

1. 이차부등식  $ax^2 + 4x + a < 0$ 이 임의의 실수  $x$ 에 대하여 성립할 때, 상수  $a$ 의 값의 범위는?

①  $a < -2$

②  $a < 0$

③  $a < 2$

④  $a < 4$

⑤  $a < 8$

해설

$ax^2 + 4x + a < 0$ 이 임의의 실수  $x$ 에 대하여 성립하려면

i)  $a < 0$

ii)  $ax^2 + 4x + a = 0$ 의 판별식을  $D$ 라 할 때,

$$\frac{D}{4} = 2^2 - a^2 < 0$$

$$a^2 - 4 > 0, (a + 2)(a - 2) > 0$$

$\therefore a < -2$  또는  $a > 2$

i), ii)의 공통 범위를 구하면  $a < -2$

2. 이차부등식  $x^2 + 2x + a < 0$ 의 해가  $-4 < x < 2$ 일 때,  $a$ 의 값을 구하여라.(단,  $a$ 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-8$

해설

해가  $-4 < x < 2$  이므로

$$(x+4)(x-2) < 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$$

$$\therefore a = -8$$

3. 좌표평면에서 두 점 A(-1, 4), B(5, -5)를 이은 선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점이 직선  $y = 2x + k$  위에 있을 때, 상수  $k$ 의 값은?

① -8      ② -7      ③ -6      ④ -5      ⑤ -4

해설

선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점의 좌표는

$$\left( \frac{2 \times 5 + 1 \times (-1)}{2 + 1}, \frac{2 \times (-5) + 1 \times 4}{2 + 1} \right) = (3, -2) \text{ 이다.}$$

점 (3, -2)가 직선  $y = 2x + k$  위의 점이므로

$$-2 = 6 + k \quad \therefore k = -8$$

4. 세 점 A  $(-1, 1)$ , B  $(-3, -2)$ , C  $(2, -1)$ 에 대하여 사각형 ABCD가 평행사변형이 되도록 D의 좌표를 정하면?

㉠  $(4, 2)$

㉡  $(2, 4)$

㉢  $(3, 5)$

㉣  $(5, 3)$

㉤  $(1, -5)$

해설

D  $(a, b)$ 라 두면 평행사변형의 성질로부터  
대각선  $\overline{AD}$ 의 중점과  $\overline{BC}$ 의 중점은 일치한다.

$$\therefore \left(\frac{1}{2}, 0\right) = \left(\frac{a-3}{2}, \frac{b-2}{2}\right)$$

$$\therefore a = 4, b = 2$$

5. 두 점  $A(a, 4)$ ,  $B(1, b)$ 에서 같은 거리에 있는  $x$ 축 위의 점을  $P$ ,  $y$ 축 위의 점을  $Q$ 라 하면,  $\triangle OPQ$ 의 무게중심은  $G(-1, 1)$ 이다. 이때,  $a - b$ 의 값을 구하면?

①  $-1$       ②  $-2$       ③  $-3$       ④  $-4$       ⑤  $-5$

해설

$P(x, 0)$ ,  $Q(0, y)$ 라 하면,

$$\frac{0+x+0}{3} = -1, \frac{0+0+y}{3} = 1 \text{에서}$$

$$x = -3, y = 3$$

$$\therefore P(-3, 0), Q(0, 3)$$

$$\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 \text{에서}$$

$$(a+3)^2 + 4^2 = (1+3)^2 + b^2$$

$$a^2 + 6a + 9 = b^2$$

$$\overline{QA}^2 = \overline{QB}^2 \text{에서}$$

$$a^2 + (4-3)^2 = 1^2 + (b-3)^2$$

$$a^2 = b^2 - 6b + 9$$

두 식을 변변 빼고 정리하면  $a - b = -3$

6. 직선  $y = mx + n (m \neq 0)$  은 직선  $ax + by + c = 0$  에 평행하고, 직선  $px + qy + r = 0$  에 수직이다. 다음 중 옳은 것을 모두 구하면?

$\neg$

$a + bm = 0$

$\angle$

$p + qm = 0$

$\ominus$

$ap + bq = 0$

- ①

$\neg$

②

$\angle$

③

$\angle, \ominus$
- ④

$\neg, \ominus$

⑤

$\neg, \angle, \ominus$

해설

$y = mx + n \cdots \textcircled{1}$

$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots \textcircled{2}$

$y = -\frac{p}{q}x - \frac{r}{q} \cdots \textcircled{3}$

I)  $\textcircled{1} // \textcircled{2} : m = -\frac{a}{b}$

$\therefore a + bm = 0$

II)  $\textcircled{1} \perp \textcircled{3} : m \left( -\frac{p}{q} \right) = -1$

$\therefore mp - q = 0$

7. 세 직선  $2x - y - 4 = 0$ ,  $x - 2y - 2 = 0$ ,  $y = ax + 2$  가 오직 한 점에서 만날 때, 상수  $a$  의 값은?

① 2                      ② 1                      ③ 0                      ④ -1                      ⑤ -2

해설

세 직선이 한 점에서 만나려면 두 직선의 교점을 나머지 한 직선이 지나야 한다.

$$2x - y - 4 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$x - 2y - 2 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$y = ax + 2 \cdots \textcircled{3} \text{이라 할 때,}$$

①, ②의 교점이 ③위에 있으면, 한 점에서 만나므로

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{를 연립하여 풀면 } x = 2, y = 0$$

두 직선의 교점 (2, 0) 이 직선  $y = ax + 2$  를 지나면 한 점에서 만나므로

$$0 = 2a + 2, 2a = -2$$

$$\therefore a = -1$$

8. 점 P(1, 2) 에서 직선  $2x + y - 3 = 0$  에 내린 수선의 발을 H 라할 때, 수선 PH 의 길이는?

- ①  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       ②  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       ③  $4\sqrt{2}$       ④ 2      ⑤ 3

해설

(PH 의 길이)  
= (점 P(1, 2) 와 직선  $2x + y - 3 = 0$  과의 거리)

$$\therefore \overline{PH} = \frac{|2 + 2 - 3|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

9. 원점에서의 거리가 1 이고, 점  $(1, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식이  $ax + by + c = 0$ 으로 표현될 때,  $a + b + c$ 의 값을 구하면? (단,  $b \neq 0$ )

① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

해설

점  $(1, 2)$ 를 지나는 직선은  
 $y = m(x - 1) + 2$ 에서,  
 $mx - y - m + 2 = 0 \cdots \text{㉠}$   
여기서  $(0, 0)$ 에 이르는 거리가 1 이므로  
 $\frac{|-m + 2|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 1, |m - 2| = \sqrt{m^2 + 1}$   
양변을 제곱하여 정리하면,  $m = \frac{3}{4}$   
㉠에 대입하여 정리하면,  $\frac{3}{4}x - y + \frac{5}{4} = 0,$   
 $3x - 4y + 5 = 0$   
 $\therefore a + b + c = 3 - 4 + 5 = 4$

10. 좌표평면 위에서 원점과 직선  $x - y - 3 + k(x + y) = 0$  사이의 거리를  $f(k)$  라 할 때,  $f(k)$  의 최댓값은? (단,  $k$  는 상수이다.)

- ①  $\frac{3}{2}$       ②  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       ③  $\frac{\sqrt{6}}{2}$       ④  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$       ⑤  $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

해설

$x - y - 3 + k(x + y) = 0$  에서  
 $(k + 1)x + (k - 1)y - 3 = 0$   
원점에서 이 직선까지의 거리

$$f(k) = \frac{|-3|}{\sqrt{(k+1)^2 + (k-1)^2}}$$
$$= \frac{3}{\sqrt{2(k^2 + 1)}}$$

따라서  $f(k)$  는 분모가 최소일 때  
최대가 되므로  $f(k)$  의 최댓값은

$$k = 0 \text{ 일 때 } \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

11. 부등식  $ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 을 만족하는 실수  $x$ 가 존재하기 위한 상수  $a$ 의 값의 범위는?

①  $a > -1$

②  $a > -\frac{1}{2}$

③  $a > -\frac{1}{3}$

④  $a > -\frac{1}{4}$

⑤  $a > -\frac{1}{5}$

해설

$ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 에서

i)  $a = 0$ 이면  $x > 0$

$\therefore$  실수해가 존재한다.

ii)  $a > 0$  이면  $y = ax^2 + (a+1)x + a$ 의 그래프가 아래로 볼록한 모양이므로

$ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 을 만족시키는  $x$ 값이 반드시 존재한다.

iii)  $a < 0$ 이면  $D = (a+1)^2 - 4a^2 > 0$

$$3a^2 - 2a - 1 < 0, (3a+1)(a-1) < 0$$

$$\therefore -\frac{1}{3} < a < 1, a < 0 \text{ 이므로 } -\frac{1}{3} < a < 0$$

i), ii), iii)에서  $a > -\frac{1}{3}$

12. 모든 실수  $x$ 에 대하여 부등식  $(m+2)x^2 - 4x + 2m < 0$ 이 성립하도록 하는 정수  $m$ 의 최댓값은?

① -5      ② -3      ③ -1      ④ 0      ⑤ 1

해설

( i )  $m = -2$  일 때,  $-4x - 4 < 0$  이므로  
모든 실수  $x$ 에 대하여 성립하지는 않는다.

( ii )  $m \neq -2$  일 때, 모든 실수  $x$ 에 대하여  
주어진 부등식이 성립하려면  $m + 2 < 0$

$$\therefore m < -2 \quad \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

또,  $(m+2)x^2 - 4x + 2m = 0$ 의 판별식을

$$D \text{라 할 때 } \frac{D}{4} = (-2)^2 - 2m(m+2) < 0$$

$$4 - 2m^2 - 4m < 0, \quad m^2 + 2m - 2 > 0$$

$$\therefore m < -1 - \sqrt{3} \text{ 또는 } m > -1 + \sqrt{3} \quad \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{에서 } m < -1 - \sqrt{3}$$

( i ), ( ii )에서  $m < -1 - \sqrt{3}$  이므로

정수  $m$ 의 최댓값은 -3이다.

13. 부등식  $ax^2 - 2ax + 1 \leq 0$ 이 단 하나의 해를 갖도록 하는 실수  $a$ 의 값을 구하여라.

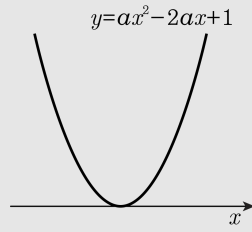
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 부등식이 단 하나의 해를 가지려면

$y = ax^2 - 2ax + 1$ 의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



( i ) 그래프가 아래로 볼록이므로  $a > 0$

( ii )  $ax^2 - 2ax + 1 = 0$ 의 판별식을  $D$ 라 하면

$$\frac{D}{4} = a^2 - a = 0 \text{ 에서 } a = 0 \text{ 또는 } a = 1$$

( i ), ( ii )에서  $a = 1$

14. 연립부등식  $\begin{cases} x^2 - 3x - 4 \leq 0 \\ 2x^2 - 5x < 3 \end{cases}$  의 해 중에서

정수인 것의 개수는?

- ① 0 개      ② 1 개      ③ 2 개      ④ 3 개      ⑤ 4 개

해설

$$x^2 - 3x - 4 \leq 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x - 4) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq x \leq 4 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2x^2 - 5x < 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x - 3 < 0$$

$$\Leftrightarrow (2x + 1)(x - 3) < 0$$

$$\therefore -\frac{1}{2} < x < 3 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{의 공통 범위는 } -\frac{1}{2} < x < 3$$

따라서, 정수인 것은 0, 1, 2로 3 개다.

15.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 - 2kx + 6 - k = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두  $-1$ 보다 작을 때, 정수  $k$ 의 개수를 구하여라.

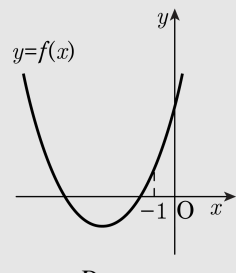
▶ 답: 개

▶ 정답 : 3개

해설

$f(x) = x^2 - 2kx + 6 - k$  라 하면

방정식  $f(x) = 0$  의 서로 다른 두 근이  $-1$  보다 작으므로



(i)  $\frac{D}{4} = (-k)^2 - (6-k) > 0$  에서

$$k^2 + k - 6 > 0, \quad (k + 3)(k - 2) > 0$$

$$\therefore k < -3 \text{ 또는 } k > 2$$

(ii)  $f(-1) = 1 + 2k + 6 - k > 0 \Rightarrow k > -7$

(iii)  $-\frac{-2k}{2} < -1$  에서  $k < -1$

이상에서  $-7 < k < -3$

따라서 정수  $k$  는  $-6, -5, -4$  의 3 개다.

16. 이차방정식  $x^2 - mx + 4 = 0$  의 두 근 사이에 1 이 있도록 하는 실수  $m$  의 값의 범위는?

①  $m < -5$

②  $m > -2$

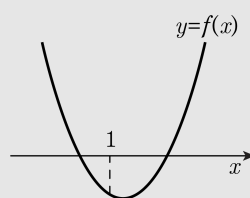
③  $-2 < m < 2$

④  $m > 2$

⑤  $m > 5$

해설

$f(x) = x^2 - mx + 4$  라 하면 함수  $y = f(x)$  의 그래프는 다음 그림과 같다.  
 $f(1) < 0$  에서  $5 - m < 0$   
 $\therefore m > 5$



17.  $-1 < x < 3$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여 이차부등식  $x^2 + 2(k-1)x + 3k < 0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수  $k$ 의 최댓값을 구하여라.

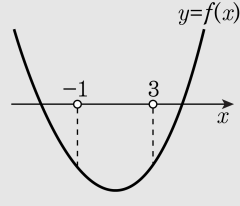
▶ 답 :

▷ 정답 :  $-3$

해설

$f(x) = x^2 + 2(k-1)x + 3k$ 라 하자.

$-1 < x < 3$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) < 0$ 이 항상 성립하려면 다음 그림과 같이  $f(-1) \leq 0$ ,  $f(3) \leq 0$ 이어야 한다.



(i)  $f(-1) \leq 0$ 에서  $(-1)^2 + 2(k-1) \cdot (-1) + 3k \leq 0$ ,  $k+3 \leq 0$   
 $\therefore k \leq -3$

(ii)  $f(3) \leq 0$ 에서  $3^2 + 2(k-1) \cdot 3 + 3k \leq 0$ ,  $9k+3 \leq 0$

$\therefore k \leq -\frac{1}{3}$

(i), (ii)에서  $k \leq -3$

따라서, 실수  $k$ 의 최댓값은  $-3$ 이다.

18. 두 점 A(3,4), B(6,2)에서 같은 거리에 있는  $x$ 축 위의 점 P의 좌표는?

- ①  $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$       ②  $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$       ③  $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$   
④ (4,0)      ⑤ (5,0)

해설

$x$ 축 위의 점 P의 좌표를  $(a, 0)$ 이라 하면

$$\overline{AP} = \sqrt{(a-3)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{a^2 - 6a + 25}$$

$$\overline{BP} = \sqrt{(a-6)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{a^2 - 12a + 40}$$

조건에서  $\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로

$$\sqrt{a^2 - 6a + 25} = \sqrt{a^2 - 12a + 40}$$

$$\text{양변을 제곱하면 } a^2 - 6a + 25 = a^2 - 12a + 40$$

$$6a = 15, \quad \therefore a = \frac{5}{2}$$

따라서 구하는 점 P의 좌표는  $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$

19. 세 직선  $l_1 : ax+y+2=0$ ,  $l_2 : bx-3y-3=0$ ,  $l_3 : (b+2)x+y-2=0$  이 있다.  $l_1$  과  $l_2$  가 서로 수직이고  $l_1$  과  $l_3$  가 서로 평행할 때,  $a^2+b^2$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$l_1$  과  $l_2$  가 서로 수직이므로  
두 직선의 기울기의 곱은  $-1$  이다.

$$(-a) \cdot \frac{b}{3} = -1, \quad \therefore ab = 3 \cdots \textcircled{1}$$

$l_1$  과  $l_3$  가 서로 평행하므로  
두 직선의 기울기는 같다.

$$-a = -b - 2, \quad \therefore a - b = 2 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$  을 이용하면

$$a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab = 4 + 6 = 10$$

20. 두 점 A(-3, 4), B(1, 2) 를 잇는 선분 AB 의 수직 이등분선의 방정식은?

- ㉠  $2x - y + 5 = 0$       ㉡  $2x + y - 2 = 0$       ㉢  $2x + y - 1 = 0$   
㉣  $x - 2y + 3 = 0$       ㉤  $x - 2y + 7 = 0$

해설

$$\text{선분 } \overline{AB} \text{ 의 기울기} = \frac{4-2}{-3-1} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{선분 } \overline{AB} \text{ 의 중점 : } \left( \frac{-3+1}{2}, \frac{4+2}{2} \right) = (-1, 3)$$

선분  $\overline{AB}$  에 수직인 기울기  $m$  은

$$m \cdot \left( -\frac{1}{2} \right) = -1 \quad \therefore m = 2$$

$$\therefore y = 2 \cdot (x + 1) + 3 \rightarrow 2x - y + 5 = 0$$

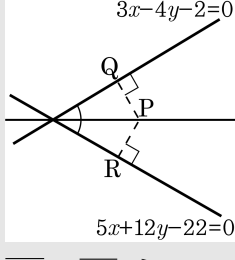
21. 두 직선  $3x-4y-2=0$ ,  $5x+12y-22=0$  이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이  $ax+by+c=0$  일 때,  $a+b+c$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의 점  $P(X, Y)$  에 대하여 P에서 두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q,R이라 하면



$\overline{PQ} = \overline{PR}$  이므로

$$\frac{|3X-4Y-2|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|5X+12Y-22|}{\sqrt{25+144}}$$

$$13(3X-4Y-2) = \pm 5(5X+12Y-22)$$

$$\text{즉, } 13(3X-4Y-2) = 5(5X+12Y-22) \text{ 또는}$$

$$13(3X-4Y-2) = -5(5X+12Y-22) \text{ 정리하면}$$

$$x-8y+6=0 \text{ 또는 } 8x+y-17=0 \text{ 에서}$$

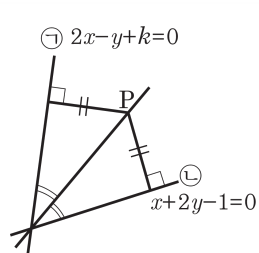
기울기가 양이므로

$$\therefore x-8y+6=0$$

$$\therefore a+b+c=-1$$

22. 두 직선  $2x - y + k = 0$ ,  $x + 2y - 1 = 0$  이 이루는 각의 이등분선이 점  $P(3, 1)$ 을 지날 때, 상수  $k$ 의 값의 합을 구하면?

- ① -2                      ② 4                      ③ -6  
 ④ 8                      ⑤ -10



해설

$$2x - y + k = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$x + 2y - 1 = 0 \quad \cdots \textcircled{2}$$

(점 P와 ㉠사이의 거리) = (점 P와 ㉡사이의 거리) 이므로

$$\frac{|6 - 1 + k|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|3 + 2 - 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} \Rightarrow |5 + k| = 4$$

$$\Rightarrow 5 + k = \pm 4 \Rightarrow k = -9 \text{ 또는 } k = -1$$

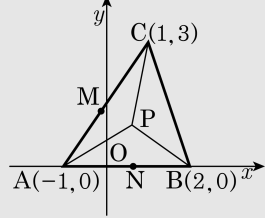
$$\therefore k \text{의 합} : -10$$

23. 좌표평면 위에 세 점  $A(-1, 0)$ ,  $B(2, 0)$ ,  $C(1, 3)$  이 있다.  $\triangle ABC$ 의 내부의 점  $P$ 가  $\triangle BPC = \triangle APC + \triangle APB$ 인 관계를 만족시키면서 움직인다. 점  $P$ 가 그리는 도형의 길이는?

- ①  $\frac{\sqrt{10}}{2}$       ②  $\sqrt{2}$       ③ 2      ④  $\sqrt{10}$       ⑤  $2\sqrt{2}$

해설

점  $P$ 가  $\triangle ABC$ 의 내부의 점이고  
 $\triangle BPC = \triangle APC + \triangle APB$  이므로



$$\therefore \triangle BPC = \frac{1}{2} \triangle ABC$$

점  $P$ 는  $\overline{AC}$ ,  $\overline{AB}$ 의 중점  $M$ ,  $N$ 을 잇는 선분 위에 있다.

$$\text{그런데 } M\left(0, \frac{3}{2}\right), N\left(\frac{1}{2}, 0\right)$$

$$\text{점 } P \text{의 자취 } \overline{MN} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

24.  $6[x]^2 - 31[x - 1] - 13 < 0$ 을 풀면? (단,  $[x]$ 는  $x$ 를 넘지 않는 최대의 정수)

①  $-3 \leq x < 3$

②  $-2 \leq x < 5$

③  $0 \leq x < 3$

④  $1 \leq x < 5$

⑤  $1 \leq x < 6$

해설

$$n \leq [x] < n + 1 \text{에서}$$

$$n - 1 < [x - 1] < n \text{이므로}$$

$$[x - 1] = [x] - 1$$

$$\therefore 6[x]^2 - 31[x - 1] - 13$$

$$= 6[x]^2 - 31([x] - 1) - 13$$

$$= 6[x]^2 - 31[x] + 18 < 0$$

$$\therefore (2[x] - 9)(3[x] - 2) < 0$$

$$\frac{2}{3} < [x] < \frac{9}{2}$$

$$\therefore 1 \leq [x] \leq 4 \text{이므로}$$

$$[x] = 1, 2, 3, 4$$

$$\therefore 1 \leq x < 5$$

25. 두 부등식  $x < -1$ ,  $x > 2$ ,  $2x^2 + (5+2a)x + 5a < 0$ 을 동시에 만족하는 정수  $x$ 의 값이  $x = -2$ 뿐일 때, 실수  $a$ 의 최솟값은? (단,  $a < \frac{5}{2}$ )

① -3      ② -2      ③ 1      ④ 2      ⑤ -5

해설

$$2x^2 + (5+2a)x + 5a = (2x+5)(x+a) < 0$$

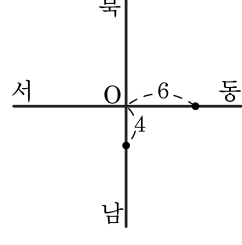
$$-\frac{5}{2} < x < -a \left( \because a < \frac{5}{2} \right)$$

두 부등식을 만족하는 정수가  $x = -2$ 뿐이므로  $-2 < -a \leq 3$

$$\therefore -3 \leq a < 2$$

따라서, 구하는  $a$ 의 최솟값은 -3

26. 다음의 그림과 같이 수직으로 만나는 도로가 있다. 교차점에서 A는 동쪽으로 6km, B는 남쪽으로 4km 지점에 있다. 지금 A는 시속 4km의 속도로 서쪽으로, B는 시속 2km의 속도로 북쪽을 향하여 동시에 출발했을 때 A, B 사이의 거리가 가장 짧을 때는 출발 후 몇 시간 후인가?



- ① 1 시간 후                      ② 1.2 시간 후                      ③ 1.4 시간 후  
 ④ 1.6 시간 후                      ⑤ 2 시간 후

**해설**

동서를  $x$  축, 남북을  $y$  축으로 잡으면 최초의 A, B 의 위치는  $A(6, 0)$ ,  $B(0, -4)$  이고  $t$  시간 후의 A,B 의 좌표는  $A(6 - 4t, 0)$ ,  $B(0, -4 + 2t)$  이다. 따라서,  $t$  시간 후의  $\overline{AB}$  의 거리는  $s$  는  $s = \sqrt{(6 - 4t)^2 + (-4 + 2t)^2} = \sqrt{20t^2 - 64t + 52} = \sqrt{20\left(t^2 - \frac{64}{20}t\right) + 52} = \sqrt{20\left(t - \frac{8}{5}\right)^2 + \frac{4}{5}}$  이므로  $t = \frac{8}{5}$  일 때 최소가 된다.  $\therefore$  출발 후 1.6 시간 후이다.

27. 점  $P(a, b)$ 가 직선  $y = 3x + 2$  ( $-1 \leq x \leq 2$ ) 위를 움직일 때, 점  $Q(a + b, a - b)$ 가 나타내는 자취의 길이는?

- ①  $2\sqrt{5}$       ②  $3\sqrt{5}$       ③  $4\sqrt{5}$       ④  $5\sqrt{5}$       ⑤  $6\sqrt{5}$

해설

점  $P(a, b)$ 가 직선  $y = 3x + 2$  위의 점이므로  
 $b = 3a + 2$  (단,  $-1 \leq a \leq 2$ )... ㉠  
이 때, 점  $Q(a + b, a - b)$ 에서  
 $a + b = X, a - b = Y$ 로 놓고  
 $a, b$ 를  $X, Y$ 로 나타내면  
$$a = \frac{X + Y}{2}, b = \frac{X - Y}{2}$$
  
이것을 ㉠에 대입하면  
$$\frac{X - Y}{2} = \frac{3X + 3Y}{2} + 2$$
  
 $\therefore X + 2Y + 2 = 0$   
한편,  $X = a + b = a + (3a + 2) = 4a + 2$ 이고  
 $-1 \leq a \leq 2$ 이므로  $-2 \leq 4a + 2 \leq 10$   
 $\therefore -2 \leq X \leq 10$   
따라서 점  $Q(x, y)$ 는  
직선  $x + 2y + 2 = 0$  (단,  $-2 \leq x \leq 10$ ) 위를 움직인다.  
그런데  $x = -2$ 일 때,  $y = 0$   
 $x = 10$ 일 때,  $y = -6$ 이므로  
구하는 자취의 길이는 두 점  $(-2, 0), (10, -6)$ 을 이은 선분의 길  
이와 같다.  
$$\therefore \sqrt{(10 + 2)^2 + (-6)^2} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$$

28. 수직선 위의 세 점 A(1), B(6), C(8) 과 동점 P(x) 가 있다.  $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$  이 최소가 될 때, 점 P에서 점 A까지의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} & \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \\ &= (x-1)^2 + (x-6)^2 + (x-8)^2 \\ &= 3(x-5)^2 + 26 \end{aligned}$$

따라서  $x=5$  일 때 최소가 된다.  
점 P(5) 에서 점 A(1) 까지 거리는  $|5-1|=4$  이다.

29. 두 점 A(3, 2), B(a, b) 를 지나는 직선의 기울기가 2 이고, 이 직선과 직선  $x+2y-3=0$  의 교점은 선분 AB 를 2 : 1 로 내분하는 점이다. 이 때,  $3a+b$  의 값은?

- ① 3
- ② 5
- ③ 7
- ④ 9
- ⑤ 10

해설

직선 AB 의 기울기는 2 이므로  
 $\frac{b-2}{a-3}=2, b-2=2(a-3), b=2a-4\cdots\textcircled{1}$   
 $\overline{AB}$ 를 2 : 1 로 내분하는 점은  
 $\left(\frac{2a+1\cdot 3}{2+1}, \frac{2b+1\cdot 2}{2+1}\right)=\left(\frac{2a+3}{3}, \frac{2b+2}{3}\right)$  이고,  
이 점은 직선  $x+2y-3=0$  위에 있으므로  
 $\frac{2a+3}{3}+2\cdot\frac{2b+2}{3}-3=0$   
 $\therefore a+2b-1=0\cdots\textcircled{2}$   
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면  
 $a=\frac{9}{5}, b=-\frac{2}{5}$  이다.  
 $\therefore 3a+b=5$

30. 세 직선  $2x - y - 4 = 0$ ,  $3x - 4y + 9 = 0$ ,  $4x + 3y + 12 = 0$  으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는?

- ① 10
- ② 15
- ③ 20
- ④ 25
- ⑤ 30

해설

$2x - y - 4 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$   
 $3x - 4y + 9 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$   
 $4x + 3y + 12 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$   
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면  $x = 5, y = 6$   
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉢}$ 을 연립하여 풀면  $x = 0, y = -4$   
 $\textcircled{㉡}, \textcircled{㉢}$ 을 연립하여 풀면  $x = -3, y = 0$   
세 직선  $2x - y - 4 = 0$ ,  $3x - 4y + 9 = 0$ ,  $4x + 3y + 12 = 0$  으로 이루어지는 삼각형은 세 점  $A(5, 6), B(0, -4), C(-3, 0)$  을 꼭짓점으로 하는  $\triangle ABC$  이다.  
따라서 점  $(5, 6)$  과 직선  $4x + 3y + 12 = 0$   
사이의 거리는  $\frac{|4 \times 5 + 3 \times 6 + 12|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{|50|}{5} = 10$   
또,  $\overline{BC} = \sqrt{(-3 - 0)^2 + (0 + 4)^2} = 5$   
따라서  $\triangle ABC$  의 넓이는  
 $\frac{1}{2} \times 5 \times 10 = 25$