

1. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 세 점 $(0, 2), (1, b+5), (-1, 4a-1)$ 을 지날 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점을 대입하면

$$a = 3, b = -6, c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 3 - 6 + 2 = -1$$

2. 세 점 $(0, -6)$, $(1, -2)$, $(-1, -8)$ 을 지나는 포물선의 식을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $y = x^2 + 3x - 6$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점을 대입하면

$$-6 = c \cdots \textcircled{1}$$

$$-2 = a + b + c \cdots \textcircled{2}$$

$$-8 = a - b + c \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③을 연립하여 풀면

$$a = 1, b = 3, c = -6$$

$$\therefore y = x^2 + 3x - 6$$

3. 세 점 $(1, 2)$, $(2, -3)$, $(0, 1)$ 을 지나는 포물선의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 꼭짓점의 좌표 : $\left(\frac{2}{3}, \frac{7}{3}\right)$

▷ 정답 : 축의 방정식 : $x = \frac{2}{3}$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 각 점을 대입하면

$$a + b + c = 2, 4a + 2b + c = -3, c = 1$$

$$a = -3, b = 4, c = 1$$

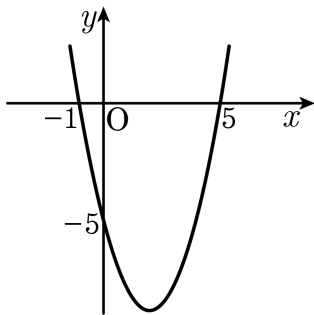
$$\therefore y = -3x^2 + 4x + 1$$

$$= -3\left(x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{9} - \frac{4}{9}\right) + 1$$

$$= -3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{4}{3} + 1$$

$$= -3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{7}{3}$$

4. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 이차함수의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 x 절편이 $-1, 5$ 이므로 $y = a(x+1)(x-5)$ 이다.

y 절편이 -5 이므로 $a = 1$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= (x+1)(x-5) \\ &= x^2 - 4x - 5 \\ &= (x-2)^2 - 9 \end{aligned}$$

따라서 (최솟값) $= -9$ 이다.

5. 이차함수 $y = x(4 - x)$ 는 $x = p$ 일 때, 최댓값 q 를 갖는다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{aligned}y &= x(4 - x) = -x^2 + 4x \\&= -(x - 2)^2 + 4\end{aligned}$$

따라서 $x = 2$ 일 때, 최댓값 4를 갖는다.

$$p = 2, q = 4$$

$$\therefore p + q = 2 + 4 = 6$$

6. 이차함수 $y = 3(x + 1)^2 + 9$ 의 최솟값을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 3

⑤ 9

해설

아래로 볼록하므로 꼭짓점의 y 의 값 9 가 최솟값이다.

7. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + a + 1$ 의 최댓값이 3 이고, 이 이차함수 그래프의 y 절편이 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$y = -x^2 - 2x + a + 1 = -(x + 1)^2 + a + 2$$

최댓값이 3 이므로 $a + 2 = 3$ 에서 $a = 1$ 이다.

이차함수 $y = -x^2 - 2x + a + 1$ 의 y 절편 $a + 1 = b$ 이므로
 $1 + 1 = b$ 에서 $b = 2$ 이다.

따라서 $a + b = 3$ 이다.

8. 이차함수 $y = -x^2 + 4x + k - 3$ 의 최댓값이 5 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 4x + k - 3 \\&= -(x - 2)^2 + 4 + k - 3 \\&= -(x - 2)^2 + 1 + k\end{aligned}$$

$x = 2$ 일 때, 최댓값 $1 + k$ 를 가지므로 $1 + k = 5$

$$\therefore k = 4$$

9. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + a^2 - \frac{a}{2}$ 의 최솟값이 $\frac{5}{2}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$y = x^2 + 2ax + a^2 - \frac{a}{2} = (x + a)^2 - \frac{a}{2}$$

$x = -a$ 일 때, 최솟값이 $-\frac{a}{2}$ 이므로

$$-\frac{a}{2} = \frac{5}{2} \quad \therefore a = -5$$

10. 포물선 $y = 2x^2 - 5x - 12$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 A, B 라고 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{11}{2}$

해설

$y = 2x^2 - 5x - 12$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 좌표는 $2x^2 - 5x - 12 = 0$ 의 근과 같다.

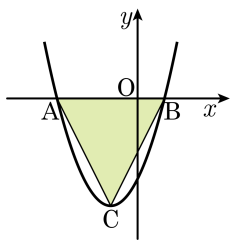
$$2x^2 - 5x - 12 = 0 ,$$

$$(2x + 3)(x - 4) = 0 ,$$

$$x = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } x = 4 ,$$

$$\therefore \overline{AB} = 4 - \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{11}{2}$$

11. 이차함수 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의 좌표를 각각 A, B 라 하고 꼭짓점의 좌표를 C 라 하자. 이 때 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

i) x 축과의 교점 A, B 의 좌표는 $y = 0$ 일 때 x 의 값이다.

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x + 3)(x - 1) = 0$$

$$x = -3 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore A(-3, 0), B(1, 0)$$

$$\text{ii) } y = x^2 + 2x - 3$$

$$= (x^2 + 2x + 1) - 1 - 3$$

$$= (x + 1)^2 - 4$$

$$\therefore C(-1, -4)$$

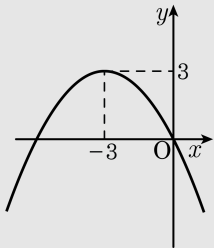
$$\text{iii) } \triangle ABC = 4 \times 4 \times \frac{1}{2} = 8$$

12. $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2x$ 의 그래프가 지나지 않는 곳은?

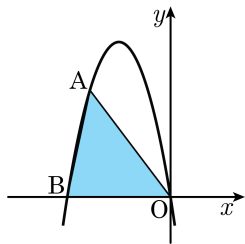
- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 원점

해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{3}x^2 - 2x \\&= -\frac{1}{3}(x^2 + 6x + 9 - 9) \\&= -\frac{1}{3}(x + 3)^2 + 3\end{aligned}$$



13. 다음 그림은 축의 방정식이 $x = -3$ 인 이차 함수 $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 점 O (원점), B 는 x 축과 만나는 점이고, 점 A 가 O 에서 B 까지 포물선을 따라 움직일 때, $\triangle OAB$ 의 넓이의 최댓값은?



① 18

② 27

③ 36

④ 45

⑤ 54

해설

축이 $x = -3$ 이므로 B 의 좌표는 $(-6, 0)$ 이다.

따라서 $y = -x^2 + bx + c$ 가 두 점

$(0, 0)$, $(-6, 0)$ 을 지나므로,

$$0 = c, 0 = -36 - 6b$$

$$b = -6, c = 0$$

$$y = -x^2 - 6x = -(x + 3)^2 + 9$$

$\triangle OAB$ 에서 밑변의 길이를 $\overline{OB}$ 라

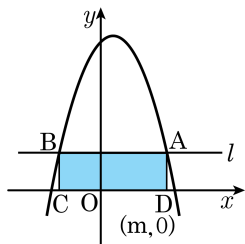
고 하면, 높이가 최대일 때 $\triangle OAB$ 의

넓이가 최대가 된다.

즉, A 가 꼭짓점에 있을 때이다. 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 9)$ 이므로

$$\triangle OAB \text{의 넓이} = \frac{1}{2} \times \overline{OB} \times 9 = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$$

14. $y = -x^2 + x + 6$ 의 그래프와 x 축에 평행인 직선 l 이 만나는 두 점 A, B 에서 x 축에 수선을 그어 그 수선의 발을 각각 D, C 라 하고, 점D 의 x 좌표를 m 이라고 할 때, $\square ABCD$ 의 둘레의 길이의 최댓값은? $\left(\frac{1}{2} < m < 3\right)$



① $\frac{11}{2}$

② $\frac{31}{4}$

③ 10

④ $\frac{49}{4}$

⑤ $\frac{29}{2}$

해설

$y = -x^2 + x + 6 = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$ 의 점 A 의 좌표는 $(m, -m^2 + m + 6)$ 이다.

직사각형의 가로 길이는 $2\left(m - \frac{1}{2}\right)$ 이고,

직사각형의 세로 길이는 $-m^2 + m + 6$
($\square ABCD$ 둘레의 길이)

$$= 2\left\{2\left(m - \frac{1}{2}\right) - m^2 + m + 6\right\}$$

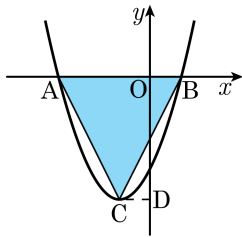
$$= 2(2m - 1 - m^2 + m + 6)$$

$$= 2(-m^2 + 3m + 5)$$

$$= -2\left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{29}{2}$$

$m = \frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값은 $\frac{29}{2}$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점을 A, B, 꼭짓점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$y = x^2 + 2x - 3 = (x + 1)^2 - 4$$

꼭짓점 $C(-1, -4)$

$y = 0$ 일 때 $x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0$ 이므로

$A(-3, 0)$, $B(1, 0)$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$