

1. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 를 지난다. 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수가 (b, c) 를 지날 때, c 의 값은?(단, $b < 0$)

① -2

② $-\frac{5}{2}$

③ 3

④ $\frac{7}{2}$

⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 을 대입하면

$$a = \frac{1}{2}, b = -3 \text{ 이다.}$$

이 이차함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$$y = -\frac{1}{2}x^2 \text{ 이고 } (-3, c) \text{ 를 지나므로}$$

$$\therefore c = -\frac{9}{2}$$

2. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = 2x^2 - 1$

② $y = 3x^2$

③ $y = -(x - 1)^2 + 3$

④ $y = \frac{3}{2}(x - 3)^2$

⑤ $y = -5x^2 + 2x + 3$

해설

최고차항의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁으며, 음수이면 위로 볼록하다.

3. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 4x + 6$ 의 그래프를 구하여라.

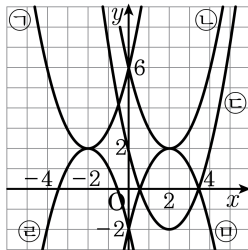
① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉤

⑤ ㉦



해설

$$\begin{aligned} \text{이차함수 } y &= x^2 - 4x + 6 \\ &= (x^2 - 4x + 4) - 4 + 6 \\ &= (x - 2)^2 + 2 \text{ 이므로} \end{aligned}$$

꼭짓점의 좌표가 (2, 2) 이고, y 절편은 6 이므로 그래프는 ㉡이다.

4. 포물선 $y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 좌표를 $(a, 0)$, $(b, 0)$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 x 좌표는
 $-x^2 + 8x - 7 = 0$ 의 근과 같다.

$$x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$(x - 7)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 7 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore a + b = 8$$

5. $y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프의 x 절편과 y 절편을 연결한 삼각형의 넓이를 구하면?

① 16

② 20

③ 26

④ 30

⑤ 36

해설

$y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프는

$$y = -3(x - 3)^2 + 12 = -3x^2 + 18x - 15 \text{ 이므로}$$

x 절편은 1과 5, y 절편은 -15

$$\therefore (\text{삼각형의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 4 \times 15 = 30$$

6. 세 점 $(-4, 0)$, $(2, 0)$, $(0, 4)$ 를 지나는 포물선의 식으로 옳은 것은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$

② $y = -x^2 - 2x + 4$

③ $y = -2x^2 + 4x + 1$

④ $y = -2x^2 - 4x + 5$

⑤ $y = -3x^2 + 5x + 1$

해설

$(-4, 0)$, $(2, 0)$ 을 지나므로 $y = a(x + 4)(x - 2)$

$(0, 4)$ 를 대입하면 $4 = -8a$, $a = -\frac{1}{2}$

$\therefore y = -\frac{1}{2}(x + 4)(x - 2) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$ 이다.

7. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+3)(x-2)$ 의 그래프에서 최댓값은?

① $\frac{1}{12}$

② $\frac{11}{12}$

③ $\frac{17}{12}$

④ $\frac{25}{12}$

⑤ $\frac{31}{12}$

해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{3}(x+3)(x-2) \\&= -\frac{1}{3}(x^2 + x - 6) \\&= -\frac{1}{3}\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{12}\end{aligned}$$

$x = -\frac{1}{2}$ 일 때 최댓값은 $\frac{25}{12}$ 이다.

8. 밑변의 길이와 높이의 합이 36 cm 인 삼각형의 최대 넓이를 구하여라.

▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 162 cm²

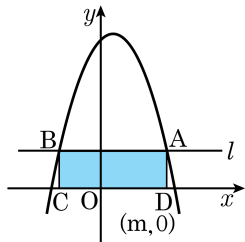
해설

삼각형의 밑변의 길이를 x cm, 높이를 y cm² 라 하자.

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x(36 - x) \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 36x) \\ &= -\frac{1}{2}(x - 18)^2 + 162 \end{aligned}$$

따라서 삼각형의 최대 넓이는 162 cm²

9. $y = -x^2 + x + 6$ 의 그래프와 x 축에 평행인 직선 l 이 만나는 두 점 A, B 에서 x 축에 수선을 그어 그 수선의 발을 각각 D, C 라 하고, 점D 의 x 좌표를 m 이라고 할 때, $\square ABCD$ 의 둘레의 길이의 최댓값은? $\left(\frac{1}{2} < m < 3\right)$



① $\frac{11}{2}$

② $\frac{31}{4}$

③ 10

④ $\frac{49}{4}$

⑤ $\frac{29}{2}$

해설

$y = -x^2 + x + 6 = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$ 의 점 A 의 좌표는 $(m, -m^2 + m + 6)$ 이다.

직사각형의 가로의 길이는 $2\left(m - \frac{1}{2}\right)$ 이고,

직사각형의 세로의 길이는 $-m^2 + m + 6$
($\square ABCD$ 둘레의 길이)

$$= 2\left\{2\left(m - \frac{1}{2}\right) - m^2 + m + 6\right\}$$

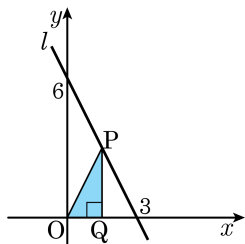
$$= 2(2m - 1 - m^2 + m + 6)$$

$$= 2(-m^2 + 3m + 5)$$

$$= -2\left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{29}{2}$$

$m = \frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값은 $\frac{29}{2}$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 직선 l 위를 움직이는 점 P 가 있다. x 축 위에 내린 수선의 발을 Q 라고 할 때, $\triangle POQ$ 의 넓이의 최댓값을 구하여라.
(단, 점 P 는 제 1 사분면 위에 있다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{4}$

해설

직선 l 은 두 점 $(3, 0)$, $(0, 6)$ 을 지나므로

$$y = -2x + 6$$

점 P 의 좌표를 (a, b) 로 놓으면 $b = -2a + 6$

$$\begin{aligned}\triangle POQ &= \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}a(-2a + 6) \\ &= -a^2 + 3a \\ &= -\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}\end{aligned}$$

한편, 점 P 는 제 1사분면 위의 점이므로

$$a > 0, b = -2a + 6 > 0 \quad \therefore 0 < a < 3$$

따라서 $\triangle POQ$ 의 넓이는 $a = \frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{9}{4}$ 를 갖는다.