

1. 이차함수  $y = ax^2$  의 그래프가 두 점  $(4, 8)$ ,  $(b, \frac{9}{2})$  를 지난다. 이 함수와  $x$  축 대칭인 이차함수가  $(b, c)$  를 지날 때,  $c$  의 값은?(단,  $b < 0$ )

- ①  $-2$       ②  $-\frac{5}{2}$       ③  $3$       ④  $\frac{7}{2}$       ⑤  $-\frac{9}{2}$

해설

$y = ax^2$  에  $(4, 8)$ ,  $(b, \frac{9}{2})$  을 대입하면

$a = \frac{1}{2}$ ,  $b = -3$  이다.

이 이차함수와  $x$  축 대칭인 이차함수는

$y = -\frac{1}{2}x^2$  이고  $(-3, c)$  를 지나므로

$\therefore c = -\frac{9}{2}$

2. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

①  $y = 2x^2 - 1$

②  $y = 3x^2$

③  $y = -(x-1)^2 + 3$

④  $y = \frac{3}{2}(x-3)^2$

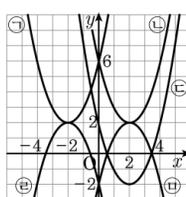
⑤  $y = -5x^2 + 2x + 3$

해설

최고차항의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁으며, 음수이면 위로 볼록하다.

3. 다음 중 이차함수  $y = x^2 - 4x + 6$  의 그래프를 구하여라.

- ① ㉠      ② ㉡      ③ ㉢  
 ④ ㉣      ⑤ ㉤



**해설**

이차함수  $y = x^2 - 4x + 6$   
 $= (x^2 - 4x + 4) - 4 + 6$   
 $= (x - 2)^2 + 2$  이므로  
 꼭짓점의 좌표가 (2, 2) 이고, y 절편은 6이므로 그래프는 ㉡이다.

4. 포물선  $y = -x^2 + 8x - 7$  과  $x$  축과의 교점의 좌표를  $(a, 0)$ ,  $(b, 0)$  라고 할 때,  $a + b$  의 값을 구하면?

① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

해설

$y = -x^2 + 8x - 7$  과  $x$  축과의 교점의  $x$  좌표는  
 $-x^2 + 8x - 7 = 0$  의 근과 같다.  
 $x^2 - 8x + 7 = 0$   
 $(x - 7)(x - 1) = 0$   
 $\therefore x = 7$  또는  $x = 1$   
 $\therefore a + b = 8$

5.  $y = -3x^2 + 1$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 3 만큼,  $y$  축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프의  $x$  절편과  $y$  절편을 연결한 삼각형의 넓이를 구하면?

- ① 16      ② 20      ③ 26      ④ 30      ⑤ 36

해설

$y = -3x^2 + 1$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 3 만큼,  $y$  축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프는

$$y = -3(x - 3)^2 + 12 = -3x^2 + 18x - 15 \text{ 이므로}$$

$x$  절편은 1과 5,  $y$  절편은 -15

$$\therefore (\text{삼각형의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 4 \times 15 = 30$$

6. 세 점  $(-4, 0)$ ,  $(2, 0)$ ,  $(0, 4)$ 를 지나는 포물선의 식으로 옳은 것은?

- ①  $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$                       ②  $y = -x^2 - 2x + 4$   
③  $y = -2x^2 + 4x + 1$                     ④  $y = -2x^2 - 4x + 5$   
⑤  $y = -3x^2 + 5x + 1$

해설

$(-4, 0)$ ,  $(2, 0)$ 을 지나므로  $y = a(x+4)(x-2)$

$(0, 4)$ 를 대입하면  $4 = -8a$ ,  $a = -\frac{1}{2}$

$\therefore y = -\frac{1}{2}(x+4)(x-2) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$  이다.

7. 이차함수  $y = -\frac{1}{3}(x+3)(x-2)$  의 그래프에서 최댓값은?

- ①  $\frac{1}{12}$       ②  $\frac{11}{12}$       ③  $\frac{17}{12}$       ④  $\frac{25}{12}$       ⑤  $\frac{31}{12}$

해설

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{3}(x+3)(x-2) \\ &= -\frac{1}{3}(x^2+x-6) \\ &= -\frac{1}{3}\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{12} \\ x &= -\frac{1}{2} \text{ 일 때 최댓값은 } \frac{25}{12} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

8. 밑변의 길이와 높이의 합이 36 cm인 삼각형의 최대 넓이를 구하여라.

▶ 답: cm<sup>2</sup>

▷ 정답: 162cm<sup>2</sup>

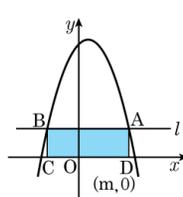
해설

삼각형의 밑변의 길이를  $x$  cm, 높이를  $y$  cm<sup>2</sup>라 하자.

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x(36 - x) \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 36x) \\ &= -\frac{1}{2}(x - 18)^2 + 162\end{aligned}$$

따라서 삼각형의 최대 넓이는 162 cm<sup>2</sup>

9.  $y = -x^2 + x + 6$  의 그래프와  $x$  축에 평행인 직선  $l$  이 만나는 두 점 A, B 에서  $x$  축에 수선을 그어 그 수선의 발을 각각 D, C 라 하고, 점 D 의  $x$  좌표를  $m$  이라고 할 때,  $\square ABCD$  의 둘레의 길이의 최댓값은?  $\left(\frac{1}{2} < m < 3\right)$



- ①  $\frac{11}{2}$       ②  $\frac{31}{4}$       ③ 10      ④  $\frac{49}{4}$       ⑤  $\frac{29}{2}$

**해설**

$y = -x^2 + x + 6 = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$  의 점 A 의 좌표는  $(m, -m^2 + m + 6)$  이다.

직사각형의 가로 길이는  $2\left(m - \frac{1}{2}\right)$  이고,

직사각형의 세로 길이는  $-m^2 + m + 6$   
( $\square ABCD$  둘레의 길이)

$$= 2\left[2\left(m - \frac{1}{2}\right) - m^2 + m + 6\right]$$

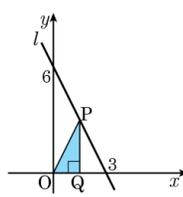
$$= 2(2m - 1 - m^2 + m + 6)$$

$$= 2(-m^2 + 3m + 5)$$

$$= -2\left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{29}{2}$$

$m = \frac{3}{2}$  일 때, 최댓값은  $\frac{29}{2}$  이다.

10. 다음 그림과 같이 직선  $l$  위를 움직이는 점 P가 있다.  $x$  축 위에 내린 수선의 발을 Q라고 할 때,  $\triangle POQ$ 의 넓이의 최댓값을 구하여라. (단, 점 P는 제 1사분면 위에 있다.)



▶ 답:

▷ 정답:  $\frac{9}{4}$

**해설**

직선  $l$ 은 두 점  $(3, 0)$ ,  $(0, 6)$ 을 지나므로

$$y = -2x + 6$$

점 P의 좌표를  $(a, b)$ 로 놓으면  $b = -2a + 6$

$$\begin{aligned} \triangle POQ &= \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}a(-2a + 6) \\ &= -a^2 + 3a \\ &= -\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} \end{aligned}$$

한편, 점 P는 제 1사분면 위의 점이므로

$$a > 0, b = -2a + 6 > 0 \quad \therefore 0 < a < 3$$

따라서  $\triangle POQ$ 의 넓이는  $a = \frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값  $\frac{9}{4}$ 를 갖는다.