + 8x + 12 = 0$, $(x + 2)(x + 6) = 0$

$\therefore x = -2$ 또는 $x = -6$

10. 이차방정식 $(x - 2)^2 = 5$ 의 두 근의 곱을 구하면?

① -7

② -5

③ -3

④ -1

⑤ 1

해설

$$(x - 2)^2 = 5, x - 2 = \pm \sqrt{5}, x = 2 \pm \sqrt{5}$$

따라서 두 근의 곱은 $(2 + \sqrt{5})(2 - \sqrt{5}) = 4 - 5 = -1$ 이다.

11. 이차방정식 $(x+5)(x-3) = 5$ 를 $(x+p)^2 = q$ 의 꼴로 나타낼 때, $p+q$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 상수)

▶ 답:

▷ 정답: 22

해설

$$(x+5)(x-3) = 5, \quad x^2 + 2x - 15 = 5$$

$$x^2 + 2x = 20, \quad (x+1)^2 = 21$$

$$p = 1, \quad q = 21$$

$$\therefore p + q = 22$$

12. 다음 중 이차방정식과 해가 잘못 짝지어진 것은?

① $(x+1)^2 = 5 \rightarrow x = -1 \pm \sqrt{5}$

② $3x^2 - 6x - 5 = 0 \rightarrow x = 1 \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$

③ $\frac{1}{2}x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm \sqrt{6}$

④ $\frac{1}{2}x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{3}$

⑤ $2(x-5)^2 - 1 = 0 \rightarrow x = 5 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

해설

$$\text{② } 3x^2 - 6x - 5 = 0, 3(x^2 - 2x) = 5$$

$$3(x^2 - 2x + 1) = 5 + 3$$

$$3(x-1)^2 = 8$$

$$\therefore x = 1 \pm \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

13. 이차방정식 $x^2 + a = 0$ 의 근이 존재할 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 12

② 0

③ -3

④ -5

⑤ -12

해설

$x^2 = -a$ 의 근이 존재하려면 $-a \geq 0, a \leq 0$

14. 이차방정식 $4x^2 - 7x - A = 0$ 의 해가 $x = \frac{7 \pm \sqrt{129}}{B}$ 일 때, $A - B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 16A}}{8} = \frac{7 \pm \sqrt{129}}{B} \text{ 에서}$$

$$A = 5, B = 8$$

$$\therefore A - B = 5 - 8 = -3$$

15. 이차방정식 A 의 두 근 중 큰 근이 다른 이차방정식 B 의 근일 때, a 의 값을 구하여라.

$$A : (x + 2)^2 - 2(x + 2) - 15 = 0$$

$$B : 2x^2 + ax - 5a = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$x + 2 = t \text{로 치환하면 } t^2 - 2t - 15 = 0$$

$$(t - 5)(t + 3) = 0, t = 5 \text{ 또는 } t = -3$$

$$t = x + 2 = 5, t = x + 2 = -3 \text{에서 } x = 3 \text{ 또는 } x = -5$$

따라서 큰 근은 3이다.

$$x = 3 \text{을 } 2x^2 + ax - 5a = 0 \text{에 대입하면}$$

$$18 + 3a - 5a = 0$$

$$\therefore a = 9$$

16. 임의의 실수 x 의 정수 부분이 a 일 때, $[x] = a$ 로 나타내기로 한다.
 $2 \leq x < 3$ 일 때, 방정식 $[x]x^2 - x - 5[x] = 0$ 의 해는?

① $\frac{5}{2}$

② $\frac{7}{3}$

③ $\frac{3}{2}$

④ -2

⑤ $-\frac{5}{2}$

해설

$2 \leq x < 3$ 이므로 $[x] = 2$ 이다.

$[x] = 2$ 를 대입하면 $2x^2 - x - 10 = 0$ 이고, 인수분해를 하면
 $(2x - 5)(x + 2) = 0$ 이다.

$$\therefore x = \frac{5}{2} \quad (\because 2 \leq x < 3)$$

17. 다음 이차방정식의 근을 구하면?

$$0.5(x-2)(x+1) = \frac{1}{3}(x-2)^2$$

- ① 1, -7 ② -7, 2 ③ -4, 9 ④ 3, -5 ⑤ 14, 1

해설

양변에 6을 곱하면

$$3(x-2)(x+1) = 2(x-2)^2$$

$$3x^2 - 3x - 6 = 2x^2 - 8x + 8$$

$$x^2 + 5x - 14 = 0$$

$$(x+7)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -7 \text{ 또는 } x = 2$$

18. 두 이차방정식 $x^2 - 12x + a = 0$, $(x - b)^2 = 0$ 의 근이 같고 근의 개수는 1개일 때, $a + b$ 의 값은?

① 6

② 12

③ 24

④ 36

⑤ 42

해설

$x^2 - 12x + a = 0$ 은 중근을 가지고, $(x - b)^2 = 0$ 도 같은 근을 가진다.

따라서 $a = 36$, $b = 6$ 이므로

$a + b = 42$ 이다.

19. 이차방정식 $x^2 + 8x - 20 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라 할 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라 기호로 써라.

보기

㉠ $m^2 + n^2 = 104$

㉡ $(m - n)^2 = m^2 n^2$

㉢ $|n - m| \geq -3mn$

㉣ $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = -\frac{26}{5}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$$m + n = -8, mn = -20 \text{ 이다.}$$

$$\text{㉠ : } m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 64 - 2(-20) = 104$$

$$\begin{aligned} \text{㉡ : } (m - n)^2 &= (m + n)^2 - 4mn \\ &= (-8)^2 - 4(-20) \\ &= 64 + 80 \\ &= 144 \neq m^2 n^2 \end{aligned}$$

㉢ : ㉡에 의해

$$|n - m| + 3mn = |\pm 12| - 60 < 0$$

$$\text{㉣ : } \frac{n}{m} + \frac{m}{n} = \frac{m^2 + n^2}{mn} = \frac{104}{-20} = -\frac{26}{5}$$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

20. 이차방정식 $x^2 - ax - a + 2 = 0$ 의 두 개의 서로 다른 실수의 근을 p, q 라고 할 때 $p^2 + q^2 = 11$ 을 만족하는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$p + q = a, pq = -a + 2$$

$$p^2 + q^2 = 11$$

$$(p + q)^2 - 2pq = 11$$

$$a^2 - 2(-a + 2) = 11$$

$$a^2 + 2a - 15 = 0$$

$$(a + 5)(a - 3) = 0$$

$$\therefore a = -5, 3$$

한편, $x^2 - ax - a + 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실수의 근을 가지므로 $D = (-a)^2 - 4(-a + 2) > 0$ 이다.

$a^2 + 4a - 8 > 0$ 이어야 하는데 -5 는 위 부등식을 만족시키지 않는다.

$$\therefore a = 3$$

21. 이차방정식 $4x^2 + 8x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 의 근은 $\alpha + \beta, \alpha^2 + \beta^2$ 이다. 이 때, $b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{2}$

해설

근과 계수와의 관계에서

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = \frac{5}{4}$$

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= (-2)^2 - \frac{5}{2} = \frac{3}{2}\end{aligned}$$

$x^2 + bx + c = 0$ 의 근이 $-2, \frac{3}{2}$ 이므로

$$-b = -2 + \frac{3}{2}, b = \frac{1}{2}$$

$$c = -2 \times \frac{3}{2} = -3$$

$$\therefore b + c = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2}$$

22. 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근은 연속하는 홀수이다. 두 근의 제곱의 차가 24일 때, $n - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 47

해설

$x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근을 $a, a + 2$ (단, a 는 홀수)로 놓으면

$$m = -2a - 2, n = a^2 + 2a$$

$$(a + 2)^2 - a^2 = 24$$

$$4a + 4 = 24, 4a = 20, a = 5$$

$$m = -2 \times 5 - 2 = -12$$

$$\therefore n = 25 + 10 = 35$$

$$\therefore n - m = 35 + 12 = 47$$

23. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 을 철수는 상수항을 잘못보고 풀어서 근이 $-3, 7$ 이 나왔고, 영희는 일차항의 계수를 잘못 보고 풀어서 근이 $2, -6$ 이 나왔다. 올바른 이차방정식의 근을 구했을 때 두 근의 곱은?

① 4

② 8

③ -8

④ 12

⑤ -12

해설

철수는 상수항을 잘못 보았으므로 근과 계수와의 관계에서

$$a = -3 + 7 = 4$$

영희는 일차항의 계수를 잘못 보았으므로

$$b = 2 \times (-6) = -12$$

따라서 $x^2 - 4x - 12 = 0$, $(x + 2)(x - 6) = 0$, $x = -2$ 또는 $x = 6$

\therefore 두 근의 곱은 -12

해설

철수는 상수항을 잘못 보았으므로

$(x + 3)(x - 7) = 0$, $x^2 - 4x - 21 = 0$ 에서 일차항의 계수는 -4

영희는 일차항의 계수를 잘못보았으므로

$(x - 2)(x + 6) = 0$, $x^2 + 4x - 12 = 0$ 에서 상수항은 -12

따라서 올바른 방정식은 $x^2 - 4x - 12 = 0$ $(x - 6)(x + 2) = 0$, $x = 6, -2$

\therefore 두 근의 곱은 -12

24. 이차방정식 $4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가질 때, 두 양의 정수 $k, k-5$ 를 두 근으로 하는 이차방정식 A 는? (단, A 의 이차항의 계수는 1 이다.)

① $x^2 + 19x + 84 = 0$

② $x^2 - 19x - 84 = 0$

③ $x^2 - 84x + 19 = 0$

④ $x^2 - 19x + 84 = 0$

⑤ $x^2 - 20x + 84 = 0$

해설

$4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$k^2 - 4 \times 4 \times 9 = 0$$

$$k = 12 (\because k > 0)$$

따라서 두 근은 12, 7

$$\therefore (x - 12)(x - 7) = 0$$

$$\therefore x^2 - 19x + 84 = 0$$

25. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 계수를 정하는데, 안이 보이지 않는 상자에 0 ~ 9 까지의 숫자가 적힌 공을 넣어 첫 번째 뽑힌 숫자를 a , 두 번째 뽑힌 숫자를 b 로 정했다고 한다. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근이 1 개일 확률이 $\frac{t}{s}$ 라고 할 때, $t + s$ 의 값을 구하여라. (단, t, s 는 서로소이고, 첫 번째 뽑은 공은 다시 상자 안에 넣고 두 번째 공을 뽑는다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

중근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b, a^2 = 4b$$

이를 만족하는 (a, b) 를 구하면

$(a, b) = (0, 0), (2, 1), (4, 4), (6, 9)$ 의 네 가지이고 모든 경우의 수는 100 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{100} = \frac{1}{25}$ 이다.

$\therefore t = 1, s = 25$ 이므로 $t + s = 26$ 이다.