1. $2 < x < 5$ 일 때, $\sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(x-5)^2}$ 을 간단히 하여라.

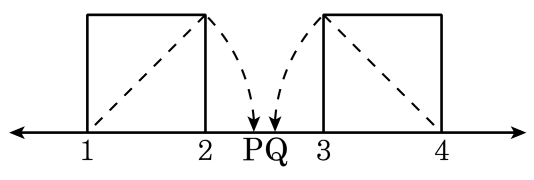
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x - 2 > 0$ 이고, $x - 5 < 0$ 이므로
(준식)$= x - 2 - (x - 5) = 3$

2. 다음은 수직선 위에 한 변의 길이가 1 인 정사각형을 그린 것이다. 두 점 P ,Q 사이의 거리를 구하면?



① $1-\sqrt{2}$　② $1+2\sqrt{2}$　③ $2-2\sqrt{2}$
④ $3-2\sqrt{2}$　⑤ $4-\sqrt{2}$

해설
$P=1+\sqrt{2}$, $Q=4-\sqrt{2}$ 이므로
두 점 P , Q 사이의 거리는
$4-\sqrt{2}-(1+\sqrt{2})=3-2\sqrt{2}$ 이다.

3. $\sqrt{10}=m$ 일 때, $\sqrt{0.025}$ 를 m 에 관한 식으로 나타내면?

① $\frac{m}{100}$ ② $\frac{m}{50}$ ③ $\frac{m}{25}$ ④ $\frac{m}{20}$ ⑤ $\frac{m}{10}$

해설

$\sqrt{0.025}=\sqrt{\frac{25}{1000}}=\frac{5}{10\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{20}=\frac{m}{20}$

4. $\sqrt{5}=x$, $\sqrt{10}=y$ 라 할 때, $5\sqrt{5}+3\sqrt{10}-10\sqrt{5}+14\sqrt{10}$ 을 간단히 하면 $ax+by$ 로 나타낼 수 있다. 이 때, $2a-b$ 의 값은?

① -27　　② -5　　③ 3　　④ 5　　⑤ 27

해설

$5\sqrt{5}+3\sqrt{10}-10\sqrt{5}+14\sqrt{10}$
$=(5-10)\sqrt{5}+(3+14)\sqrt{10}$
$=-5\sqrt{5}+17\sqrt{10}$
$=-5x+17y$
$\therefore\ 2a-b=2\times(-5)-17=-27$

5. 넓이가 45 인 정사각형 모양의 운동장이 있다. 이 운동장의 둘레의 길이를 구하면?

① $3\sqrt{5}$ ② $6\sqrt{5}$ ③ $9\sqrt{5}$ ④ $12\sqrt{5}$ ⑤ $15\sqrt{5}$

해설

정사각형의 한 변의 길이를 x 라고 할 때,
$x^2 = 45,\ x = \pm\sqrt{45}$
x 는 길이이므로 양수이다.
$\therefore x = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$
$\therefore$ 정사각형의 둘레는 $4 \times 3\sqrt{5} = 12\sqrt{5}$

6. 제곱근표에서 $\sqrt{3} = 1.732$ $\sqrt{30} = 5.477$ 일 때, $\sqrt{0.03}$ 와 $\sqrt{0.003}$ 의 값으로 바르게 짝지어진 것은?

① 0.001732 , 0.5477
② 0.05477 , 0.1732
③ 0.1732 , 0.05477
④ 0.5477 , 0.01732
⑤ 0.1732 , 0.001732

해설

$\sqrt{0.03} = \sqrt{3 \times 0.01} = \dfrac{\sqrt{3}}{10} = 0.1732$

$\sqrt{0.003} = \sqrt{30 \times 0.0001} = \dfrac{\sqrt{30}}{100} = 0.05477$

7. 4 의 제곱근을 a , 25 의 제곱근을 b 라고 할 때 a^2b^2 의 값은 무엇인가?

① -10 ② 10 ③ 50 ④ -100 ⑤ 100

해설

$a^2 = 4,\ b^2 = 25$
$a^2b^2 = 4 \times 25 = 100$

8. 다음 보기에서 근호를 꼭 사용하여야만 나타낼 수 있는 것의 개수를 구하여라.

보기

$0, \sqrt{2}, \sqrt{1}, -\sqrt{0.02}, \sqrt{0.003}, \sqrt{\frac{121}{100}}$

▶ 답: 개

▷ 정답: 3개

해설

$0, \sqrt{1} = 1, \sqrt{\frac{121}{100}} = \frac{11}{10}$ 은 근호를 사용하지 않아도 간단한 유리수로 나타낼 수 있다.

9. $a > 0$, $b < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{(-b)^2} - \sqrt{4a^2} - \sqrt{b^2}$ 을 간단히 하면?

① $-a-b$ ② $-a-2b$ ③ a

④ $-a$ ⑤ $-a+2b$

해설

$a > 0$이므로 $2a > 0$,
$b < 0$이므로 $-b > 0, b < 0$
$(\sqrt{a})^2 + \sqrt{(-b)^2} - \sqrt{(2a)^2} - \sqrt{b^2}$
$= a + (-b) - (2a) - (-b)$
$= a - b - 2a + b = -a$

10. $\sqrt{\frac{38}{n}}$ 이 정수가 되도록 하는 자연수 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 1 개

해설

$\sqrt{\frac{38}{n}} = \sqrt{\frac{2 \times 19}{n}}$, $n = 2 \times 19 = 38$ 한 개뿐이다.

11. 다음 수를 크기가 작은 것부터 순서대로 나열하여라.

$\sqrt{3},\quad -\sqrt{2},\quad 2,\quad 1,\quad -\sqrt{3}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\sqrt{3}$

▷ 정답 : $-\sqrt{2}$

▷ 정답 : 1

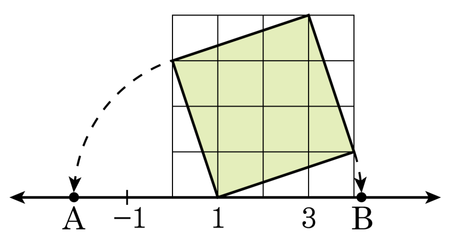
▷ 정답 : $\sqrt{3}$

▷ 정답 : 2

해설

$-\sqrt{3}$, $-\sqrt{2}$, 1, $\sqrt{3}$, 2 의 순서이다.

12. 다음 중 아래 수직선에서의 점 A , 점 B 의 좌표를 고르면?



① 점 A : $1-\sqrt{10}$, 점 B : $1+\sqrt{10}$

② 점 A : $1+\sqrt{10}$, 점 B : $1-\sqrt{10}$

③ 점 A : $1+\sqrt{10}$, 점 B : $1+\sqrt{10}$

④ 점 A : $-1-\sqrt{10}$, 점 B : $-\sqrt{10}$

⑤ 점 A : $1-\sqrt{10}$, 점 B : $\sqrt{10}$

해설

내부의 기울어진 정사각형의 넓이가 10 이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$ 이다.

13. 다음 보기의 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

ㄱ $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
ㄴ 두 정수 사이에는 또 다른 정수가 있다.
ㄷ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
ㄹ 서로 다른 무리수의 합은 항상 무리수이다.
ㅁ 1 과 2 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

① ㄱ,ㄴ ② ㄴ,ㄹ ③ ㄱ,ㄷ,ㄹ
④ ㄴ,ㄹ,ㅁ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄹ,ㅁ

해설
ㄴ 두 정수 사이에는 또 다른 정수가 있다.
반례) 1 과 2 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
ㄹ 서로 다른 무리수의 합은 항상 무리수이다.
반례) $\sqrt{3}+(-\sqrt{3})=0$ 유리수가 되는 경우도 존재한다.

14. $\sqrt{12}\times\sqrt{15}\times\sqrt{35}=a\sqrt{7}$ 일 때 a 의 값을 구하면?

① 6 ② 15 ③ 24 ④ 30 ⑤ 36

해설

$2\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}\times\sqrt{5}\times\sqrt{7}=30\sqrt{7}$

15. 자연수 x 에 대하여 $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $f(x)$ 라고 할 때, $f(150)-f(99)$ 의 값은?

① 2개　② 3개　③ 4개　④ 5개　⑤ 6개

해설

$f(150)-f(99)$ 는 $\sqrt{99}$ 초과 $\sqrt{150}$ 이하의 자연수의 개수이다.
$\sqrt{99}<10,11,12\le\sqrt{150}$
$\therefore$ 3개

16. 다음 세 수의 크기를 비교하여라.

$a = 3\sqrt{3}, \quad b = 3\sqrt{5} + \sqrt{3}, \quad c = 4\sqrt{3} - \sqrt{5}$

▶ 답 :

▷ 정답 : $c < a < b$

해설

각각의 수에 대하여

$a - b = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{5} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{5} = \sqrt{12} - \sqrt{45} < 0$ 이므로 $a < b$

$b - c = 3\sqrt{5} + \sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{5} = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{3} = \sqrt{80} - \sqrt{27} > 0$ 이므로 $b > c$

$a - c = 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{5} = \sqrt{5} - \sqrt{3} > 0$ 이므로 $a > c$

따라서 a, b, c 의 대소 관계를 나타내면 $c < a < b$ 이다.

17. $\frac{k}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\frac{\sqrt{8}-2\sqrt{3}+6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 6 ② 4 ③ −4 ④ −6 ⑤ −10

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= k-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k+\frac{\sqrt{16}-2\sqrt{6}+6\sqrt{6}}{2} \\
&= k-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k+2+2\sqrt{6} \\
&= -\frac{k}{3}\sqrt{6}+2\sqrt{6}+k+2 \\
&= \left(-\frac{k}{3}+2\right)\sqrt{6}+k+2
\end{aligned}
$$

값이 유리수가 되려면

$-\frac{k}{3}+2=0$

$\therefore k=6$

18. 다음의 표는 제곱근표의 일부이다. 이 표를 이용하여 $\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{3}-\frac{9}{\sqrt{3}}\right)$ 의 값을 구하면?

수	0	1	2
1	1.000	1.005	1.010
2	1.414	1.418	1.421
3	1.732	1.735	1.738
4	2	2.002	2.005
5	2.236	2.238	2.241
6	2.449	2.452	2.454
7	2.646	2.648	2.650
8	2.828	2.830	2.832

① 1.414　② −1.732　③ 1.732
④ −2.449　⑤ 2.449

해설

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=-\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=-\sqrt{6}=-2.449$$

19. $a < 0,\ b < 0$ 이고, $ab = 9$ 일 때, $\dfrac{\sqrt{\frac{a}{b}}}{a} + \dfrac{\sqrt{\frac{b}{a}}}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\dfrac{2}{3}$

해설

$a < 0,\ b < 0$ 이므로 $a = -\sqrt{a^2}, b = -\sqrt{b^2}$

$\dfrac{\sqrt{\frac{a}{b}}}{a} + \dfrac{\sqrt{\frac{b}{a}}}{b}$

$= \dfrac{1}{a}\sqrt{\dfrac{a}{b}} + \dfrac{1}{b}\sqrt{\dfrac{b}{a}}$

$= \left(-\sqrt{\dfrac{1}{a^2}}\right)\sqrt{\dfrac{a}{b}} + \left(-\sqrt{\dfrac{1}{b^2}}\right)\sqrt{\dfrac{b}{a}}$

$= -\sqrt{\dfrac{1}{ab}} - \sqrt{\dfrac{1}{ab}} = -2\sqrt{\dfrac{1}{ab}}$

$= -2 \times \sqrt{\dfrac{1}{9}} = -\dfrac{2}{3}$

20. 서로소인 두 자연수 m, n 에 대하여 $\left[10\sqrt{\frac{n}{m}}\right]=20$, $\sqrt{(m-n)^2}=100$ 일 때, $m+n$ 의 값이 될 수 있는 수를 모두 구하여라. (단, $[a]$는 a보다 크지 않은 최대의 정수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m+n=162$

▷ 정답 : $m+n=166$

해설

$\left[10\sqrt{\frac{n}{m}}\right]=20$ 에서

$20 \le 10\sqrt{\frac{n}{m}} < 21,\ 2 \le \sqrt{\frac{n}{m}} < 2.1$

$\therefore\ 4 \le \frac{n}{m} < 4.41 \cdots$ ㉠

이때, $\frac{n}{m} > 1$ 이므로 $n > m$

$\sqrt{(m-n)^2}=100,\ n-m=100$

$\therefore\ n=m+100 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $4 \le \frac{m+100}{m} < 4.41$

$4 \le 1+\frac{100}{m} < 4.41,\ 3 \le \frac{100}{m} < 3.41$

$3m \le 100 < 3.41m$

$3m \le 100$ 에서 $m \le 33.3\ldots \quad \cdots$ ㉢

$100 < 3.41m$ 에서 $m > 29.3\ldots \quad \cdots$ ㉣

㉢, ㉣에서 $29.3\times\times\times < m \le 33.3\times\times\times$

$\therefore\ m=30,\ 31,\ 32,\ 33$

이때 각각의 m 에 대한 n 의 값은

$n=130,\ 131,\ 132,\ 133$ 이다.

그런데 m, n 은 서로소이므로

$(m,\ n)=(31,\ 131),\ (33,\ 133)$ 이므로

$m+n=162$, 또는 166 이다.