1. 이차부등식 $ax^2+4x+a<0$이 임의의 실수 x에 대하여 성립할 때, 상수 a의 값의 범위는?

① $a<-2$ ② $a<0$ ③ $a<2$

④ $a<4$ ⑤ $a<8$

해설

$ax^2+4x+a<0$이 임의의 실수 x에 대하여 성립하려면

i) $a<0$

ii) $ax^2+4x+a=0$의 판별식을 D라 할 때,

$\frac{D}{4}=2^2-a^2<0$

$a^2-4>0, (a+2)(a-2)>0$

$\therefore a<-2$ 또는 $a>2$

i), ii) 의 공통 범위를 구하면 $a<-2$

2. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$의 해가 $-4 < x < 2$일 때, a의 값을 구하여라.(단, a는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로

$(x+4)(x-2) < 0$

$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$

$\therefore a = -8$

3. 좌표평면에서 두 점 $A(-1,\ 4)$, $B(5,\ -5)$를 이은 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점이 직선 $y=2x+k$ 위에 있을 때, 상수 k의 값은?

① -8 ② -7 ③ -6 ④ -5 ⑤ -4

해설

선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{2\times 5+1\times(-1)}{2+1},\ \frac{2\times(-5)+1\times 4}{2+1}\right)=(3,\ -2)\text{이다.}$$

점 $(3,\ -2)$가 직선 $y=2x+k$ 위의 점이므로

$-2=6+k \quad \therefore\ k=-8$

4. 세 점 A $(-1, 1)$, B $(-3, -2)$, C $(2, -1)$에 대하여 사각형 ABCD가 평행사변형이 되도록 D의 좌표를 정하면?

① $(4, 2)$ ② $(2, 4)$ ③ $(3, 5)$

④ $(5, 3)$ ⑤ $(1, -5)$

해설

D (a, b)라 두면 평행사변형의 성질로부터
대각선 $\overline{AD}$의 중점과 $\overline{BC}$의 중점은 일치한다.

$$\therefore \left(\frac{1}{2}, 0\right) = \left(\frac{a-3}{2}, \frac{b-2}{2}\right)$$

$$\therefore a = 4, b = 2$$

5. 두 점 $\mathrm{A}(a, 4)$, $\mathrm{B}(1, b)$에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점을 P, y축 위의 점을 Q라 하면, $\triangle\mathrm{OPQ}$의 무게중심은 $\mathrm{G}(-1, 1)$이다. 이때, $a-b$의 값을 구하면?

① -1　② -2　③ -3　④ -4　⑤ -5

해설

$\mathrm{P}(x, 0)$, $\mathrm{Q}(0, y)$라 하면,

$\frac{0+x+0}{3} = -1$, $\frac{0+0+y}{3} = 1$에서

$x = -3$, $y = 3$

$\therefore \mathrm{P}(-3, 0), \mathrm{Q}(0, 3)$

$\overline{\mathrm{PA}}^2 = \overline{\mathrm{PB}}^2$에서

$(a+3)^2 + 4^2 = (1+3)^2 + b^2$

$a^2 + 6a + 9 = b^2$

$\overline{\mathrm{QA}}^2 = \overline{\mathrm{QB}}^2$에서

$a^2 + (4-3)^2 = 1^2 + (b-3)^2$

$a^2 = b^2 - 6b + 9$

두 식을 변변 빼고 정리하면 $a - b = -3$

6. 직선 $y = mx + n(m \neq 0)$ 은 직선 $ax + by + c = 0$ 에 평행하고, 직선 $px + qy + r = 0$ 에 수직이다. 다음 중 옳은 것을 모두 구하면?

㉠ $a + bm = 0$	㉡ $p + qm = 0$	㉢ $ap + bq = 0$

① ㉠　② ㉡　③ ㉡, ㉢
④ ㉠, ㉢　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$y = mx + n \cdots ①$

$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots ②$

$y = -\frac{p}{q}x - \frac{r}{q} \cdots ③$

Ⅰ) ① // ② : $m = -\frac{a}{b}$

$\therefore a + bm = 0$

Ⅱ) ①⊥③ : $m\left(-\frac{p}{q}\right) = -1$

$\therefore mp - q = 0$

7. 세 직선 $2x-y-4=0$, $x-2y-2=0$, $y=ax+2$ 가 오직 한 점에서 만날 때, 상수 a 의 값은?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

세 직선이 한 점에서 만나려면 두 직선의 교점을 나머지 한 직선이 지나야 한다.

$2x-y-4=0 \cdots$ ㉠

$x-2y-2=0 \cdots$ ㉡

$y=ax+2 \quad \cdots$ ㉢이라 할 때,

㉠, ㉡의 교점이 ㉢위에 있으면, 한 점에서 만나므로

㉠, ㉡를 연립하여 풀면 $x=2$, $y=0$

두 직선의 교점 $(2,\ 0)$ 이 직선 $y=ax+2$ 를 지나면 한 점에서 만나므로

$0=2a+2$, $2a=-2$

$\therefore \quad a=-1$

8. 점 $P(1,2)$ 에서 직선 $2x+y-3=0$ 에 내린 수선의 발을 H 라할 때, 수선 PH 의 길이는?

① $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

($\overline{\mathrm{PH}}$ 의 길이)

= (점 P(1, 2) 와 직선 $2x+y-3=0$ 과의 거리)

$$\therefore \quad \overline{\mathrm{PH}} = \frac{|2+2-3|}{\sqrt{4+1}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

9. 원점에서의 거리가 1이고, 점 $(1, 2)$를 지나는 직선의 방정식이 $ax + by + c = 0$으로 표현될 때, $a + b + c$의 값을 구하면? (단, $b \neq 0$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

점 $(1, 2)$를 지나는 직선은

$y = m(x - 1) + 2$ 에서,

$mx - y - m + 2 = 0 \cdots$ ㉠

여기서 $(0, 0)$에 이르는 거리가 1이므로

$$\frac{|-m+2|}{\sqrt{m^2+1}} = 1,\ |m-2| = \sqrt{m^2+1}$$

양변을 제곱하여 정리하면, $m = \dfrac{3}{4}$

㉠에 대입하여 정리하면, $\dfrac{3}{4}x - y + \dfrac{5}{4} = 0$,

$3x - 4y + 5 = 0$

$\therefore\ a + b + c = 3 - 4 + 5 = 4$

10. 좌표평면 위에서 원점과 직선 $x-y-3+k(x+y)=0$ 사이의 거리를 $f(k)$ 라 할 때, $f(k)$ 의 최댓값은? (단, k 는 상수이다.)

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ④ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

해설

$x-y-3+k(x+y)=0$ 에서

$(k+1)x+(k-1)y-3=0$

원점에서 이 직선까지의 거리

$$f(k)=\frac{|-3|}{\sqrt{(k+1)^2+(k-1)^2}}$$

$$=\frac{3}{\sqrt{2(k^2+1)}}$$

따라서 $f(k)$ 는 분모가 최소일 때

최대가 되므로 $f(k)$ 의 최대값은

$k=0$ 일 때 $\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

11. 부등식 $ax^2+(a+1)x+a>0$을 만족하는 실수 x가 존재하기 위한 상수 a의 값의 범위는?

① $a>-1$　② $a>-\frac{1}{2}$　③ $a>-\frac{1}{3}$
④ $a>-\frac{1}{4}$　⑤ $a>-\frac{1}{5}$

해설

$ax^2+(a+1)x+a>0$에서

i) $a=0$이면 $x>0$
$\therefore$ 실수해가 존재한다.
ii) $a>0$ 이면 $y=ax^2+(a+1)x+a$의 그래프가 아래로 볼록한 모양이므로
$ax^2+(a+1)x+a>0$을 만족시키는 x값이 반드시 존재한다.
iii) $a<0$이면 $D=(a+1)^2-4a^2>0$
$3a^2-2a-1<0$, $(3a+1)(a-1)<0$
$\therefore$ $-\frac{1}{3}<a<1$, $a<0$ 이므로 $-\frac{1}{3}<a<0$

i), ii), iii) 에서 $a>-\frac{1}{3}$

12. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $(m+2)x^2-4x+2m<0$ 이 성립하도록 하는 정수 m 의 최댓값은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

(i) $m=-2$ 일 때, $-4x-4<0$ 이므로
모든 실수 x 에 대하여 성립하지는 않는다.
(ii) $m\neq-2$ 일 때, 모든 실수 x 에 대하여
주어진 부등식이 성립하려면 $m+2<0$
$\therefore\ m<-2\quad\cdots$ ㉠
또, $(m+2)x^2-4x+2m=0$ 의 판별식을
D 라 할 때 $\dfrac{D}{4}=(-2)^2-2m(m+2)<0$
$4-2m^2-4m<0,\ m^2+2m-2>0$
$\therefore\ m<-1-\sqrt{3}$ 또는 $m>-1+\sqrt{3}\quad\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $m<-1-\sqrt{3}$
(i), (ii)에서 $m<-1-\sqrt{3}$ 이므로
정수 m 의 최댓값은 -3 이다.

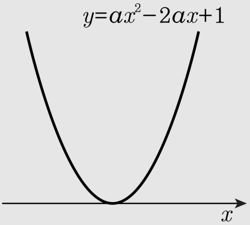
13. 부등식 $ax^2 - 2ax + 1 \le 0$이 단 하나의 해를 갖도록 하는 실수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 부등식이 단 하나의 해를 가지려면
$y = ax^2 - 2ax + 1$ 의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



(i) 그래프가 아래로 볼록이므로 $a > 0$
(ii) $ax^2 - 2ax + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
$\frac{D}{4} = a^2 - a = 0$ 에서 $a = 0$ 또는 $a = 1$
(i), (ii) 에서 $a = 1$

14. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 3x - 4 \le 0 \\ 2x^2 - 5x < 3 \end{cases}$ 의 해 중에서 정수인 것의 개수는?

① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$x^2 - 3x - 4 \le 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-4) \le 0$

$\therefore -1 \le x \le 4 \cdots\cdots$ ㉠

$2x^2 - 5x < 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x - 3 < 0$

$\Leftrightarrow (2x+1)(x-3) < 0$

$\therefore -\frac{1}{2} < x < 3 \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위는 $-\frac{1}{2} < x < 3$

따라서, 정수인 것은 0, 1, 2로 3개다.

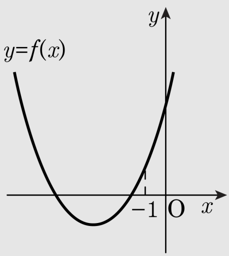
15. x 에 대한 이차방정식 $x^2-2kx+6-k=0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 -1 보다 작을 때, 정수 k 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$f(x)=x^2-2kx+6-k$ 라 하면
방정식 $f(x)=0$ 의 서로 다른 두 근이 -1 보다 작으므로



(i) $\dfrac{D}{4}=(-k)^2-(6-k)>0$ 에서
$k^2+k-6>0,\ (k+3)(k-2)>0$
$\therefore\ k<-3$ 또는 $k>2$
(ii) $f(-1)=1+2k+6-k>0$ 에서 $k>-7$

(iii) $-\dfrac{-2k}{2}<-1$ 에서 $k<-1$
이상에서 $-7<k<-3$
따라서 정수 k 는 $-6,\ -5,\ -4$ 의 3 개다.

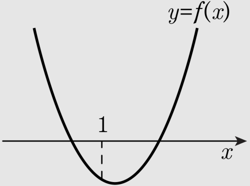
16. 이차방정식 $x^2 - mx + 4 = 0$ 의 두 근 사이에 1 이 있도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $m < -5$ ② $m > -2$ ③ $-2 < m < 2$

④ $m > 2$ ⑤ $m > 5$

해설

$f(x) = x^2 - mx + 4$ 라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



$f(1) < 0$ 에서 $5 - m < 0$

$\therefore\ m > 5$

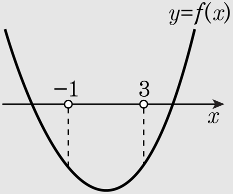
17. $-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x에 대하여 이차부등식 $x^2+2(k-1)x+3k<0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 k의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$f(x) = x^2 + 2(k-1)x + 3k$ 라 하자.
$-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x에 대하여 $f(x) < 0$ 이 항상 성립하려면 다음 그림과 같이 $f(-1) \le 0,\ f(3) \le 0$이어야 한다.



(i) $f(-1) \le 0$ 에서 $(-1)^2 + 2(k-1)\cdot(-1) + 3k \le 0,\ k+3 \le 0$
$\therefore k \le -3$
(ii) $f(3) \le 0$ 에서 $3^2 + 2(k-1)\cdot 3 + 3k \le 0,\ 9k + 3 \le 0$
$\therefore k \le -\frac{1}{3}$
(i), (ii)에서 $k \le -3$
따라서, 실수 k의 최댓값은 -3이다.

18. 두 점 $\mathrm{A}(3,4), \mathrm{B}(6,2)$ 에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점 P 의 좌표는?

① $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ ② $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ ③ $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$

④ $(4,0)$ ⑤ $(5,0)$

해설

x축 위의 점 P 의 좌표를 $(a, 0)$ 이라 하면

$\overline{\mathrm{AP}}=\sqrt{(a-3)^2+(0-4)^2}=\sqrt{a^2-6a+25}$

$\overline{\mathrm{BP}}=\sqrt{(a-6)^2+(0-2)^2}=\sqrt{a^2-12a+40}$

조건에서 $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{BP}}$ 이므로

$\sqrt{a^2-6a+25}=\sqrt{a^2-12a+40}$

양변을 제곱하면 $a^2-6a+25=a^2-12a+40$

$6a=15, \quad \therefore a=\frac{5}{2}$

따라서 구하는 점 P 의 좌표는 $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$

19. 세 직선 $l_1 : ax+y+2=0$, $l_2 : bx-3y-3=0$, $l_3 : (b+2)x+y-2=0$ 이 있다. l_1과 l_2가 서로 수직이고 l_1과 l_3가 서로 평행할 때, a^2+b^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

l_1과 l_2가 서로 수직이므로
두 직선의 기울기의 곱은 -1이다.
$(-a)\cdot\frac{b}{3}=-1, \quad \therefore\ ab=3\cdots$ ㉠
l_1과 l_3가 서로 평행하므로
두 직선의 기울기는 같다.
$-a=-b-2, \quad \therefore\ a-b=2\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 이용하면
$a^2+b^2=(a-b)^2+2ab=4+6=10$

20. 두 점 A$(-3,\ 4)$, B$(1,\ 2)$ 를 잇는 선분 AB 의 수직 이등분선의 방정식은?

① $2x-y+5=0$ ② $2x+y-2=0$ ③ $2x+y-1=0$

④ $x-2y+3=0$ ⑤ $x-2y+7=0$

해설

선분 $\overline{AB}$ 의 기울기 $=\dfrac{4-2}{-3-1}=-\dfrac{1}{2}$

선분 $\overline{AB}$ 의 중점 : $\left(\dfrac{-3+1}{2},\ \dfrac{4+2}{2}\right)=(-1,\ 3)$

선분 $\overline{AB}$ 에 수직인 기울기 m 은

$m\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-1 \quad \therefore\ m=2$

$\therefore\ y=2\cdot(x+1)+3 \ \rightarrow\ 2x-y+5=0$

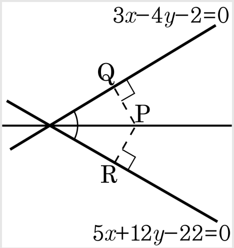
21. 두 직선 $3x-4y-2=0$, $5x+12y-22=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이 $ax+by+c=0$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의
점 $\mathrm{P}(X,\ Y)$ 에 대하여 P에서
두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라 하면



$\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{PR}}$ 이므로

$$\frac{|3X-4Y-2|}{\sqrt{9+16}}=\frac{|5X+12Y-22|}{\sqrt{25+144}}$$

$13(3X-4Y-2)=\pm5(5X+12Y-22)$

즉, $13(3X-4Y-2)=5(5X+12Y-22)$ 또는

$13(3X-4Y-2)=-5(5X+12Y-22)$ 정리하면

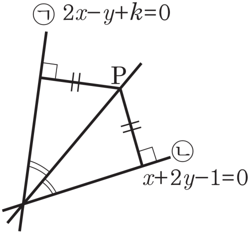
$x-8y+6=0$ 또는 $8x+y-17=0$ 에서

기울기가 양이므로

$\therefore\ x-8y+6=0$

$\therefore a+b+c=-1$

22. 두 직선 $2x-y+k=0$, $x+2y-1=0$ 이 이루는 각의 이등분선이 점 P(3, 1)을 지날 때, 상수 k의 값의 합을 구하면?



① -2 ② 4 ③ -6

④ 8 ⑤ -10

해설

$2x-y+k=0 \quad \cdots ㉠$

$x+2y-1=0 \quad \cdots ㉡$

(점 P와 ㉠사이의 거리)= (점 P와 ㉡사이의 거리) 이므로

$$\frac{|6-1+k|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{|3+2-1|}{\sqrt{1^2+2^2}} \Rightarrow |5+k|=4$$

$\Rightarrow 5+k=\pm4 \Rightarrow k=-9$ 또는 $k=-1$

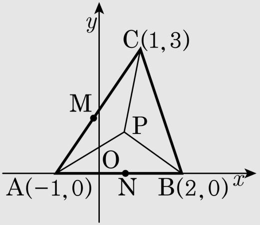
$\therefore k$ 의 합 : -10

23. 좌표평면 위에 세 점 $A(-1, 0)$, $B(2, 0)$, $C(1, 3)$이 있다. $\triangle ABC$의 내부의 점 P가 $\triangle BPC = \triangle APC + \triangle APB$인 관계를 만족시키면서 움직인다. 점 P가 그리는 도형의 길이는?

① $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

점 P가 $\triangle ABC$의 내부의 점이고
$\triangle BPC = \triangle APC + \triangle APB$ 이므로



$\therefore\ \triangle BPC = \dfrac{1}{2}\triangle ABC$

점 P는 $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ 의 중점 M, N 을 잇는 선분 위에 있다.

그런데 $M\left(0,\ \dfrac{3}{2}\right)$, $N\left(\dfrac{1}{2},\ 0\right)$

점 P의 자취 $\overline{MN} = \sqrt{\dfrac{1}{4} + \dfrac{9}{4}} = \dfrac{\sqrt{10}}{2}$

24. $6[x]^2 - 31[x-1] - 13 < 0$을 풀면? (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대의 정수)

① $-3 \le x < 3$　　② $-2 \le x < 5$　　③ $0 \le x < 3$

④ $1 \le x < 5$　　⑤ $1 \le x < 6$

해설

$n \le [x] < n+1$에서

$n-1 < [x-1] < n$이므로

$[x-1] = [x] - 1$

$\therefore 6[x]^2 - 31[x-1] - 13$

$= 6[x]^2 - 31([x]-1) - 13$

$= 6[x]^2 - 31[x] + 18 < 0$

$\therefore (2[x]-9)(3[x]-2) < 0$

$\frac{2}{3} < [x] < \frac{9}{2}$

$\therefore 1 \le [x] \le 4$이므로

$[x] = 1,\ 2,\ 3,\ 4$

$\therefore 1 \le x < 5$

25. 두 부등식 $x < -1,\ x > 2$, $2x^2 + (5+2a)x + 5a < 0$을 동시에 만족하는 정수 x의 값이 $x = -2$뿐일 때, 실수 a의 최솟값은? (단, $a < \frac{5}{2}$)

① -3　　② -2　　③ 1　　④ 2　　⑤ -5

해설

$2x^2 + (5+2a)x + 5a = (2x+5)(x+a) < 0$

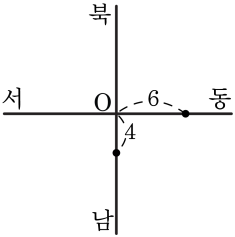
$-\frac{5}{2} < x < -a \left(\because\ a < \frac{5}{2} \right)$

두 부등식을 만족하는 정수가 $x = -2$뿐이므로 $-2 < -a \leq 3$

$\therefore\ -3 \leq a < 2$

따라서, 구하는 a의 최솟값은 -3

26. 다음의 그림과 같이 수직으로 만나는 도로가 있다. 교차점에서 A는 동쪽으로 6km, B는 남쪽으로 4km 지점에 있다. 지금 A는 시속 4km의 속도로 서쪽으로, B는 시속 2km의 속도로 북쪽을 향하여 동시에 출발했을 때 A, B 사이의 거리가 가장 짧을 때는 출발 후 몇 시간 후인가?



① 1 시간 후 ② 1.2 시간 후 ③ 1.4 시간 후
④ 1.6 시간 후 ⑤ 2 시간 후

해설

동서를 x 축, 남북을 y 축으로 잡으면 최초의 A, B 의 위치는 $\mathrm{A}(6,\ 0)$, $\mathrm{B}(0,\ -4)$ 이고 t 시간 후의 A, B 의 좌표는 $\mathrm{A}(6-4t,\ 0)$, $\mathrm{B}(0, -4+2t)$ 이다. 따라서, t 시간 후의 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 거리는 s 는 $s = \sqrt{(6-4t)^2+(-4+2t)^2} = \sqrt{20t^2-64t+52} = \sqrt{20\left(t^2-\frac{64}{20}t\right)+52} = \sqrt{20\left(t-\frac{8}{5}\right)^2+\frac{4}{5}}$ 이므로 $t = \frac{8}{5}$ 일 때 최소가 된다. $\therefore$ 출발 후 1.6 시간 후이다.

27. 점 $P(a,b)$가 직선 $y=3x+2(-1 \le x \le 2)$ 위를 움직일 때, 점 $Q(a+b, a-b)$가 나타내는 자취의 길이는?

① $2\sqrt{5}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $4\sqrt{5}$ ④ $5\sqrt{5}$ ⑤ $6\sqrt{5}$

해설

점 $P(a,b)$가 직선 $y=3x+2$ 위의 점이므로

$b=3a+2$(단, $-1 \le a \le 2$)$\cdots$㉠

이 때, 점 $Q(a+b, a-b)$에서

$a+b=X$, $a-b=Y$로 놓고

a, b를 X, Y로 나타내면

$a=\dfrac{X+Y}{2}$, $b=\dfrac{X-Y}{2}$

이것을 ㉠에 대입하면

$\dfrac{X-Y}{2}=\dfrac{3X+3Y}{2}+2$

$\therefore X+2Y+2=0$

한편, $X=a+b=a+(3a+2)=4a+2$이고

$-1 \le a \le 2$이므로 $-2 \le 4a+2 \le 10$

$\therefore -2 \le X \le 10$

따라서 점 $Q(x,y)$는

직선 $x+2y+2=0$ (단, $-2 \le x \le 10$) 위를 움직인다.

그런데 $x=-2$일 때, $y=0$

$x=10$일 때, $y=-6$이므로

구하는 자취의 길이는 두 점 $(-2,0)$, $(10,-6)$을 이은 선분의 길이와 같다.

$\therefore \sqrt{(10+2)^2+(-6)^2}=\sqrt{180}=6\sqrt{5}$

28. 수직선 위의 세 점 $A(1), B(6), C(8)$ 과 동점 $P(x)$ 가 있다. $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 이 최소가 될 때, 점 P에서 점 A까지의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$
$= (x-1)^2 + (x-6)^2 + (x-8)^2$
$= 3(x-5)^2 + 26$
따라서 $x = 5$ 일 때 최소가 된다.
점 $P(5)$ 에서 점 $A(1)$ 까지 거리는 $|5-1| = 4$ 이다.

29. 두 점 $A(3,\ 2)$, $B(a,\ b)$ 를 지나는 직선의 기울기가 2 이고, 이 직선과 직선 $x+2y-3=0$ 의 교점은 선분 AB 를 2 : 1 로 내분하는 점이다. 이 때, $3a+b$ 의 값은?

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 10

해설

직선 AB 의 기울기는 2 이므로

$$\frac{b-2}{a-3}=2,\ b-2=2(a-3),\ b=2a-4\cdots ㉠$$

$\overline{AB}$를 2 : 1 로 내분하는 점은

$$\left(\frac{2a+1\cdot 3}{2+1},\ \frac{2b+1\cdot 2}{2+1}\right)=\left(\frac{2a+3}{3},\ \frac{2b+2}{3}\right)$$ 이고,

이 점은 직선 $x+2y-3=0$ 위에 있으므로

$$\frac{2a+3}{3}+2\cdot\frac{2b+2}{3}-3=0$$

$\therefore\ a+2b-1=0\cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=\frac{9}{5},\ b=-\frac{2}{5}$ 이다.

$\therefore\ 3a+b=5$

30. 세 직선 $2x-y-4=0$, $3x-4y+9=0$, $4x+3y+12=0$ 으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는?

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

$2x-y-4=0 \cdots\cdots$ ㉠

$3x-4y+9=0 \cdots\cdots$ ㉡

$4x+3y+12=0 \cdots\cdots$ ㉢

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=5,\ y=6$

㉠, ㉢을 연립하여 풀면 $x=0,\ y=-4$

㉡, ㉢을 연립하여 풀면 $x=-3,\ y=0$

세 직선 $2x-y-4=0$, $3x-4y+9=0$, $4x+3y+12=0$ 으로 이루어지는

삼각형은 세 점 $A(5,\ 6)$, $B(0,-4)$, $C(-3,0)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 이다.

따라서 점 $(5,\ 6)$ 과 직선 $4x+3y+12=0$

사이의 거리는 $\dfrac{|4\times5+3\times6+12|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\dfrac{|50|}{5}=10$

또, $\overline{BC}=\sqrt{(-3-0)^2+(0+4)^2}=5$

따라서 $\triangle$ABC 의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times5\times10=25$