

1. 아래 그림은 이차함수 $y = ax^2 + 2x + c$ 의 그래프이다. 이차함수의 최댓값은?

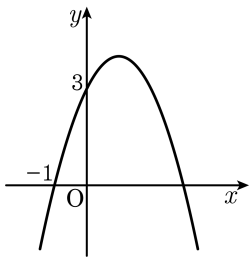
① $\frac{7}{2}$

② 4

③ $\frac{9}{2}$

④ 5

⑤ $\frac{11}{2}$



해설

$y = ax^2 + 2x + c$ 에 점 $(-1, 0)$, $(0, 3)$ 을 대입하면

$$0 = a - 2 + c$$

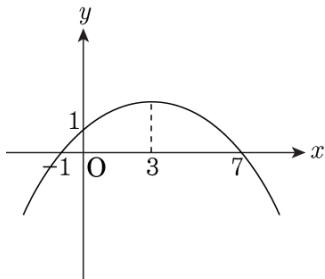
$$3 = c, a = -1$$

$$y = -x^2 + 2x + 3$$

$$\therefore y = -(x - 1)^2 + 4$$

따라서 최댓값은 4 이다.

2. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이 이차함수의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{16}{7}$

해설

점 $(0, 1), (-1, 0), (7, 0)$ 을 지나므로 $y = a(x+1)(x-7)$ 이다.

$$1 = a(0+1)(0-7), \quad a = -\frac{1}{7}$$

$$\begin{aligned} \therefore y &= -\frac{1}{7}(x+1)(x-7) \\ &= -\frac{1}{7}(x^2 - 6x) + 1 \\ &= -\frac{1}{7}(x-3)^2 + \frac{16}{7} \end{aligned}$$

3. 이차함수 $y = x^2 - ax + b$ 가 $x = 2$ 에서 최솟값 4 를 가질 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$x = 2$ 에서 최솟값이 4 이므로
꼭짓점의 좌표가 (2, 4) 이다.

$$y = (x - 2)^2 + 4 = x^2 - 4x + 8$$

$$a = 4, b = 8$$

$$\therefore a + b = 12$$

4. 이차함수 $y = ax^2 - 4x - c$ 는 $x = 2$ 일 때, 최댓값 1 을 가진다. 이때, ac 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$y = ax^2 - 4x + c$ 는 $x = 2$ 일 때,
최솟값 -1 이므로

$$y = a(x - 2)^2 + 1 = ax^2 - 4ax + 4a + 1$$

$-4a = -4$, $4a + 1 = -c$ 이므로

$$a = 1 , 4 + 1 = -c , c = -5$$

$$\therefore ac = -5$$

5. 이차함수 $y = x^2 + 2ax - 6a$ 의 최솟값을 A 라고 할 때, A 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$y = x^2 + 2ax + a^2 - a^2 - 6a = (x + a)^2 - a^2 - 6a$$

$$A = -a^2 - 6a = -(a^2 + 6a + 9 - 9) = -(a + 3)^2 + 9$$

$$\therefore 9$$

6. 이차함수 $y = -x^2 + 2kx + 2k$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

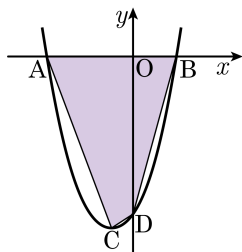
해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 2kx + 2k \\&= -(x^2 - 2kx) + 2k \\&= -(x - k)^2 + k^2 + 2k\end{aligned}$$

$$\text{최댓값 } M = k^2 + 2k = (k + 1)^2 - 1$$

따라서 M 의 최솟값 -1 이다.

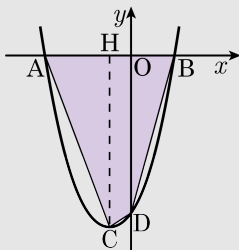
7. 다음 이차함수 $y = x^2 + 2x - 8$ 의 그래프에서 x 축과의 교점을 각각 A, B라 하고 꼭짓점의 좌표를 C, y 축과의 교점을 D라 할 때 $\square ABDC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설



$$\text{i) } 0 = x^2 + 2x - 8 = (x + 4)(x - 2)$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore A(-4, 0), B(2, 0), D(0, -8)$$

$$\text{ii) } y = x^2 + 2x - 8$$

$$= (x^2 + 2x + 1) - 9$$

$$= (x + 1)^2 - 9$$

$$\therefore C(-1, -9)$$

$$\text{iii) } \square ABDC$$

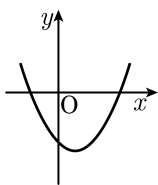
$$= \triangle ACH + \triangle ODB + \square HCDO$$

$$= 3 \times 9 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} \times 8 + (8 + 9) \times 1 \times \frac{1}{2}$$

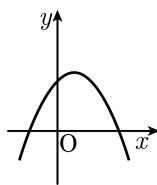
$$= \frac{27}{2} + 8 + \frac{17}{2} = 30$$

8. 다음 중 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 3$ 의 그래프로 적당한 것은?

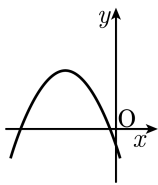
①



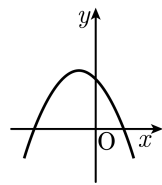
②



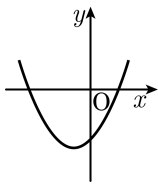
③



④



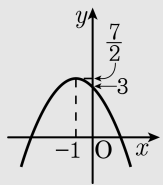
⑤



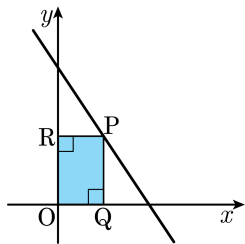
해설

$$\begin{aligned}
 y &= -\frac{1}{2}(x^2 + 2x + 1) + \frac{1}{2} + \frac{6}{2} \\
 &= -\frac{1}{2}(x+1)^2 + \frac{7}{2}
 \end{aligned}$$

꼭짓점 $(-1, \frac{7}{2})$ 이고 y 절편이 3 인 그래프이다.



9. 직선 $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ 위를 움직이는 한 점 P 가 있다. 점 P 에서 x 축, y 축 위에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라고 할 때, 직사각형 OQPR 의 넓이의 최댓값을 구하여라. (단, 점 P 는 제 1 사분면 위에 있다.)



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

직선의 방정식은 $y = -\frac{3}{2}x + 3$ 이므로

점 P 의 좌표를 (a, b) 로 놓으면 $b = -\frac{3}{2}a + 3$

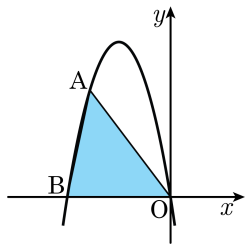
$$\begin{aligned}\square\text{OQPR} &= ab = a\left(-\frac{3}{2}a + 3\right) \\ &= -\frac{3}{2}a^2 + 3a \\ &= -\frac{3}{2}(a-1)^2 + \frac{3}{2}\end{aligned}$$

한편, 점 P 는 제 1 사분면 위의 점이므로

$$a > 0, b = -\frac{3}{2}a + 3 > 0 \quad \therefore 0 < a < 2$$

따라서 $\square\text{OQPR}$ 의 넓이는 $a = 1$ 일 때, 최댓값 $\frac{3}{2}$ 을 갖는다.

10. 다음 그림은 축의 방정식이 $x = -3$ 인 이차 함수 $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 점 O (원점), B 는 x 축과 만나는 점이고, 점 A 가 O 에서 B 까지 포물선을 따라 움직일 때, $\triangle OAB$ 의 넓이의 최댓값은?



① 18

② 27

③ 36

④ 45

⑤ 54

해설

축이 $x = -3$ 이므로 B 의 좌표는 $(-6, 0)$ 이다.

따라서 $y = -x^2 + bx + c$ 가 두 점

$(0, 0)$, $(-6, 0)$ 을 지나므로,

$$0 = c, 0 = -36 - 6b$$

$$b = -6, c = 0$$

$$y = -x^2 - 6x = -(x + 3)^2 + 9$$

$\triangle OAB$ 에서 밑변의 길이를 $\overline{OB}$ 라

고 하면, 높이가 최대일 때 $\triangle OAB$ 의

넓이가 최대가 된다.

즉, A 가 꼭짓점에 있을 때이다. 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 9)$ 이므로

$$\triangle OAB \text{의 넓이} = \frac{1}{2} \times \overline{OB} \times 9 = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$$