**1.** 세 점 $(0,8),(1,-2),(3,-10)$ 을 지나는 포물선의 축의 방정식은?

① $x=1$　② $x=2$　③ $x=3$　④ $x=4$　⑤ $x=5$

해설

$y=ax^2+bx+c$ 로 놓고 세 점 $(0,8),(1,-2),(3,-10)$ 을 각각 대입하면
$c=8, a+b+8=-2, 9a+3b+8=-10$
$\therefore a=2, b=-12, c=8$
$y=2x^2-12x+8=2(x-3)^3-10$ 따라서 축의 방정식은 $x=3$ 이다.

**2.** 세 점 $(0,\ -6)$, $(2,\ 0)$, $(-2,\ 4)$ 를 지나는 이차함수의 식은?

① $y = 2x^2 - x - 6$ ② $y = 2x^2 + x - 6$
③ $y = 2x^2 + x + 6$ ④ $y = -2x^2 - x - 6$
⑤ $y = -2x^2 + x + 6$

해설
$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점을 대입하면
$c = -6,\ 4a + 2b + c = 0,\ 4a - 2b + c = 4$
$a = 2,\ b = -1,\ c = -6$
$\therefore\ y = 2x^2 - x - 6$

**3.** 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 $y$ 축과 만나는 점의 좌표가 $(0,\ 2)$ 이고 점 $(1,\ -2)$ 와 $(-1,\ 4)$ 를 지날 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-2$

해설

$y = ax^2+bx+c$ 의 그래프가 점 $(1,\ -2)$를 지나므로 $-2 = a+b+c$ 이다.
점 $(0,\ 2)$를 지나므로 $c = 2$
점 $(-1,\ 4)$를 지나므로 $a - b + c = 4$
$\therefore\ a = -1,\ b = -3,\ c = 2$

**4.** 이차함수 $y = -x^2 - 2(a-1)x + 1$ 은 $x = 2$ 일 때, 최댓값이 $k$ 이다. $a + k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

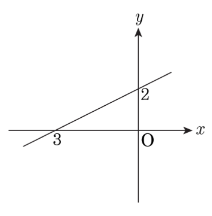
$$\begin{aligned} y &= -\left\{x^2 + 2(a-1)x\right\} + 1 \\ &= -\left\{x + (a-1)\right\}^2 + 1 + (a-1)^2 \\ &= -\left\{x + (a-1)\right\}^2 + a^2 - 2a + 2 \end{aligned}$$

대칭축이 $x = 2$ 이므로

$-(a-1) = 2$

$a = -1$, 최댓값 $k = a^2 - 2a + 2 = 5 \therefore a + k = 4$

**5.** 다음 그래프는 $y=ax+b$ 의 그래프이다. 이차함수$y=-\frac{1}{2}ax^2+bx+1$ 의 최댓값 또는 최솟값을 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : 최댓값4

해설

$a=\frac{2}{3}, b=2$

$y=-\frac{1}{2}ax^2+bx+1$ 에 $a$, $b$ 의 값을 대입하면

$$y=-\frac{1}{3}x^2+2x+1$$
$$y=-\frac{1}{3}(x-3)^2+4$$

$x=3$ 일때, 최댓값 4 를 가지며 최솟값은 없다.

**6.** 이차함수 $y=-(x-2)(x+6)$ 의 최댓값을 $a$ 라 하고 ,그 때의 $x$ 의 값을 $b$ 라 할 때, $a+b$ 을 값을 구하면?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$y=-(x-2)(x+6)$
$=-(x^2+4x-12)$
$=-(x+2)^2+16$
$x=-2$ 일 때, 최댓값 16 을 가지며 최솟값은 없다.
$a=16,\ b=-2$ 이므로 $a+b=14$ 이다.

**7.** 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 4a$ 의 최댓값은 음수이고, 그 그래프가 점 $(-a,\ 2a-7)$ 을 지날 때, 상수 $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{3}$

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x + 4a \\ &= -3(x-1)^2 + 3 + 4a \end{aligned}$$

$y = -3(x-1)^2 + 3 + 4a$ 의 그래프가 점 $(-a, 2a-7)$ 을 지나므로 $2a - 7 = -3(-a-1)^2 + 3 + 4a$ 을 정리하면 $3a^2 + 4a - 7 = 0$ , $(3a+7)(a-1) = 0$

$\therefore a = -\frac{7}{3}$ $or$ $1$

그런데 최댓값 $3 + 4a$ 의 값이 음수이므로 $a = -\frac{7}{3}$ 이다.

**8.** 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 에서 최솟값 4 를 가지고, 점 (3, 6) 을 지난다. 이 때, $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답：

▷ 정답： 2

해설

$y = ax^2 + bx + c$

$= a(x-2)^2 + 4$

점 (3, 6) 을 지나므로 $a(3-2)^2 + 4 = 6$

$\therefore a = 2$

**9.** 이차함수 $y = 2x^2 - 8x + 3a - 4$ 의 최솟값은 $-5$보다 크고, 그 그래프가 점 $(2a,\ 8a + 5)$를 지날 때, 상수 $a$ 의 값은?

① $-3$ ② $-\frac{3}{8}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $3$ ⑤ $6$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 8x + 3a - 4 \\ &= 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 3a - 4 \\ &= 2(x - 2)^2 - 12 + 3a \end{aligned}$$

$y = 2(x - 2)^2 - 12 + 3a$ 의 그래프가 점 $(2a, 8a + 5)$ 를 지나므로

$8a + 5 = 2(2a - 2)^2 - 12 + 3a$

$8a^2 - 21a - 9 = 0,\ (8a + 3)(a - 3) = 0$

$\therefore a = -\frac{3}{8}$ 또는 $3$

그런데 최댓값 $-12 + 3a > -5$ 이므로

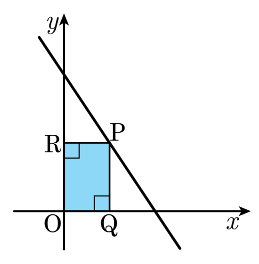
$i)\ a = -\frac{3}{8}$ 대입 :

$$-12 + 3 \times \left(-\frac{3}{8}\right) = -12 - \frac{9}{8} = -\frac{105}{8} < -5$$

$ii) a = 3$ 대입 : $-12 + 3 \times 3 = -12 + 9 = -3 > -5$

따라서 $a = 3$ 이다.

**10.** 직선 $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$ 위를 움직이는 한 점 P 가 있다. 점 P 에서 $x$ 축, $y$ 축 위에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라고 할 때, 직사각형 OQPR 의 넓이의 최댓값을 구하여라. (단, 점 P 는 제 1 사분면 위에 있다.)




▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

직선의 방정식은 $y=-\frac{3}{2}x+3$ 이므로

점 P 의 좌표를 $(a,\ b)$ 로 놓으면 $b=-\frac{3}{2}a+3$

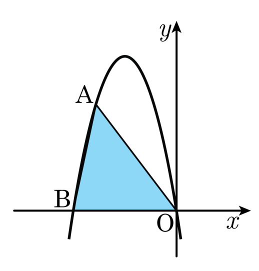
$$\square\text{OQPR}=ab=a\left(-\frac{3}{2}a+3\right)$$
$$=-\frac{3}{2}a^2+3a$$
$$=-\frac{3}{2}(a-1)^2+\frac{3}{2}$$

한편, 점 P 는 제 1 사분면 위의 점이므로

$a>0,\ b=-\frac{3}{2}a+3>0 \qquad \therefore\ 0<a<2$

따라서 $\square$OQPR 의 넓이는 $a=1$ 일 때, 최댓값 $\frac{3}{2}$ 을 갖는다.

**11.** 다음 그림은 축의 방정식이 $x = -3$ 인 이차 함수 $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 점 O (원점), B 는 $x$ 축과 만나는 점이고, 점 A 가 O 에서 B 까지 포물선을 따라 움직일 때, $\triangle$OAB 의 넓이의 최댓값은?



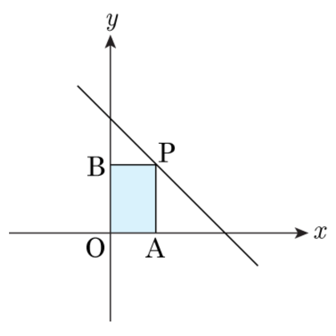

① 18　② 27　③ 36

④ 45　⑤ 54

해설

축이 $x = -3$ 이므로 B 의 좌표는$(-6,\ 0)$ 이다.
따라서 $y = -x^2 + bx + c$ 가 두 점
$(0,\ 0),\ (-6,\ 0)$ 을 지나므로,
$0 = c,\ 0 = -36 - 6b$
$b = -6,\ c = 0$
$y = -x^2 - 6x = -(x+3)^2 + 9$
$\triangle$OAB 에서 밑변의 길이를 $\overline{\mathrm{OB}}$ 라
고 하면, 높이가 최대일 때 $\triangle$OAB 의
넓이가 최대가 된다.
즉, A 가 꼭짓점에 있을 때이다. 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 9)$ 이므로
$\triangle$OAB 의 넓이$= \frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{OB}} \times 9 = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$

**12.** 다음 그림과 같이 일차함수 $y = -x+4$ 의 그래프 위의 한 점 P 에서 $x$ 축, $y$ 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 할 때, 직사각형 OAPB 의 넓이의 최댓값을 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

A 의 좌표를 $(t,\ 0)$ 이라고 하면 P 의 좌표는 $(t,\ -t+4)$ 이고 B 의 좌표는 $(0,\ -t+4)$

$\therefore \square\mathrm{OAPB} = t \times (-t+4) = -t^2 + 4t = -(t-2)^2 + 4$

$t = 2$ 일 때, 넓이의 최댓값 4

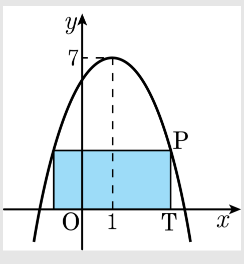
**13.** 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 5$ 의 그래프와 $x$ 축으로 둘러싸인 도형에 내접하고, 한 변이 $x$ 축 위에 오는 직사각형을 만들 때, 이 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$y = -x^2 + 2x + 5$ 의 그래프를 그리면 다음과 같다.

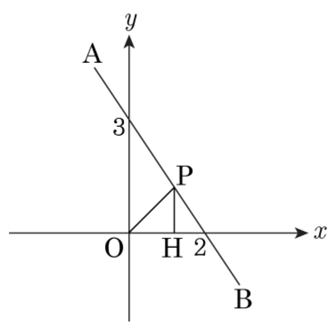



포물선 위의 임의의 점 P 의 좌표는
$(t,\ -t^2 + 2t + 5)$ 이다.
직사각형의 가로의 길이는 $2(t-1)$ ,
직사각형의 세로의 길이는 $-t^2 + 2t + 5$ 이다.

$$
\begin{aligned}
(\text{둘레의 길이}) &= 2\{2(t-1) - t^2 + 2t + 5\} \\
&= 2(-t^2 + 4t + 3) \\
&= -2t^2 + 8t + 6 \\
&= -2(t-2)^2 + 14
\end{aligned}
$$

$t = 2$ 일 때, 최댓값은 14 이다.

**14.** 선분 AB 위의 한 점 P 에서 $x$ 축에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, $\triangle$POH 의 넓이의 최댓값을 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{4}$

해설

$\overline{\mathrm{AB}}$ 를 지나는 직선은 두 점 $(0,\ 3)$ , $(2,\ 0)$ 을 지나므로

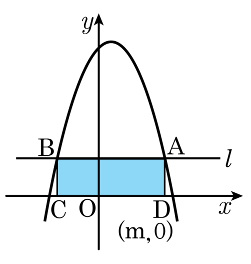
$y=-\frac{3}{2}x+3$

H 점의 좌표를 $(a,\ 0)$ 이라고 하면, 점 P 의 좌표는 $(a, -\frac{3}{2}a+3)$

$$\begin{aligned}\therefore \triangle\mathrm{POH} &= \frac{1}{2}\times a\times(-\frac{3}{2}a+3)\\ &= -\frac{3}{4}a^2+\frac{3}{2}a\\ &= -\frac{3}{4}(a^2-2a+1-1)\\ &= -\frac{3}{4}(a-1)^2+\frac{3}{4}\end{aligned}$$

따라서 최댓값은 $\frac{3}{4}$ 이다.

**15.** $y=-x^2+x+6$ 의 그래프와 $x$ 축에 평행인 직선 $l$ 이 만나는 두 점 A, B 에서 $x$ 축에 수선을 그어 그 수선의 발을 각각 D, C 라 하고, 점D 의 $x$ 좌표를 $m$ 이라고 할 때, □ABCD 의 둘레의 길이의 최댓값은?$\left(\frac{1}{2}<m<3\right)$




① $\frac{11}{2}$ ② $\frac{31}{4}$ ③ $10$ ④ $\frac{49}{4}$ ⑤ $\frac{29}{2}$

해설

$y=-x^2+x+6=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$ 의 점 A 의 좌표는 $(m,\ -m^2+m+6)$ 이다.

직사각형의 가로의 길이는 $2\left(m-\frac{1}{2}\right)$ 이고,

직사각형의 세로의 길이는 $-m^2+m+6$

(□ABCD둘레의 길이)

$=2\left\{2\left(\mathrm{m}-\frac{1}{2}\right)-\mathrm{m}^2+\mathrm{m}+6\right\}$

$=2(2\mathrm{m}-1-\mathrm{m}^2+\mathrm{m}+6)$

$=2(-\mathrm{m}^2+3\mathrm{m}+5)$

$=-2\left(\mathrm{m}-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{29}{2}$

$m=\frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값은 $\frac{29}{2}$ 이다.